Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Werner Landgraf

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Werner Landgraf

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fachbereiche

der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Werner Landgraf

aus Mainz

Göttingen 1988

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen
von **Werner Landgraf** (Göttingen 1988)

ISBN: 978-1-4457-4262-5 (paperback) ,
978-1-4457-4261-8 (hardcover)

D7

Referent: Prof. Dr. *H.H. Voigt*

Korreferent: Prof. Dr. *W. Deinzer*, Priv.-Doz. Dr. *K. Jockers*

Tag der mündlichen Prüfung: 29.4.1988

Zusammenfassung

Durch den Rückstoß der im Zusammenhang mit der Schweifbildung entweichenden Materie haben Kometen einen Eigenantrieb. Über den Verlauf dieser *nichtgravitativen Kräfte* gibt es bisher nur Annahmen und Modellrechnungen. Die gegenwärtige Erscheinung des Halleyschen Kometen bietet erstmals die Möglichkeit, aus der beobachteten Bewegung den Verlauf der Kräfte direkt zu berechnen.

Im ersten Kapitel wird der historische und physikalische Hintergrund der nichtgravitativen Kräfte und der gegenwärtige Stand ihrer Erforschung beschrieben. Das zweite Kapitel befaßt sich mit den Grundlagen der Berechnung der nichtgravitativen Kräfte aus der beobachteten Bewegung der Kometen. Im dritten Kapitel folgen Betrachtungen über den Einfluß der nichtgravitativen Kräfte auf die Beobachtungen und über die zweckmäßigste Verwendung derselben für die Berechnungen. Im vierten Kapitel schließlich wird auf die Erforschung und Ergebnisse über die nichtgravitativen Kräfte des Halleyschen Kometen eingegangen.

1. Einleitung

Die Versuche, das Wesen der Bewegung der Himmelskörper zu klären, sowie ihre Vorausberechnung zu bewerkstelligen, dürften zu den ältesten Aufgaben der Wissenschaften gehören. Dies galt insbesondere für die Kometen, von denen die meisten regellos erscheinen. Während sich Theorien der Bewegung der Planeten zu den meisten Zeiten den Beobachtungen im Rahmen ihrer Genauigkeit anpassen ließen, war dies bei den Kometen aus Gründen prinzipieller Unkenntnis nicht möglich.

Bis zur Zeit der Renaissance bestand in Europa, entsprechend den Lehren des *Aristoteles*[1] die Auffassung, daß es sich bei den Kometen um subtile Gebilde handelt, die durch die Einwirkung der Strahlung der Sonne oder der Planeten bei Konjunktionen aus der Feuchtigkeit des Bodens entstehen, durch die Regionen der Luft und des Wassers hinauf zur Sphäre des Feuers stiegen, sich dort entzündeten und anschließend brennend wieder herabstürzen und dabei unter anderem krankheitserregende Dünste und anderes Unheil über die Bewohner verbreiten. Dies war die älteste Theorie über die nichtgravitative Bewegung der Kometen, die heute allerdings kaum noch Anhänger findet.

Die auf die Entwicklung der Buchdruckerkunst um 1440 einsetzende wissenschaftliche Diskussion erfaßte auch die Kometen. Bei Beobachtungen eines 1531 erschienenen Kometen, der sich später als der Halleysche Komet erwies, stellte *P.Apianus*[2] in Ingolstadt fest, daß der Schweif des Kometen von der Sonne wegwies, und bestätigte dies anhand der Kometen von 1532,1533,1538 und 1539. Dies widersprach zwar noch nicht der bisherigen Lehre, regte aber Überlegungen über eine möglicherweise astronomische Natur der Kometen an. Ein Versuch durch *J. Vogelin*[3] in Wien, die Parallaxe des Kometen von 1532 zu messen, verlief erfolglos, ebenso entsprechende Beobachtungen des Kometen 1577b von *T.Brahe*[4] in Hvar. Daraus schloß man, daß die Kometen erheblich weiter als der Mond von der Erde entfernt sind. Inzwischen hatte bereits *N.Kopernikus*[5] die Bewegung der Planeten durch sein i.W. bis heute fortbestehendes Modell erklärt. *J.Kepler*[6] versuchte, neben der Entdeckung seiner Gesetze zur Planetenbewegung, die Bewegung der Kometen durch Geraden darzustellen, allerdings ohne gutem Erfolg. Ein wesentlicher Fortschritt ergab sich erst durch die Idee von *J.Hevelius*[7] in Danzig, eine zur Sonne hin gekrümmte Bewegung anzunehmen, was er aus Beobachtungen des Kometen von 1664/5 folgerte. Kurz darauf gelang es seinem ehemaligen Schüler *G.S.Dörfel*[8] in Plauen, die Beobachtungen des Kometen von 1680 sehr genau durch eine Parabel darzustellen. Dies war die erste wesentlich richtige Darstellung der Bahn eines Kometen.

Um 1700 bewies *I.Newton*[9] als eine der ersten Anwendungen der gerade erfundenen Infinitesimalrechnung, daß sich die Himmelskörper entsprechend den Keplerschen Gesetzen auf Kegelschnittbahnen bewegen, falls die Sonne auf sie eine anziehende Kraft $\propto r^{-2}$ zur Entfernung r bewirkt. Neben *Newton* berechnete *E.Halley*[10] die Lage und Periheldistanz von 24 früher beobachteten Kometen. Dabei fiel ihm die Ähnlichkeit der Bahnen der Kometen von 1682, 1607 und 1531 auf, sowie daß auch für 1456 von einem Kometen berichtet wurde, und er postulierte zutreffend, daß es sich um einunddenselben Kometen handelt, der 1758 zurückkehren sollte, und seither nach ihm benannt wurde.

In der nachfolgenden Zeit etablierte sich die neue Vorstellung über die Bewegung der Kometen durch ihre Anwendung auf alle neu erscheinenden Kometen. 1758 erschien erwartungsgemäß der Halleysche Komet.

---

1 **Meteorologie**, lib. II

2 **Practica auff das 1532 Jar** . Landshut 1531, *Astronomicum Cæsareum*. Ingolstadt 1540.

3 *Significatio Cometæ, qui anno 1532 apparuit*. Wien 1574. S.155.

4 *De mundi aetherii recentionibus liber secundus, qui est de illustri stella candata anno 1577 conspecta*. Uranienburg 1588.

5 Zur Erfassung der Bewegung der Planeten und Kometen siehe detailliert *E.Zinner*, **Die Geschichte der Sternkunde**. Berlin 1931. 454ff.; *J.Frischauf*, **Grundriß der Theoretischen Astronomie**. Leipzig 1922 (3.Aufl.). 102ff.

6 *De cometis libelli tres*. Augsburg 1619.

7 *Cometographia*. Danzig 1668. lib.9

8 **Astronomische Betrachtung des großen Cometen ...** . Plauen 1681.

9 *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. London 1687. **3**/16,21.

10 *Astronomiæ Cometicæ Synopsis*. London 1705.

In den Jahren 1766[11] und 1770[12] wurden erstmals Kometen entdeckt, bei denen die Beobachtungen unmittelbar auf eine Ellipsenbahn hindeuteten. Ziemliche Verwirrung stiftete zunächst auch ein kleiner grüner 'Komet', der 1781 entdeckt wurde und für den man eine fast kreisförmige Bahn hinter der des Saturn erhielt. Im Übrigen beschäftigte man sich damit, die Methoden der Bahnbestimmung[13] zu verbessern, die noch weitgehend ziellos, zeichnerisch, und unter Angewiesenheit auf unnötig vielen Beobachtungen erfolgte, und um 1797 mit dem Durchbruch endete, nach *H. W.M. Olbers*[14] neben den geometrischen auch die dynamischen Beziehungen zwischen den Orten des Kometen zu verschiedenen Zeiten zu verwenden, wie sie sich aus der Gravitationstheorie ergeben. Zumindest prinzipiell erschien aber die Bewegung der Kometen geklärt.

Etwas neues bahnte sich dann gegen 1820 an. Inzwischen hatte man mehrere Erscheinungen eines Kometen mit nur 3,3 Jahren Umlaufzeit beobachtet. Die Positionsbeobachtungen haben inzwischen die auch heutzutage nicht wesentlich bessere Genauigkeit von 1" erreicht. Die Massen der Planeten waren genau genug bekannt, um ihre Störungen auf die Bewegung des Kometen zu berücksichtigen. Gleichwohl ließen sich die Beobachtungen durch die Gravitationstheorie nur wesentlich schlechter als im Rahmen ihrer Genauigkeit darstellen. Gegenüber der Rechnung nahm die Umlaufzeit des Kometen je Umlauf signifikant um etwa zwei Stunden ab, wie die sehr sorgfältigen Untersuchungen von *J.Encke*[15] ergaben, nach dem der Komet benannt wurde. *Encke* deutete diesen Effekt als den Energieverlust infolge der Abbremsung des Kometen durch ein widerstehendes Medium, und nahm eine rücktreibende Kraft proportional v^2/r^2 an (v Geschwindigkeit, r heliozentrische Distanz des Kometen). Bei späteren Untersuchungen[16] fand *Encke* allerdings auch eine Veränderung der Orientierung der Bahnebene, die sich durch eine rücktreibende Kraft nicht erklären läßt.

1835 erschien abermals der Halleysche Komet. Gegenüber den Vorausberechnungen aus Beobachtungen von 1607,1682 und 1758 nach *O.A.Rosenberger*[17] und *P.G.de Pontécoulant*[18] wies er eine Verspätung von 4,4 Tagen bzw. 3,3 Tagen auf. Sie konnte nicht durch andere Unsicherheiten erklärt werden und stand im Gegensatz zu der Verkürzung der Umlaufszeit beim Enckeschen Kometen. Darüber hinaus wies der Komet rege Ausströmungserscheinungen auf. *F. W.Bessel*[19], der den Kometen in Königsberg beobachtete und diese Erscheinungen beschrieb, war der Meinung, daß das ausströmende Material durch seinen Rückstoß die Bewegung des Kometen grundsätzlich beeinflußen müsse. Eine Veränderung der Umlaufszeit ist sowohl durch die tangentiale Komponente der Rückstoßkraft an sich, als auch durch ihre Asymmetrie auf dem auf- und absteigenden Teil der Bahn zu erwarten. Für die Veränderung der Umlaufszeit τ infolge einer Ausströmung des μ-ten Teiles der Gesamtmasse des Kometen je Zeiteinheit zu $1/k$ (≈ 58) Tagen mit der Geschwindigkeit g unter einem Winkel α zum Radiusvektor bei der heliozentrischen Distanz r und der exzentrischen Anomalie ε leitet *Bessel* die Formel $d\tau = -3g\mu a\tau(\sqrt{ap}\sin\alpha\, d\varepsilon - \cos\alpha\, dr)$ ab. Die Ansichten von *Bessel* und seine Begründungen sind korrekt; auch ist bis heute qualitativ nur wenig mehr über diese *nichtgravitativen Kräfte* bekannt. *Bessel* vertrat diese Auffassung klar und eindeutig. Zu den Gründen, die gegen ein rücktreibendes Medium sprechen, führte er auch die Verspätung des Halleyschen Kometen auf. Es ergab sich eine Kontroverse mit *Encke*[20], der seine Äthertheorie, allerdings nicht ganz schlüssig, verteidigte. Eine Untersuchung eines Schülers von *Bessel*, *H. Westphalen*[21], die klären sollte, ob sich aus den Beobachtungen der Erscheinung 1835-6 des Halleyschen Kometen signifikante repulsive Kräfte ergeben, verlief bedauerlicherweise erfolglos; wie man heute sagen muß, bedingt durch die Kleinheit der Kräfte und die schlechte Qualität der damaligen Beobachtungen der zweiten Hälfte der Erscheinung von der Südhalbkugel.

Eine Abnahme der Umlaufszeit ergaben die Berechnungen von *A.Möller*[22] auch für den 1843, 1851 und

---

11 Komet Helfenzrider, Periodizität festg. von *J.C.Burckhardt*, Conn. des Temps **1821**(1819),293

12 Komet Lexell, Periodizität festg. von *A.G.Pingre*, Mem.Acad. Paris **1770**(1770),225

13 detailliert zusammengestellt bei *A.G.Pingre*, Cometographie. Paris 1784, Tome **2**,218-466.

14 Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode, die Bahn eines Kometen aus einigen Beobachtungen zu berechnen. Weimar 1797. 47.

15 Berliner Astron.Jahrbuch **1822**(1819),183,200,**1823**(1820),215, **1826**(1823),135,**1861**(1858) Anhang

16 Math.Abh.d.Kgl.Akad.d.Wiss.Berlin **1842**(1844),1,**1851**(1852),25

17 Astron.Nachr.**8**(1831),221,**9**(1831),53,**11**(1834),156,177,**12**(1835),187,391

18 Notice sur la cometé de Halley et son retour en 1835. Paris 1835;
Connaissance des Temps par l'an **1833**(1831),112,**1837**(1835),104,**1838**(1836),115

19 Astron.Nachr. **13**(1836),6,345,349; siehe auch *ibid.* **24**(1847),335

20 *ibid.*,265

21 Astron. Nachr. **24**(1847),333,365,**25**(1848),165,181

22 Astron.Nachr. **53**(1860),161,**54**(1861),353,**57**(1862),215.

1858 beobachteten Kometen Faye, wobei die rücktreibende Kraft eine Größenordnung höher als bei Komet Encke läge. Später[23] revidierte der Autor jedoch diese Ergebnisse dahingehend, daß bei dem Kometen keine meßbare Änderung der Umlaufszeit vorhanden ist. Ein ähnlicher Fall war Komet Pons-Winnecke, bei dem zunächst *T.Oppolzer*[24] aus Beobachtungen 1858,1869 und 1875 eine Kraft von derselben Größe wie bei Komet Encke erhielt, während spätere Berechnungen von *E.Haerdtl*[25] keine merkliche Veränderung der Umlaufszeit ergaben. Eine Neubearbeitung durch *A.D.Dubiago*[26] ergab sogar eine geringe Zunahme der Umlaufszeit im Zeitraum 1858 bis 1886. Der Grund lag in diesem Fall in der Unsicherheit der früher bekannten Werte der Jupitermasse.

Bei einer umfangreichen Untersuchung der Bahnbewegung des Kometen Encke stellte *E.Asten*[27] fest, daß sich die Erscheinungen ab 1868 nicht mit den früheren Erscheinungen in Übereinstimmung bringen lassen. Er erklärte sich dies mit den Störungen durch den kleinen Planeten (78) Diana. Eine weiterführende Untersuchung durch *O.Backlund*[28] ergab, daß seit 1868 gegenüber früher die Verkürzung der Umlaufszeit deutlich abgenommen hatte. Im Falle einer rücktreibenden Kraft $\propto v^m r^{-n}$ erfordert dieser Sachverhalt für die Exponenten die Bedingung $m + n \geq 2$. Bei der Fortführung der Untersuchungen[29] erhielt derselbe Autor, daß die Abnahme der Umlaufszeit seit 1858 bis 1908 auf etwa die Hälfte zurückgegangen ist. Da die Störungen mindestens erster Ordnung sind sowie nicht unabhängig von der Geschwindigkeit sein dürften, folgt $n = 0$, d.h. die rücktreibende Kraft wäre unabhängig von der heliozentrischen Entfernung. Außerdem folgerte er, daß der die Umlaufzeit verkürzende Einfluß nahe dem Perihel binnen kurzer Zeit erfolgt, und die zeitliche Variation der des betreffenden Mediums entspricht. Spätere Untersuchungen durch *S.G.Makover* und *N.A.Bohan*[30] bestätigten diese Ergebnisse und ergaben, daß der Effekt im Zeitraum 1937 bis 1954 abermals erheblich abgenommen hat. Die Veränderung der Lage der Bahnebene ging von etwa 30" im Zeitraum 1898 - 1911 auf 5" für 1937 bis 1954 zurück.

Für den anschließend zerfallenen Kometen Biela erhielt *J.Hepperger*[31] aus den drei Erscheinungen 1806 bis 1832 eine Abnahme der Umlaufszeit. Für den Kometen Wolf ergaben die umfangreichen und lange fortgesetzten Untersuchungen von *M.Kamienski*[32] für die Erscheinungen 1884 bis 1959 eine geringer werdende Zunahme der Umlaufszeit. Nach einer Annäherung an Jupiter 1922 waren die nichtgravitativen Effekte um die Hälfte vergrößert. Große systematische Restfehler von über 1' verblieben in den Beobachtungen von 1925, die sich erst später durch anderweitige Bearbeitung[33] als die nichtgravitativen Störungen in den anderen Elementen klären ließen. Die Untersuchungen des Kometen d'Arrest durch *A.W.Recht*[34] für den Zeitraum 1851 bis 1923 ergaben ebenfalls eine abnehmende Zunahme der Umlaufszeit. Für den Kometen Brooks 2 ergaben die Berechnungen von *A.D.Dubiago*[35] für den Zeitraum 1889 bis 1953 eine abnehmende Umlaufszeit ohne signifikanter Variation, ebenso *G.Sitarski*[36] für den Kometen Grigg-Skjellerup in der Zeit 1947 - 1961.

Die gefundenen Vergrößerungen der Umlaufszeit, die nicht durch ein rücktreibendes Medium erklärt werden konnten, waren maßgeblich daran beteiligt, daß man nach vorübergehend anderer Auffassung über den Kometenkern [37] zu der Überzeugung zurückkehrte, daß es sich um einen festen Körper handeln muß, und

---

23 Astron.Nachr. **64**(1865),145; Vierteljahresschrift d. Astron. Ges. **7**(1872),85

24 Astron.Nachr. **97**(1880),149

25 Denkschr.d.Wiener Akad.d.Wiss.(Math.-Natw.Classe) **56**(1889),151

26 Astron.Zh.**25**(1948),No.6,361.

27 Mem.Acad.Imp.Sci.St.-Petersbourg, Sér.7,**26**(1878),No.2

28 *ibid.* **32**(1884),No.3

29 *ibid.* **34**(1886),No.8, Ser.8,**30**(1911),No.2, Monthly Notices of the Royal Astron.Soc. **70**(1910),No.5,429ff.

30 Trudy Inst.Theor.Astr.Leningrad **4**(1955),133,**6**(1956),67, **8**(1960),135

31 Sitzungsb.d.Akad.d.Wiss. Wien (Math.-Natw.Classe) **109**(1900),No.2,623

32 Acta Astron. Sér. A, **3** (1933),1, Bull.Acad.Pol. Sér. A, **8**(1948), Acta Astron. **9**(1959),53,**11**(1961),33 mit weiteren Quellenangaben

33 *E.I.Kazimirchak-Polonskaya*, Proc. IAU-Symp. **45**(1972),95

34 Astron.Journal **48**(1939),65

35 Trudy Astr.Obs.Engelhard **31**(1950), Bull.Astr.Obs.Engelhard **32**(1956)

36 Acta Astron. **14**(1964),323,**16**(1966),209

37 *R.A.Lyttleton*, Comets and Their Origin. Cambridge 1953

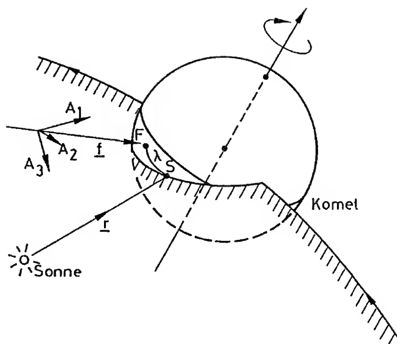

Abb. 1.1 *Nichtgravitative Kraft durch Sublimation*

Durch die Sonnenbestrahlung sublimiert Material des Kometen, woraus Kopf und Schweif entstehen. Der Rückstoß **f** stellt die nichtgravitative Kraft dar. Infolge der Rotation des Kometen ist der Sublimationsschwerpunkt F gegenüber dem subsolaren Punkt S um den lag angle λ verschoben, weil auch in tieferen Schichten Material sublimiert, wohin die Wärme erst geleitet werden und von wo aus das sublimierte Gas an die Oberfläche diffundieren muß. **r** Radiusvektor, A_1,A_2,A_3 Richtung der nichtgravitativen Parameter.

F.L. Whipple[38] sein 'Schneeballmodell' entwickelte. Durch die Erwärmung des Kometenkernes sublimiert infolge des geringen atmosphärischen Druckes die Materie zu Gas und strömt nach außen ab. Der Schwerpunkt der Sublimation ist dabei nicht genau der subsolare Punkt, sondern etwas in Rotationsrichtung versetzt. Jenachdem ob die Rotation im gleichen oder entgegengesetzten Sinn wie die Bahnbewegung erfolgt, entsteht daher heliozentrisch gesehen eine tangentiale Komponente der Repulsivkraft, die der Bahnbewegung gleich- oder gegengerichtet ist und die Umlaufperiode vergrößert bzw. verringert. Falls die Rotationsachse gegen die Bahnnormale geneigt ist, ergibt sich auch eine Komponente senkrecht zur Bahnebene (siehe Abbildung 1.1). Aus dem Wärmehaushalt und der anzunehmenden Größe des Kometenkernes sowie der chemischen Zusammensetzung und Sublimationsrate und -geschwindigkeit des Eises infolge der Erwärmung, wie sie aus dem Labor bekannt ist, ließ sich die Größe der Repulsivbeschleunigung abschätzen und erhielt *Whipple*[39] die beobachtete Größenordnung. Des Weiteren untersuchten *Whipple* und *S.E.Hamid*[40] 64 langperiodische Kometen auf eine unterschiedliche Bewegungungsgeschwindigkeit und eine radiale repulsive Kraft im ab- und aufsteigenden Teil der Bahn im Sinne von *Bessel*. Im statistischen Mittel ergab sich eine der Sonnenanziehung entgegenwirkende Kraft von relativ $(-0,53 \pm 0,10) \cdot 10^{-5}$, in Übereinstimmung mit der bei Sublimation von Wassereis zu erwartenden Größenordnung. Die Einzelergebnisse korrelierten mit der Periheldistanz, jedoch nicht mit der Helligkeit des Kometen. Diffuse Kometen und solche mit schnellem Helligkeitsabfall in zunehmender Distanz besaßen größere (positive und negative) Werte.

Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, daß mitunter auch Beobachtungseffekte für die Diskrepanzen zur gravitativen Bewegung angenommen wurden[41]. Bei einigen Kometen sind die Restfehler bei rein gravitativer Rechnung nur klein, nach *Marsden*[42] etwa bei Komet Encke (Bahn durch die Erscheinungen 1950 bis 1964) 15", bei Komet Whipple (1933-1964) 10", bei Komet Pons-Winnecke (1939-1964) unter 5". Bei manchen Kometen erreichen die Diskrepanzen jedoch Größenordnungen, die weit über der Ausdehnung des Kometen liegen, so etwa bei Komet d'Arrest (Beobachtungen 1943-1964) 800", Komet Forbes (1929-1961) 2900", Komet Honda-Mrkos-Pajdusakova 1700", bei dem Halleyschen Kometen sogar mehrere Grad. Auch die nicht berücksichtigbaren Störungen durch die Planetoiden erwiesen sich als wesentlich zu gering[43].

Bis in diese Zeit war die Bearbeitung der Bahnberechnung eines periodischen Kometen und Fortführung über mehrere Erscheinungen eine mühevolle Arbeit, die oft die gesamte Arbeitszeit eines Einzelnen über Jahrzehnte in Anspruch nahm. Die nichtgravitativen Kräfte wurden meist durch die zeitliche Veränderung der Elemente erfaßt, die man aus Gruppen zu zwei oder mehreren Erscheinungen des Kometen zu unterschiedlichen Zeiten abgeleitet hatte. Einen Überblick über die damalige Berechnung gibt *A.D.Dubiago*[44], über die erhaltenen Resultate *Z.Sekanina*[45]. Mit dem Aufkommen der elektronischen Rechenanlagen wurden wesentlich umfangreichere Rechnungen und die Untersuchung einer größeren Zahl von Kometen in Hinblick auf die nichtgravitativen Kräfte möglich. Die Berechnung der Bewegung der Himmelskörper erfolgt nun zweckmäßigkeitshalber durch numerische Integration der Bewegungsgleichungen in rechtwinkligen Koordinaten[46]. Dabei können Annahmen über den Verlauf der nichtgravitativen Beschleunigungen hinzugefügt und unter Bestimmung ihrer Vorfaktoren, der nichtgravitativen Parameter, berücksichtigt werden.

Diese umfangreiche Untersuchung der nichtgravitativen Kräfte vieler Kometen wurde von *B.G.Marsden*, später zusammen mit *Z.Sekanina*, durchgeführt. Im ersten Teil dieser Arbeit[47] wurden 18 Kometen auf eine mögliche Zu- oder Abnahme ihrer Umlaufszeit hin untersucht, und in 15 dieser Fälle festgestellt. Im zweiten Teil[48] wurde zunächst ein Standard in Hinblick auf die künftige Berechnung nichtgravitativer Beschleunigungen festgelegt. Verwendet werden sollen deren Komponenten $f_i (i = 1, 2, 3)$ im mit dem Kometen mitbewegten Koordinatensystem heliozentrisch radial, etwa in Bewegungsrichtung toroidal, sowie normal

---

38 Astroph.Journ. **111**(1950),375

39 *ibid.* 392

40 Astron.Journal **58**(1953),100

41 *A.Hall*, American J.of Sciences and Arts **2**(1871),404; *E.Roemer*, Astron.Journal **66**(1961),368

42 siehe *Z.Sekanina*, Bull.of the Astrn.Inst. of CSSR **19**(1968),No.2,47f.

43 *K.A.Shtejns*, *I.E.Zalkalne*, Proc.IAU-Symp. **45**(1972),246; *T.A.Morley*, ESOC Giotto Study Note **47**(1984)

44 **The Determination of Orbits**. New York 1961

45 Bull. of the Astron.Inst.of Czech. **19**(1968) ,No.2,47.

46 siehe dazu *W.J.Eckert*, Astron.Journ. **44**(1935),177; *P.Herget*, Astron.Journ. **52**(1947),115

47 Astron.Journ. **73**(1968),367

48 *ibid.* **74**(1969),720

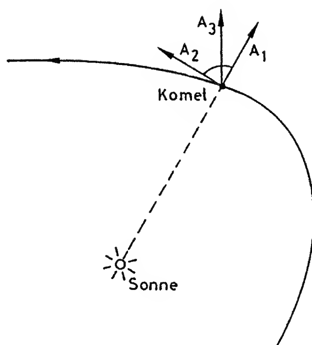

Abb. 1.2 *Nichtgravitative Parameter*

Die nichtgravitativen Parameter A_1,A_2,A_3 sind das Verhältnis der zur Bahnbewegung radialen, transversalen und normalen Komponente der nichtgravitativen Beschleunigung zu einem vorgegebenen Verlauf $g(r)$.

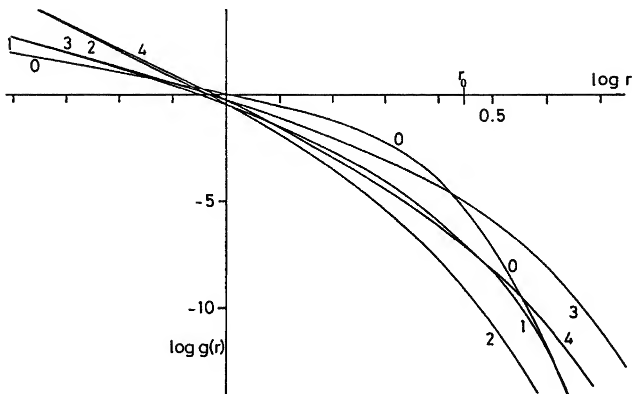

Abb. 1.3 *Verlauf der nichtgravitativen Kräfte nach Stil 1 und Stil 2*

0: Stil 2, Gl. 1.4 ($r_0 = 2,808\,AE$). *1-4*: Stil 1, Gl. 1.2 mit $C = 2$,$\alpha = 3$ (*1*) bzw. $\alpha = 5$ (*2*), $C = 4$,$\alpha = 3$ (*3*) bzw. $\alpha = 5$ (*4*).

dazu (siehe Abbildung 1.2). Sie werden aufgeteilt in den von der heliozentrischen Distanz beziehungsweise von der Zeit abhängigen Anteil gemäß

$$f_i(r,t) = A_i b_i(t) g_i(r) \quad . \qquad 1.1$$

Die $b_i(t)$ und $g_i(r)$ sind im Laufe der Zeit zu erforschen und werden für die Bahnbestimmungen zunächst einmal vorgegeben. Die A_i, die sogen. nichtgravitativen Parameter, sind für die verschiedenen Kometen bei den Bahnrechnungen zu bestimmen. Als Arbeitshypothese wurden *ad hoc* Abhängigkeiten der Form

$$g_i(r) = r^{-\alpha_i} e^{-r^2/C_i} \qquad 1.2$$

und

$$b_i(t) = e^{-B_i t} \qquad 1.3$$

angenommen (siehe Abbildung 1.3), mit zunächst gleichen Parametern α_i,C_i und B_i und einer Zeit t in Einheiten zu 10000 Tagen seit der Epoche. Bei $r = 1\, AE$ entspricht etwa $A_1 = 1,7$ dem millionsten Teil der Sonnenanziehung. Die Annahme für $g_i(r)$ wurde von *Whipple* vorgeschlagen. Für sechs der im ersten Teil betrachteten Kometen wurden die Werte der nichtgravitativen Parameter bestimmt, ebenso für den langperiodischen Kometen 1960II Burnham, bei dem zuvor systematische Restfehler der Größenordnung 10" verblieben waren[49]. Bei diesem Kometen ergab sich eine signifikante, der Sonnenanziehung entgegenwirkende Kraft von $A_1 = 5.9$. Im Falle des Kometen Schwaßmann-Wachmann 2 (Periheldistanz $q = 2.16AE$, $e = 0.38$) ließen sich durch eine Bahn ohne nichtgravitativen Kräften die sieben vorliegenden Erscheinungen 1929 bis 1968 nur mit Fehlern bis zu 100" darstellen. Durch die Erscheinungen 1961 und 1968 alleine ließ sich eine Bahn mit einem mittleren Fehler von 1"1 legen, die bei der Rückrechnung bis 1955 jedoch bis zu 80", bis 1929 bis zu 1020" Differenz zu den Beobachtungen zeigte. Bei Annahme einer toroidalen nichtgravitativen Kraftkomponente ließen sich die Erscheinungen 1955,1961,1968 auf 1"2 mittlerer Fehler darstellen, die Rückrechnung bis 1929 ergab nun Abweichungen bis 22". Zur ausreichenden Darstellung von mehr als drei Erscheinungen mußte als weiterer Parameter die radiale Komponente oder die säkulare Variation hinzugenommen werden. Bei der Variation der Parameter C und α des angenommenen Kraftgesetzes ergaben sich für $C = \infty$, also rein potenziellen Kraftverläufen, deutlich höhere Fehler als bei kleinen Werten für C. Für $C = 2$ und $\alpha = 3$ ergab sich die beste Darstellung der Beobachtungen. Diese Werte wurden daher in der Folgezeit weiter verwendet. Bei den anderen Kometen sind die nichtgravitativen Effekte erheblich geringer und wurden nur die Parameter bestimmt. *Marsden* merkt abschließend an, daß trotz der besseren mittleren Darstellung der Bewegung am Rande der Erscheinungen deutliche systematische Restfehler verbleiben. Bei Komet Schaumasse wurde eine erhebliche Änderung der nichtgravitativen Parameter nach einem Vorübergang an Jupiter im Jahre 1937 festgestellt. Der *lag angle* $\lambda \approx A_2/A_1$ war klein bei den Kometen Schwaßmann-Wachmann 2 und Whipple, die erst kurz zuvor von Jupiter eingefangen wurden und daher junge Kometen sind, dagegen groß bei Komet Encke, einem alten Kometen.

Bei den kurzperiodischen Kometen tritt im Wesentlichen die Veränderung der Umlaufszeit, bei Annahme eines symmetrischen Kräfteverlaufes also die toroidale Komponente in Erscheinung, bei langperiodischen Kometen dagegen die ungleichförmige Bewegung im ab- und aufsteigenden Teil der Bahn infolge der radialen Kraft. Im dritten Teil seiner Untersuchungen[50] überprüfte *Marsden* daher Komet 1960II Burnham und Komet 1957III Arend-Roland auf unterschiedliche Werte für C und α. Hier ergab sich nun die beste Darstellung durch einen Verlauf $\propto r^{-2}$. Daraus schloß *Marsden*, daß die Funktion der radialen und der toroidalen Komponente erheblich unterschiedlich ist und daher der lag angle erheblich von der heliozentrischen Distanz abhängt. Von weiteren 8 Kometen wurden die Parameter berechnet. Bei den Kometen Perrine-Mrkos und Pons-Winnecke wurden Änderungen der Parameter bei Jupiterannäherungen festgestellt, bei den Kometen d'Arrest und Daniel dagegen nicht.

Im vierten Teil[51] untersuchten *Marsden* und *Sekanina* mehrere Kometen, von denen Beobachtungen aus dem letzten Jahrhundert vorliegen, um einen Überblick über die Änderungen der nichtgravitativen

---

49 *B.G.Marsden, G. van Biesbroeck*, Astron.Journal **68**(1963),566
50 *ibid* **75**(1970),75
51 *ibid* **76**(1971),1135

Kräfte, etwa infolge Annäherungen an den Jupiter, zu erhalten. Ebenso wurden Kometen untersucht, die sich auflösten. Diese wiesen deutlich wechselnde Kräfte während ihren letzten Erscheinungen auf. Zur Erklärung der säkularen Änderungen der Beschleunigung oder Abbremsung konnten plausible Gründe wie die Verkleinerung des Kometenkernes oder die Änderung der Rotationsachsenlage nicht dienen, zumal die beobachteten Werte von B_2 jedes Vorzeichen haben. In Bezug auf die erratischen Änderungen wurde die Häufigkeit von Zusammenstößen mit meteoritischem Material abgeschätzt. Dabei ergab sich, daß diese am unteren Rande der für die beobachteten Diskontinuitäten nötigen Größenordnung liegt. Ein Einschlag eines Objektes mit 100 t Masse ist etwa alle 20 Umläufe, eines solchen mit 100 000 t alle 2000 Umläufe zu erwarten. Aus heutiger Sicht ist dazu noch anzumerken, daß bei Asteroiden aller Größenordnungen, auch der kleinsten, keine meßbaren Änderungen der Bahn ersichtlich sind, wie auch diverse Rechnungen des Verfassers belegen. Die erratischen Anomalien von größenordnungsmäßig 10% der säkularen Änderung sind nach Meinung des Verfassers wohl überwiegend auf Ausströmungserscheinungen, Lichtausbrüche und ähnliche Ereignisse zurückzuführen. Allerdings ist dies keine Regel. Beispielsweise der Komet 1962VIII hatte erhebliche Aktivität, jedoch zeigen die Restfehler bei den Bahnrechnungen[52] keinerlei systematische Diskrepanzen. Ebenso sind bei dem für häufige Aktivitäten bekannten Kometen Schwaßmann-Wachmann 1 keine nichtgravitativen Kräfte nachweisbar.

Im fünften Teil der Untersuchungen[53] wurde eine andere Funktion für $g_i(r)$ auf die bereits bearbeiteten Kometen und einige weitere angewendet. Durch Labormessungen war zwischenzeitlich die Sublimationsrate von Wassereis in Abhängigkeit von der Bestrahlung ermittelt worden[54]. Sie ähnelte der zuvor verwendeten Abhängigkeit mit $C = 2\,, \alpha = 3$. Die nichtgravitative Beschleunigung sollte daher für alle drei Komponenten proportional der Sublimationsrate zu

$$g(r) = \alpha(\frac{r}{r_\circ})^{-m}[1 + (\frac{r}{r_\circ})^n]^{-k} \qquad 1.4$$

mit $\alpha = 0.1113\,, r_\circ = 2.808\,AE\,, m = 2.15\,, n = 5.093\,, k = 4.6142$ angenommen werden (siehe Abbildung 1.3). Die Konstanten hängen von der chemischen Zusammensetzung des Kometen ab, insbesondere $r_\circ$; für Kohlendioxyd etwa ist $r_\circ \approx 6\,AE$. Für die Kometen Brooks 2 und Schwaßmann-Wachmann 2 ergaben Werte von $r_\circ > 4AE$ eine zu schlechte Darstellung der Beobachtungen, bei Komet Tuttle $r_\circ < 1AE$ oder $r_\circ > 10AE$, bei Komet 1960II Burnham $r < 1.6AE$ (wobei hier allerdings hauptsächlich A_1 statt A_2 in Erscheinung tritt). Zur Unterscheidung bezeichnet man diese Form der nichtgravitativen Kräfte als Stil 2, die frühere als Stil 1.

Im sechsten und letzten Teil[55] wurde die Bewegung des Kometen Encke im Zeitraum 1786 bis 1971 entsprechend untersucht, wobei die früheren Ergebnisse weitgehend bestätigt wurden. Die nichtgravitativen Effekte hatten ein Maximum um 1820 und fielen von dort an zu beiden Seiten hin etwa symmetrisch ab. Die Autoren erklärten dies durch eine Verlagerung der Rotationsachse. Allerdings ähnelt der zeitliche Verlauf eher einer Glockenkurve als einer Kreisfunktion.

Bei der Wiederkehr des Halleyschen Kometen 1909 hatten *P.H.Cowell* und *A.C.D.Crommelin*[56] erneut eine Verzögerung der Umlaufszeit um drei Tage gegenüber dem vorangegangenen Umlauf festgestellt, wovon zwei Tage nicht durch die Ungenauigkeiten der Berechnungen erklärbar waren. Bei einer späteren Untersuchung der Bewegung des Kometen will *D.K.Yeomans*[57] aus Beobachtungen der beiden Erscheinungen 1911 und 1835 signifikant $r_\circ = 2.808AE$ bestimmt haben. Dies erscheint jedoch fraglich. Erstens kann aus zwei Erscheinungen selten auch nur die säkulare Beschleunigung abgeleitet werden, geschweige denn deren Verlauf. Zweitens wurde $A_1 = 0$ angenommen, die radiale Komponente bzw. eine Unsicherheit in deren Annahme wirkt sich hauptsächlich auf die äußeren Beobachtungen aus, die aber zur Feststellung eines bestimmten Verlaufes sehr wichtig sind. Drittens waren die von *Yeomans* verwendeten Beobachtungen erheblich feh-

---

52 *B.G.Marsden*, IAU-Circ. 2043(1967)

53 Astron.Journal **78**(1973),211

54 *A.H.Delsemme, D.C.Miller*, Planetary and Space Science **19**(1971),1229; *A.H.Delsemme*, Proc.IAU-Coll. **22**(1973),305

55 *ibid* **79**(1974),413

56 Publ.Astron.Ges. **23**(1909),60; Monthly Not. Roy.Astron.Soc. **71**(1911),378

57 Astron.Journ. **82**(1977),435

lerhaft[58] und in Anbetracht ihrer Streuung von 6" zu ungenau. Viertens ergaben die hier durchgeführten Untersuchungen eine deutlich geringere Abnahme der Kräfte, als gemäß Stil 2.

In der nachfolgenden Zeit wurden für etwa vierzig Kometen die nichtgravitativen Parameter bestimmt, seit 1979 auch vom Verfasser. Eine Übersicht gibt die Tab. 1.1. Bei einigen Kometen hatte der Verfasser versucht, auch Informationen über den Verlauf $f(r)$ der nichtgravitativen Kräfte zu erhalten, was jedoch bei den betrachteten Kometen, hauptsächlich durch die geringe Anzahl der Beobachtungen in den äußeren Bahnteilen, nicht mit Signifikanz gelang. Der damals kurz bevorstehende Halleysche Komet bietet dazu in Anbatracht der zu erwartenden sehr hohen Zahl an Beobachtungen und seiner großen Helligkeit, die noch Beobachtungen in großer heliozentrischer Distanz ermöglicht, eine Gelegenheit, wie sie sich vermutlich bis zu seiner nächsten Wiederkehr nicht wiederholt. Nachdem der Komet am 16.Oktober 1982 in etwa 11 AE Entfernung[59] wiederentdeckt wurde, begann der Verfasser mit entsprechenden Berechnungen[60], die später zum Thema der vorliegenden Arbeit wurden.

Über die Bemühungen von *Bessel* und *Whipple* hinaus wurden auch weitere Betrachtungen von der Seite der Physik der nichtgravitativen Kräfte durchgeführt, die jedoch keine brauchbaren Ergebnisse lieferten.

Grundsätzlich kann man die nichtgravitativen Kräfte über den Wärmehaushalt des Kometenkernes und die Sublimationsrate und -geschwindigkeit an der Oberfläche berechnen. Sind $\mathbf{F}$ und $\mathbf{f}$ Repulsivkraft und Beschleunigung des Kometen, M, R und ϱ seine Masse, sein Radius und seine Dichte, und sind $N, \mu, \mathbf{v}, \mathbf{p} = \mu N \mathbf{v}$ Sublimationsrate pro Fläche, Molekulargewicht, Sublimationsgeschwindigkeit und Druck beim Oberflächenelement $d\mathbf{O}$, so ist

$$\mathbf{F} = M\mathbf{f} = \oint \mathbf{p}\, d\mathbf{O} \qquad 1.5$$

Ähnlich ergibt sich, wenn $\mathbf{J}$ der Trägheitstensor und ω der Spinvektor des Kometen sind, für das repulsive Moment $\mathbf{M}$ auf den Kometenkern

$$\mathbf{M} = \dot{\omega}\mathbf{J} = \oint \mathbf{r} \times \mathbf{p}\, d\mathbf{O} \qquad 1.6$$

mit $\mathbf{M} = 0$ und $\dot{\omega} = 0$ im Falle eines sphärischen Kometenkernes.

Die Sublimationsrate und -geschwindigkeit ergibt sich für ein bestimmten Stoff unter vorgegebener Temperatur entweder empirisch oder aus der Thermodynamik[61]. Die Oberflächentemperatur ergibt sich aus Modellrechnungen des Wärmehaushaltes des Kometen. Aus der Kontinuitätsgleichung

$$\dot{q} - \nabla \cdot (\mathbf{j} + \mathbf{S}) - W = 0 \qquad 1.7$$

(q Wärmeinhalt pro Volumen, $\mathbf{j}$ Wärmefluß, $\mathbf{S}$ Wärmestrahlungsfluß, W Wärmeerzeugung abzgl. -verbrauch pro Volumen) ergibt sich unter Einführung des Wärmeleitungstensors $\mathbf{K}$ und der Artwärme pro Gewicht c gemäß

$$\mathbf{j} = \mathbf{K}\nabla T \qquad 1.8$$

$$q = \rho c T \qquad 1.9$$

für den örtlichen und zeitlichen Verlauf der Temperatur T die Wärmeleitungsgleichung

$$\dot{T}(\rho c + [c\frac{d\rho}{dT} + \rho\frac{dc}{dT}]T) - \nabla \cdot (\mathbf{K}\nabla T) - W - \nabla \cdot \mathbf{S} = 0 \quad . \qquad 1.10$$

Für die Oberflächentemperatur T_o folgt nach Anwendung des Satzes von Gauß und der Energiebilanz von Wärmeleitung zum Kometeninneren, Sublimationswärme und Strahlungsfluß von Sonne und Komet senkrecht zur Oberfläche

$$-K\nabla T|_o + LN + (\varepsilon\sigma T_o^4 - s) = 0 \qquad 1.11$$

[58] Siehe dazu §§4.1,4.3

[59] nur 1"5 vom durch *V. V. Sawtschenko*, Kiev Komet Zirk. **295**(1982) vorausberechneten Ort

[60] die Ergebnisse der wohl ersten Bahnverbesserung nach der Wiederentdeckung siehe Sterne u.Weltr.**22**(1983),59

[61] siehe etwa *E. Clapeyron*, `Abhandlung über die bewegende Kraft der Wärme`. Leipzig 1926. 20ff.

mit der Temperatur T, der Stefan-Boltzmann-Konstante σ, dem Korrekturfaktor zum schwarzen Körper ε, der Tiefe x, der Verdampfungswärme L und der Bescheinung $s = max(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}\,[1 - A]s_o/r^3, 0)$, wobei $\mathbf{n}$ die Oberflächennormale, $\mathbf{r}$ der Radiusvektor Komet $\rightarrow$ Sonne, $r = |\mathbf{r}|$, A die Albedo und s_o die Solarkonstante ist.

Für eine Abschätzung der Temperatur kann man in der Energiebilanzgleichung die Wärmeleitung und Sublimationswärme vernachlässigen und die Schwarzkörpertemperatur im Strahlungsfeld der Sonne annehmen. Bei isothermer Oberfläche ist jedoch ersichtlichermaßen auch die Sublimation in alle Richtungen gleich. Zur Berechnung der nichtgravitativen Kräfte muß man daher die Wärmeleitungsgleichung für jeden Ort der Oberfläche mit der Bilanzgleichung als Rand- und der Strahlungstemperatur als Anfangsbedingung lösen.

Ausgehend von diesem Grundprinzip haben mehrere Autoren Modellrechnungen unter Annahmen für die eingehenden Parameter durchgeführt.

O. V. Dobrovolskij und *M. Z. Markovich*[62] nahmen einen homogenen Kern aus Wassereis einerseits ohne, andererseits mit einer Staubschicht an der Oberfläche an. Den Sublimationsdruck nahm man zu $\log P = -2720/T + 13.75\,dyn/cm^3$ an, wie er für Wassereis im Labor ermittelt wurde. Im zweitgenannten Fall mußte zusätzlich die Randbedingung für die Grenztiefe, sowie die Diffusion des Gases durch die Staubschicht berücksichtigt werden. Im ersten Fall ergab sich für die angenommenen Parameter ($R = 1\,km$, Rotationsdauer 6 Stunden) eine Verzögerung der höchsten Temperatur gegenüber dem subsolaren Punkt um 120° an der Oberfläche und um 180° in $x = 8\,cm$ Tiefe, der lag angle betrug $\lambda = 31°$. Die Amplitude der Temperatur betrug an der Oberfläche $12°C$, bei $8\,cm$ Tiefe $7°C$. Im Falle einer Staubschicht betrug die Temperaturverzögerung ebenfalls 120°, die Amplitude von $200°C$ war jedoch in 1 cm Tiefe auf wenige $°C$ abgefallen mit einer Verzögerung von über einer Umdrehung. Die Staubschicht mit der hohen Wärmekapazität wirkt wie ein warmer Umschlag und wärmt den Kometen von allen Seiten her, sodaß auch in alle Richtungen etwa gleich viel Gas sublimiert, sich die Kräfte weitgehend aufheben und von einem lag angle nicht mehr gesprochen werden kann. Die radiale Kraftkomponente hatte in etwa die selbe Größe wie die transversale. Dies erklärt, warum alte Kometen, bei denen sich bereits eine Staubschicht an der Oberfläche gebildet hat, einen größeren lag angle haben.

Neuere Modellrechnungen stammen von *H. Rickman* und *C. Froeschlé*[63]. Hierbei wurde angenommen, daß der Kometenkern aus einer Mischung von H_2O- und CO_2-Eis besteht und auf einem Anteil der Oberfläche keine Sublimation stattfindet. Die Sublimationsrate wurde über die *Clausius-Clapeyron*-Gleichung berechnet. Ferner wurde angenommen, wie dies Untersuchungen von *J. Klinger*[64] für Wassereis ergeben hatten, daß die Artwärme proportional, die Wärmeleitfähigkeit umgekehrt proportional zur Temperatur zunimmt. Die Autoren berechneten über fünfzig Modelle unter Variation der Parameter. Die Ergebnisse erwiesen sich als erheblich abhängig von der Rotationsdauer und der thermischen Trägheit $I_{th} = \sqrt{\varrho CK}$. Temperaturverzögerung und lag angle wachsen mit zunehmenden I_{th} an, die Temperaturamplitude nimmt ab. Vor dem Perihel sind Temperatur und nichtgravitative Kräfte geringer als nach dem Perihel, bei hohem I_{th} ist der Unterschied sehr groß (Abbildung 1.4).

Modelle für den Halleyschen Kometen wurden ausgearbeitet. Bei kleinem I_{th} nimmt die Kraft mehr, bei großem I_{th} weniger mit der heliozentrischen Distanz zu als nach Stil 2. Auch in Perihelnähe ist der Verlauf sehr unterschiedlich. Der lag angle ist vor dem Perihel um einige Grad größer, beträgt in Perihelnähe 5° und bei $r \approx 5\,AE$ etwa 30°.

Bei weiteren Modellrechnungen mit Änderungen bezüglich einiger Details erhielten *Rickman* und *Froeschlé*[65] insbesondere von I_{th} erheblich abhängende Prognosen für den Verlauf der nichtgravitativen Kräfte. Im Grenzfall zu hohen Werten von I_{th} verläuft f_1 etwa wie nach Stil 2, während f_1 nur geringfügig von der heliozentrischen Distanz abhängt. Allgemein ist der Verlauf sehr von I_{th} abhängig, in größerer heliozentrischer Distanz sogar um einige Zehnerpotenzen von Stil 2 verschieden.

F. Hechler[66] hat den Gedanken geäußert, daß möglicherweise die transversale Kraft eine wesentlich geringere Rolle spielt und die nichtgravitativen Effekte entsprechend den Vorstellungen von *Bessel* hauptsächlich

---

[62] Proc. IAU-Symp. **45**(1972),287

[63] **Cometary Exploration** [Hrsg. *T. I. Gombosi*]. Budapest 1983. **1**,95,**3**,109

[64] Icarus **47**(1981),320

[65] Astron.Astroph.**170**(1986),145,161

[66] private Mitteilung, 1986

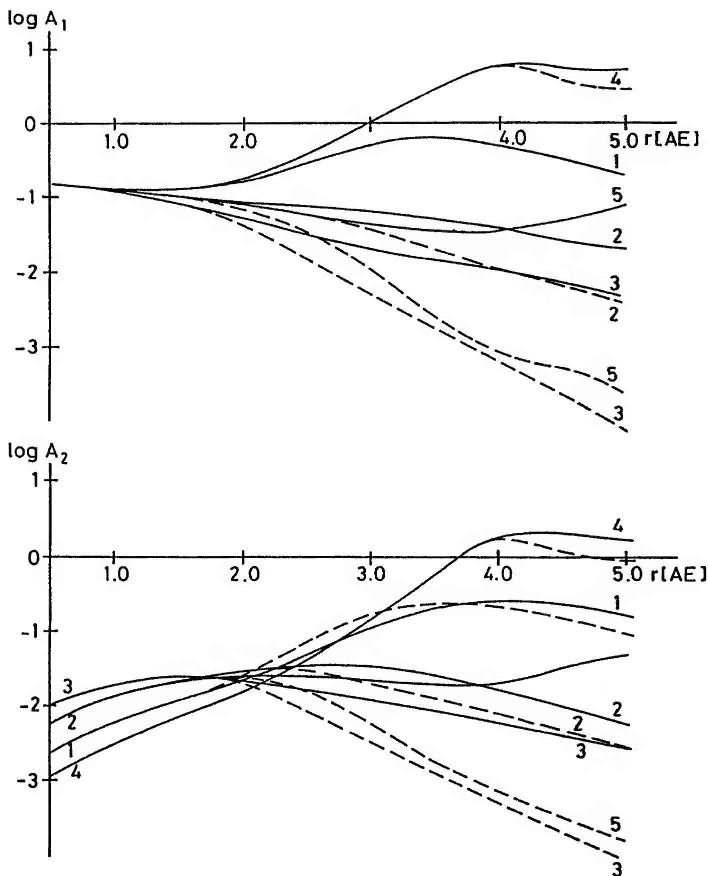

Abb. 1.4 *Verlauf der nichtgravitativen Kräfte nach Rickmann und Froeschlé*

Modelle *1-3*: Rotationsdauer 10^h, thermische Trägheit I_{th} 130, 500, 1000. Modelle *4,5*: Rotationsdauer 50^h, I_{th} 130, 1000. gestrichelt/durchgezogen: Verlauf vor/nach dem Perihel. Die Parameter beziehen sich auf Stil 2, die nichtgravitative Beschleunigung ist $f(r) = A(r)\,g(r)$.

durch die Asymmetrie der radialen Kraft entstehen. Die zeitweiligen Fluktuationen könnten eventuell mit Helligkeitsänderungen einhergehen. Dies wäre für die Bahnbestimmungen äußerst wertvoll, da dann der Verlauf der nichtgravitativen Kräfte weitgehend aus Helligkeitsbeobachtungen folgt. Leider ist derzeit eine Überprüfung oder gar die Feststellung formelmäßiger Zusammenhänge aus den Beobachtungen nicht möglich. Pauschal gesagt wäre bei einer Zunahme der Umlaufszeit eine größere Helligkeit nach dem Perihel zu erwarten und umgekehrt. Bei den meisten periodischen Kometen ist dies auch der Fall[67], jedoch gibt es auch Gegenbeispiele. Bei dem Halleyschen Kometen ist die Helligkeit nach dem Perihel größer als vor dem Perihel und trifft dies nach den Untersuchungen des Verfassers auch auf die radialen Kräfte zu.

Den Zusammenhang zwischen den nichtgravitativen Kräften und einerseits den zeitlichen Änderungen der Bahnelemente, andererseits den an einen als sphärisch angenommenen Kometenkern angreifenden Kräften, gab *Z.Sekanina*[68] an. In einer weiteren Untersuchung[69] betrachtet er als Spezialfall eine impulsartige Störung und die Frage, wie sich aus den Änderungen der Bahnelemente der Augenblick der Störung ermitteln läßt. Im dritten Teil seiner Untersuchungen wendet *Sekanina* dies auf den Halleyschen Kometen in seiner Erscheinung 1910 an. *P.E.Zadunaisky*[70] hatte bei der Zusammenfassung der über fünftausend Beobachtungen zu 33 Normalorten und anschließenden Bahnbestimmung signifikante Diskrepanzen zwischen der Bahn vor und nach dem Perihel festgestellt. Daraus leitet *Sekanina* Zeitpunkt und Größe einer impulsartigen Störung sowie Aussagen über die Rotation des Kometen ab. Aus heutiger Sicht sind diese Ergebnisse nicht haltbar. Der Verfasser hat anfangs die Normalorte von *Zadunaisky* ebenfalls verwendet (siehe §4.3) und dabei nur wesentlich geringere Diskrepanzen gefunden. Sehr wahrscheinlich lagen die früher beobachteten Diskrepanzen an den damals noch erheblich unsichereren Massen der Planeten, wie dies auch von Bahnbestimmungen anderer Himmelskörper her bekannt ist[71]. Im vierten Teil seiner Untersuchungen[72] erklärt *Sekanina* den Zerfall einiger Kometen durch die nichtgravitativen Kräfte, was jedoch sehr spekulativ ist. Im fünften Teil [73] leitet *Sekanina* die Rückwirkung der nichtgravitativen Kräfte auf die Rotation des Kometen ab, insbesondere die Änderung des Drehimpulses durch das Rückstellmoment. Nach der bereits erwähnten Zusammenstellung der bis dahin bekannten Umlaufszeitänderungen einiger kurzperiodischer Kometen versucht *Sekanina* im letzten Teil [74], die als impulsmäßig angenommenen nichtgravitativen Effekte bei den einzelnen Kometen zu lokalisieren.

Den Gedanken, die säkularen Änderungen der nichtgravitativen Kräfte durch eine Änderung der Rotationsachsenlage zu erklären, verfolgt *Sekanina* weiter. Zunächst[75] leitet er Achsenlage und Präzession für Komet Faye ab, der von einer Beschleunigung zur Abbremsung wechselte. Später arbeitet er ein Verfahren aus, um aus den aus unterschiedlichen Erscheinungen berechneten nichtgravitativen Parametern die Koordinaten des Poles, den als zeitlich konstant angenommenen lag angle, die Präzessionskonstante, und die Rotationsgeschwindigkeit an der Oberfläche abzuleiten, und wendet das Verfahren auf die Kometen Encke, Kopff, Comas Solá und Brooks 2 an[76]. Demnach kann sich die Achsenlage von Umlauf zu Umlauf um teilweise mehrere Grad ändern.

Über die allgemeinen Befunde hinaus, wonach Bestehen und Größenordnung der nichtgravitativen Kräfte und der lag angle sowie der Unterschied bei neuen und alten Kometen in dem gemäß Wärmehaushalt und Sublimation zu erwartenden Bereich liegen, stellen diese Untersuchungen die einzige bisherige Verbindung zwischen der Physik der nichtgravitativen Kräfte und den Beobachtungen dar. Ein Nachteil des Verfahrens besteht darin, daß die Lösungen nicht eindeutig sind. Darüber hinaus ist erst ab einer größeren Anzahl an Erscheinungen (ab etwa sieben) eine brauchbare Genauigkeit erreichbar. Ferner sind Bedenken berechtigt, in

---

67 *M.Beyer*,Astron.Nachr.**250**(1933),233,**262**(1937),217, **264**(1938),401,**265**(1938),37,**272**(1942),249,**275**(1947),237, **278**(1950),217,**279**(1950),49,**282**(1955),145, **284**(1958),112,241,**286**(1961),219,**287**(1963),153,**288**(1964),113, **289**(1966),173,**291**(1970),257,**293**(1972),241

68 Bull.Astron.Inst. of CSSR **18**(1967),15

69 *ibid.*, 19

70 Astron.Journal **71**(1966),20

71 s. etwa *J.Schubart*, Mitt.Astron.Ges. **21**(1966),65,**25**(1968),171

72 a.a.O., 296

73 *ibid*, 347

74 *ibid* **19**(1968),351

75 Proc. IAU-Symp. **45**(1972),294

76 Astron.Journal **84**(1979),1894, **89**(1984),1573,**90**(1985),1370,2335,**91**(1986),422

welchem Umfang die Änderungen der nichtgravitativen Kräfte überhaupt auf Verlagerungen der Rotationsachse zurückgeführt werden können. Eine wichtige Kontrolle kann die Normalkomponente der Kräfte sein, die bei dem Verfahren von *Sekanina* nicht verwendet wird und bisher nur für wenige Kometen berechnet wurde. Für Komet Kopff erhielt der Verfasser 1984 aus Beobachtungen 1932 bis 1983 $A_3 = -0,04$, aus den Erscheinungen 1958 bis 1983 $A_3 = -0,09$, eine Untersuchung durch *G.Sitarski,B.Todorović-Juchniewicz* und *H.Rickman*[77] ergab $A_3 = -0,28 + 0,02(t - 1964)$. Nach dem Modell von *Sekanina* müßte dagegen A_3 positiv sein.

Die Anwendung eines thermischen Modelles für den Halleyschen Kometen von *P.Mahr*[78] unter Verwendung der Rotationsachsenlage nach *Z.Sekanina* ergab eine schlechte Vorhersage für die Position des Kometen beim Vorbeiflug der Sonde *Giotto* im März 1986.

Zusammenfassend bergen die Modellrechnungen zwar keine grundsätzlichen Schwierigkeiten. Aufgrund der großen Zahl der eingehenden Parameter lassen sie jedoch gegenwärtig keinerlei Aussagen über den Verlauf der nichtgravitativen Kräfte zu. Wie die Ergebnisse der Bahnbestimmungen nahelegen, dürfte eine Theorie auch allenfalls für normale, nicht zerfallende oder erlöschende Kometen möglich sein. Ebenso muß man sich grundsätzlich mit einem bestimmten Genauigkeitsbereich von ca. 5% zufrieden geben, weil darunter erratische, nicht mehr zuverlässig modellierbare Effekte infolge der Aktivität des Kometen gegeben sind.

Als am meisten sinnvoll erscheint es derzeit, Aufschlüsse über den Verlauf der nichtgravitativen Kräfte aus den Beobachtungen zu erhalten. Der Verlauf des Betrages der Kraft hängt nicht von der Rotationsachsenlage und -dauer und der Figur des Kometen ab, und dürfte bei ähnlicher physikalischer Beschaffenheit für die verschiedenen Kometen ähnlich sein, was für die Bahnbestimmung und Ephemeridenrechnung von großem Wert wäre. Bei dem Vergleich mit den Modellrechnungen dürfte sich zumindest die thermische Trägheit des Kometenkernes abschätzen lassen. Wenn sich die Komponenten der nichtgravitativen Kraft in verschiedenen Bahnteilen ermitteln lassen, kann daraus die Lage der Rotationsachse erschlossen werden.

---

[77] Astron.Astrophys. **188**(1987),206

[78] ESOC Giotto Flight Dynamics Report **1** No.4 (1986),17; siehe auch §4.1

Tabelle 1.1 *Nichtgravitative Parameter der periodischen Kometen*

Komet	q	P	N	*Zeitraum*	$\triangle P$	A_1	A_2	B_2	*Anmerkung*
Encke	0,34	3,3	54	1786-1987	−0,02	−0,1	−0,003	+0,8	
Honda-Mrkos-Pajdušáková	0,56	5,2	7	1948-1986	−0,15	+0,1	−0,045	−0,4	
Halley	0,59	76	31	-465-1988	+4,4	+0,05	+0,015	−0,00	E 837/0,03
Brorsen	0,60	5,5	5	1846-1879	+0,2?	+1	+0,1	e	
Crommelin	0,75	28	5	1818-1985	0				
Pons-Brooks	0,78	72	3	1812-1954	−4	−0,1	−0,027	e	
Grigg-Skjellerup	0,86	4,9	15	1902-1987	−0,005	+0,01	−0,001	–	
Biela	0,89	6,7	6	1772-1852	−0,25	+1,2	−0,09	e	um 1839 zerfallen
Schwaßmann-Wachmann 3	0,94	5,4	2	1930-1979		+0,6	+0,039		A_3 − 0,25; J 1952; J 1964; E 1930/0,06
Tempel-Tuttle	0,97	33	4	1366-1965	+0,4		+0,009		
Giacobini-Zinner	0,98	6,5	11	1900-1987	−0,1		−0,01	e	
Tuttle	1,03	14	11	1790-1987	+0,09	+0,1	+0,013	+	
Finlay	1,07	6,9	11	1886-1987	+0,06	+0,3	+0,02	e	J 1957/0,60
Tempel-Swift	1,09	5,5	4	1869-1908	−0,13	+0,1	−0,11	+0,2	
Tuttle-Giacobini-Kresák	1,12	5,5	7	1858-1984	+0,07	+0,2	+0,03	e	
Pons-Winnecke	1,16	6,2	18	1819-1976	+0,002	+0,01	+0,002		fünf mal J 1882-1942/$< 0,7$
Schaumasse	1,20	8,2	6	1911-1960	−0,08	+0,4	−0,041	+	J 1937/0,37
Olbers	1,20	72	3	1815-1956	+5	+0,2	+0,065		
Perrine-Mrkos	1,20	6,5	5	1896-1968		−0,1	−0,06		J 1959/0,38
Churyomov-Gerasimenko	1,30	6,6	3	1969-1982		0,0	+0,012		
Tempel 2	1,37	5,2	18	1873-1988	+0,001	+0,05	+0,001		J 1943/0,63
d'Arrest	1,37	6,7	15	1851-1987	+0,12		+0,10	+0,1	
de Vico-Swift	1,40	5,9	3	1844-1965	+0,04				J 1885/0,60 ; 1897/0,44
Arend-Rigaux	1,40	6,7	5	1950-1978	0,00	0	0		
Borrelly	1,41	6,9	11	1905-1986	−0,04	+0,11	−0,040	+	J 1936/0,54 ; J 1972/0,61
Tsuchinshan 1	1,50	6,6	4	1965-1984					
Kopff	1,54	6,4	11	1906-1977					
Neujmin 1	1,54	18	4	1913-1966	0,0	0	0		
Forbes	1,54	6,4	6	1929-1980	+0,05		+0,06	+2	Vorzeichenwechsel bei A_2
Daniel	1,55	6,8	6	1909-1978	+0,06	+1,1	+0,078		J 1959/0,53
Stephan-Oterma	1,57	38	3	1867-1981		+0,2	−0,003		

Tabelle 1.1 *Nichtgravitative Parameter der periodischen Kometen* *(Fortsetzung)*

Komet	q	P	N	*Zeitraum*	$\triangle P$	A_1	A_2	B_2	*Anmerkung*
Wolf-Harrington	1,61	6,5	7	1924-1984	$-0,04$	$+0,2$	$-0,05$		
Wirtanen	1,62	6,7	6	1947-1987	$-0,07$	$+0,5$	$-0,087$		
Faye	1,64	7,4	18	1843-1984	$-0,001$	$+0,1$	$-0,003$	–	J 1899/0,51; J 1959/0,60
Tempel 1	1,70	5,9	7	1867-1983	0,00	0	0		J 1870/0,36
Comas Solá	1,77	8,5	7	1927-1979	$+0,01$	$+1$	$-0,09$		
Tsuchinshan 2	1,79	6,8	4	1965-1984		$-1,2$	$-0,004$		
Arend	1,82	7,8	4	1951-1975	$-0,02$	$+0,1$	$-0,029$		
Brooks 2	1,87	6,9	13	1889-1986	$-0,11$	$+2$	$-0,2$		J 1886/0,001 ; J 1922/0,086
Reinmuth 2	1,90	6,7	7	1947-1987	0	0	0		
Neujmin 3	1,98	10,6	3	1929-1972	0	0			
Reinmuth 1	2,0	7,6	7	1928-1980		$+0,2$	$-0,028$		
Schwaßmann-Wachmann 2	2,1	6,5	10	1929-1985	$-0,05$	$+1$	$-0,18$	$+0,3$	
Holmes	2,2	7,0	6	1892-1980	$+0,02$				J 1908/0,54
Johnson	2,3	6,9	6	1949-1984		$+0,8$	$-0,027$		
Kearns-Kwee	2,2	9,0	3	1963-1982		0	$-0,4$		
Ashbrook-Jackson	2,3	7,4	5	1948-1979		0	$-0,012$		
Gunn	2,5	6,8	4	1954-1982		$+2$	$+0,6$		
Whipple	2,5	7,5	8	1933-1986	$-0,01$	$+0,6$	$-0,044$		
Wolf	2,5	8,4	13	1884-1984	$+0,002$	$+0,1$	$+0,008$		
Oterma	3,4	7,9	3	1942-1962	0	0	0		
Smirnova-Chernikh	3,6	8,5	3	1967-1983	0	0	0		
Schwaßmann-Wachmann 1	5,5	16	4	1925-1974	0	0	0		

Die Tabelle enthält diejenigen periodischen Kometen, die auf nichtgravitative Kräfte hin untersucht wurden. q Periheldistanz, P Umlaufszeit in Jahren, N Anzahl der beobachteten Erscheinungen, anschließend *Zeitraum* derselben, $\triangle P$ nichtgravitative Änderung der Umlaufszeit in Tagen je Umlauf, A_1,A_2 radialer und transversaler nichtgravitativer Parameter, B_2 relative säkulare Änderung von $\triangle P$ und A_2 in 10000 Tagen (e falls stark erratisch veränderliche Kräfte, – bei mäßigen erratischen Änderungen, + bei geringen erratischen und säkularen Änderungen). Unter *Anmerkungen*: J oder E Annäherungen an Jupiter oder Erde mit Jahr/Distanz.

2. Theoretische Grundlagen

2.1. Die Bewegungsgleichungen

2.1.1. Gravitative Bewegung

2.1.1.1. Bewegung im Gravitationsfeld eines Himmelskörpers

Vorgegeben sei eine Raumstruktur

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu \tag{2.1}$$

Die Bewegung in solch einem Raum ergibt sich aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung, nach dem sich ein Objekt verhält, um von einer Eigenzeit zu einer anderen zu gelangen:

$$W = \int L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\, ds \rightarrow min. \tag{2.2}$$

mit

$$L = \frac{m}{2} = \frac{m}{2}\, g_{\mu\nu}\, \frac{dx^\mu}{ds}\, \frac{dx^\nu}{ds} \tag{2.3}$$

(m Ruhemasse, s/c Eigenzeit).
Die Lösung des Variationsproblemes sind die Eulerschen Gleichungen

$$\frac{d}{ds} \frac{\partial L}{\partial\, dx^\lambda/ds} = \frac{\partial L}{\partial x^\lambda} \tag{2.4}$$

Setzt man L ein, erhält man

$$\frac{d}{ds}(\frac{m}{2}\, g_{\mu\nu}\, \frac{dx^\nu}{ds}) = \frac{m}{2}[g_{\mu\nu}\frac{d^2x^\nu}{ds^2} + \frac{1}{2}(g_{\mu\nu,\alpha} + g_{\mu\alpha,\nu})\frac{dx^\nu}{ds}\frac{dx^\alpha}{ds}] = \frac{m}{2}\frac{dx^\nu}{ds}\frac{dx^\alpha}{ds} g_{\nu\alpha,\mu} \tag{2.5}$$

also

$$\frac{d^2x^\lambda}{ds^2} = -\Gamma^\lambda_{\nu\alpha}\, \frac{dx^\nu}{ds}\, \frac{dx^\alpha}{ds} \tag{2.6}$$

mit

$$\Gamma^\lambda_{\nu\alpha} = \frac{1}{2}(g_{\mu\nu,\alpha} + g_{\mu\alpha,\nu} - g_{\nu\alpha,\mu})/g_{\lambda\mu} \tag{2.7}$$

Darin kann man die beidseitig auftretenden Differentiale nach der Eigenzeit auch weglassen oder durch die Ableitung nach einem anderen Parameter, insbesondere der Koordinatenzeit, ersetzen. Nachfolgend verwenden wir die Bezeichnungen $x = x^1, y = x^2, z = x^3$ für die räumlichen Koordinaten, $t = x^4$ für die Koordinatenzeit, sowie $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ und $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v} = x\frac{d}{dt}x + y\frac{d}{dt}y + z\frac{d}{dt}z = r\frac{d}{dt}r$.

a) Standardkoordinaten der Schwarzschildmetrik

Der Raum um einen Massenpunkt wird durch die Schwarzschildlösung der Einsteinschen Feldgleichungen beschrieben[1]:

$$ds^2 = [1 - 2\frac{\mu}{r}]\, dt^2 - 2\frac{\mu}{r}\, dr^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) \tag{2.8}$$

Die hier auftretenden Koordinaten x, y, z nennt man *Standardkoordinaten* der Schwarzschildmetrik. Das formale Ausrechnen der Γ aus den abgelesenen g_{ij} ergibt die Bewegungsgleichungen

$$\frac{d^2x^k}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3}x^k + \frac{2}{r^3}\frac{\mu}{c^2}\left(\left[\mu\frac{1}{r} - v^2 + \frac{(\mathbf{r}\cdot\mathbf{v})^2}{r^2}\Big(1 + \frac{1}{2(1 - 2\frac{\mu}{c^2}\frac{1}{r})}\Big)\right]x^k + \frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}}{1 - 2\frac{\mu}{c^2}\frac{1}{r}}\,\frac{d}{dt}x^k\right) \qquad (k = 1, 2, 3) \tag{2.9}$$

---

[1] Auf deren Ableitung kann hier nicht eingegangen werden; siehe dazu *H.Stephani*, **Allgemeine Relativitätstheorie**. Berlin 1977. 95ff.

b) Isotrope Koordinaten

Die Metrik **g** um einen Massenpunkt kann man *ad hoc* als eine Reihe nach den Potenzen des reziproken Abstandes von einem Punkt zusätzlich eines anisotropen Termes entwickeln, wobei als konstanter Term für $r \to \infty$ die Metrik des Minkowski-Raumes $ds^2 = c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$ anzunehmen ist. Wählt man dazu die Form der Eddington-Robertson-Reihe

$$ds^2 = (1 - 2\alpha\frac{\mu}{r} + 2\beta\frac{\mu^2}{r^2}...)c^2\,dt^2 - (1 + 2\gamma\frac{\mu}{r} + ...)\,(dx^2 + dy^2 + dz^2) - 2\frac{\mu}{r^3}\delta_{ij}\,dx^i dx^j ... \qquad 2.10$$

wobei jetzt die räumlichen Koordinaten einen einheitlichen Vorfaktor haben (*isotrope Koordinaten*), ergibt das formale Ausrechnen[2] und Einsetzen der Γ aus den abgelesenen g_{ij} die Bewegungsgleichungen

$$\frac{d^2x^k}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3}x^k + \frac{2}{r^3}\frac{\mu}{c^2}\left(\left[(\beta+\gamma)\frac{\mu}{r} - \frac{1}{2}\gamma v^2 ...\right]x^k + \left[(1+\gamma)\,\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}...\right]\frac{d}{dt}x^k\right) \qquad (k = 1,2,3) \qquad 2.11$$

Vergleicht man obige Reihenentwicklung mit der Schwarzschildlösung, folgen für die den Einsteinschen Feldgleichungen entsprechenden Werte der Koeffizienten $\alpha = \beta = \gamma = 1$ und $\delta_{ij} = 0$ [3]. Das Verhältnis der isotropen Koordinaten zu den Standardkoordinaten der Schwarzschildlösung beträgt $1 - \frac{\mu}{r}$, das der Koordinatenzeiten 1 [4]. Durch die Korrespondenz zu den Newtonschen Bewegungsgleichungen im klassischen Grenzfall $c \to \infty$ folgt außerdem $\mu = MG = k^2$ (M Sonnenmasse, G Newtonsche Gravitationskonstante, k Gaußsche Konstante). Außerdem folgt nach entsprechender Anwendung, wenn der Massepunkt sich seinerseits im Feld eines anderen befindet, für $\frac{d^2x_1^k}{dt^2}\mu_1(1 + v_1^2/2) + \frac{d^2x_2^k}{dt^2}\mu_2(1 + v_2^2/2) = 0$, im Schwerpunktsatz tauchen also die speziell-relativistischen Massen auf.

An Unterschieden gegenüber der klassischen Rechnung bestehen im Wesentlichen folgende *relativistische Effekte*:

a) Bedingt durch die Zusatzterme in obiger Bewegungsgleichung erfolgt die Bewegung der Himmelskörper nicht mehr auf einem Kegelschnitt, in erster Näherung erfolgt eine Periheldrehung[5]. Die klassischen Elemente sind nicht mehr eindeutig definiert sondern hängen von den gebrauchten Koordinaten ab.

b) Die Bewegung des Lichtes ist, ausgedrückt in den Koordinaten, nicht mehr linear, was bei der Berechnung der Richtung, in welcher Himmelskörper beobachtet werden, zu berücksichtigen ist.

c) Bei der Integration der Bewegungsgleichungen tritt die Koordinatenzeit auf, die von der auf der Erde gemessenen Zeit unterschiedlich ist.

Bei der Berechnung des Verhältnisses Koordinatenzeit zu Eigenzeit d^2t/ds^2 der Erde nach Gl. 2.6 erhält man analog zu Gl. 2.9 und Gl. 2.10 einen nur von r sowie einen von $\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}$ abhängigen Anteil, der sich als Verlangsamung der Uhr bei Annäherung an das Gravitationsfeld bzw. als Zeitdilatation infolge der Geschwindigkeit deuten läßt. Die Einheit der Koordinatenzeit TDB wurde jedoch so gewählt, daß sie säkular mit der Erdzeit ET übereinstimmt, und nur wegen dem durch die Elliptizität der Erdbahn leicht veränderlichen r bedingte periodische Differenzen von unter $0,002\,s$ auftreten[6]. Der drittgenannte Effekt braucht daher in der Praxis nicht weiter beachtet zu werden.

Bei genauer Rechnung müßte auch der Lichtweg in den verwendeten Koordinaten integriert werden. Der Haupteffekt auf die Bewegung des Lichtes ist die Aberration, die zu berücksichtigen ist (s. §2.5.1). Danach kann in ausreichender Näherung die Richtung des Objektes klassisch berechnet werden, denn ansonsten tritt nur eine Vergrößerung der Elongation zur Sonne auf, die bei einem Objekt am scheinbaren Sonnenrand 1"7 beträgt und mit der Elongation schnell abnimmt[7]. Bei dem hier bearbeiteten Kometen konnte dies unberücksichtigt bleiben, da keine Beobachtungen mit sehr geringer Elongation von der Sonne vorlagen.

---

[2] explizit durchgeführt u.a. bei *V.A.Brumberg*, `Relativistische Himmelsmechanik`. Moskau 1972. 163,382ff., s.auch Proc.IAU Symp. **109**(1984),21

[3] Die beobachtete Bewegung natürlicher und künstlicher Objekte im Sonnensystem bestätigt diese Werte gut, siehe etwa *J.D.Anderson,G.S.Levy,N.A.Renzetti*, Proc.IAU Symp. **114**(1985),337; *E.V.Pitjeva*, Bull.Inst.Theor. Astr. **15**(1986),538

[4] siehe dazu und zur Bedeutung der Koeffizienten etwa *S. Weinberg*, `Gravitation and Cosmology`. New York 1972, 183ff.

[5] Die Integration in Standardkoordinaten ergibt einen glatteren Verlauf der Elemente als in isotropischen Koordinaten, siehe etwa *G.Sitarski*, Acta Astron. **33**(1983),300

[6] siehe dazu *G.M.Clemence, V.Szebehely*, Astron.Journ.**72**(1967),1324

[7] im Einzelnen angegeben bei *V.A.Brumberg*, Astron.Zh.**58**(1981),190; USNO Circ. **163**(1981),A7,**167**(1983),A9-1

Der erste Effekt bewirkt bei dem hier betrachteten Kometen nur Positionsänderungen von unter 0"1 pro Umlauf. In der heliozentrischen Position der Erde beträgt der Fehler pro Jahrhundert etwa 0"05. Die Berechnung der Position der Erde muß sehr genau erfolgen, da sie für die Berechnungen grundlegend ist. Insbesondere hat sich der Halleysche Komet in den Jahren 1835/6 und 1910/1 der Erde erheblich genähert, sodaß sich bei Vernachlässigung der relativistischen Effekte ein systematischer Fehler in der Darstellung der erdbezogenen Positionen von etwa 1" ergeben würde. Darüber hinaus werden die Ephemeriden der großen Planeten heutzutage standardmäßig relativistisch berechnet. Für verschiedene Zwecke, wie Bahnrechnungen der erdnahen Kleinplaneten, ist dies auch erforderlich. Es sollte vermieden werden, von Fall zu Fall die Grundlagen zu wechseln. Der rechnerische Aufwandt der Mitnahme der relativistischen Effekte ist zudem sehr gering. Daher wurde dies bei allen vorliegenden Rechnungen durchgeführt.

2.1.1.2. Mehrkörperproblem

Sind mehrere Massenpunkte vorhanden, so können außer in praktisch nicht vorkommenden Ausnahmefällen ($r < \mu/c^2$) wegen der Korrespondenz der Einsteinschen Feldgleichungen mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz die von ihnen hervorgerufenen Metriken aufaddiert werden. Für jeden Planeten tritt daher in der Bewegungsgleichung ein der rechten Seite entsprechender Term hinzu, wobei die Position des betrachteten Objektes vom jeweiligen Planeten aus zu rechnen ist. In der Praxis ist es völlig ausreichend, bei den Planeten nur den klassischen Anteil zu berücksichtigen. Die Bewegungsgleichungen für das i-te Objekt sind dann

$$\ddot{x}_i^k = -\sum_{j\neq i}^{n} \frac{\mu_j}{r_{ij}^3}(x_i^k - x_j^k) + \triangle\ddot{x}_i^k \qquad 2.12$$

(j Index der restlichen Objekte, n Anzahl an Objekten), Dabei sind $\triangle\ddot{x}^k$ die relativistischen Effekte je nach Art der verwendeten Koordinaten. Die relativistische Beschleunigung des Zentralkörpers durch die Gravitation der Planeten beträgt insgesamt $\mu(1 + v^2/2)\triangle\ddot{x}^k = -\sum_j^n \mu_j(1 + v_j^2/2)\triangle\ddot{x}_j^k$, sie sollte berücksichtigt werden, damit der Schwerpunkt des Systemes durch die gegenseitigen relativistischen Effekte nicht beschleunigt wird.

In der Praxis verwendet man statt den Koordinaten häufig die formalen Koordinatendifferenzen zum Zentralkörper, sodaß dieser stets die 'Koordinaten' $(0,0,0)$ hat. Zieht man in der Bewegungsgleichung des Zentralkörpers und des betrachteten Körpers den Term des jeweils anderen vor die Summe, und subtrahiert beide Gleichungen voneinander, erhält man als Bewegungsgleichung ausgedrückt in den Koordinatendifferenzen, die wir hier einmal ebenfalls mit x^k bezeichnen wollen,

$$\ddot{x}_i^k = -\frac{(\mu + \mu_i)}{r_i^3}x^k + \sum_{j\neq i}^{n} \mu_j(\frac{x_i^k - x_j^k}{r_{ij}^3} - \frac{s_i^k}{r_j{}^3}) + (\triangle\ddot{x}_i^k - \triangle\ddot{x}^k) \qquad 2.13$$

Die ersten Terme in der mittleren Klammer sind die *direkten* Störungsterme, die auch im Inertialsystem auftraten, die zweiten nennt man die *indirekten* durch die Störungen der Planeten auf die Sonne.

2.1.1.3. Die Bewegung des Erde-Mond-Systemes

Eine besondere Betrachtung ist bei Anwesenheit von zwei verhältnismäßig benachbarten Himmelskörpern erforderlich, konkret für die Bewegung des Erde-Mond-Systemes. Man kann zwar die Bewegung von Erde und Mond als zwei getrennte Objekte numerisch berechnen. Dieses Verfahren ist aber sehr unökonomisch. Die Berechnung geschieht in der Praxis durch numerische Integration (s. §2.3). Die Rechnung müßte mit unverhältnismäßig kleiner Schrittweite erfolgen, damit nicht durch kleine Ungenauigkeiten die benachbarten Objekte auseinanderlaufen, und damit die Ergebnisse noch brauchbar interpoliert werden können. Um hier keine erratischen Ergebnisse zu erhalten, muß die Schrittweite wesentlich kleiner als ein siderischer Monat sein, während ohne den gegenseitigen Störungen die Jahreslänge maßgeblich wäre. In der Praxis könnte bei längeren Rechnungen eine Schrittweite von 0,4 Tagen nicht überschritten werden[8]. Darüber hinaus sind für Erde und Mond in den Bewegungsgleichungen zusätzliche rechenintensive Terme wegen ihrer Figur und zur Librationsdämpfung zu berücksichtigen[9].

---

[8] siehe auch *C. Oesterwinter, C.J. Cohen*, NWL Technical Report No. TR-2693(1972), 78-81

[9] *ibid.* 22-36

Die Bewegung des Schwerpunktes von Erde und Mond (*Baryzentrum*) ist von ihren gegenseitigen Störungen weitaus geringfügiger betroffen. Die Bewegungsgleichung für seine Position $(\mu_E + \mu_M)\mathbf{x}_B = \mu_E \mathbf{x}_E + \mu_M \mathbf{x}_M$ erhält man sofort durch zweimaliges Ableiten nach der Zeit und Einsetzen der Bewegungsgleichungen von Erde und Mond. Dabei fallen die direkten Terme der gegenseitigen Störungen mit der kleinen gegenseitigen Distanz im Nenner heraus, und die verbleibende Differenz der indirekten Terme ist sehr klein. Dies ist im Wesentlichen die *reactio* auf die Störungen der Sonne durch die 'Figur' des Erde-Mond-Systemes. Hauptsächlich entsteht eine Periheldrehung um 6"7 pro Jahrhundert[10].

Zur Vermeidung der genannten Schwierigkeiten ist es daher zweckmäßig, die Bewegung des Baryzentrums zu integrieren. Für die hierbei noch verbliebenen Terme können die Position von Erde und Mond mit völlig ausreichender Genauigkeit durch eine genäherte Berechnung der geozentrischen Mondposition und Anwendung der Definition des Schwerpunktes erhalten werden. Statt der Erdposition interpoliert man bei Bedarf die des Baryzentrums und berechnet die Relativposition ebenfalls analytisch (s. §2.5.2).

2.1.1. Nichtgravitative Bewegung

Für die nichtgravitative Bewegung läßt sich noch keine Theorie ableiten. In Anlehnung an *Marsden* und *Sekanina* sowie aus dem Gesichtspunkt einer praktischen Handhabung (s. §2.4) soll einstweilen als Ansatz eine Superposition mehrerer Funktionen für die radiale, transversale und normale Kraft, jeweils separiert in den explizit entfernungs- und zeitabhängigen Anteil, verwendet werden (s. Gl. 2.37,2.56).

2.2. Die Anfangswerte und oskulierenden Elemente

Die Bewegungsgleichungen sind Differentialgleichungen zweiter Ordnung der Koordinaten nach der Zeit, sodaß sechs *Initialwerte* nötig sind. Bei Verwendung der Bewegungsgleichungen in der obigen Form sind dies Ort und Geschwindigkeit $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$.

Im klassischen Ein- und Zweikörperproblem tritt auf der rechten Seite der Bewegungsgleichungen nur der erste Term auf. Die Integration kann dann geschlossen durchgeführt werden[11], wobei sich eine Bewegung gemäß der Keplerschen Gesetze ergibt. Die für die Beschreibung der Bewegung sowie für die Anschauung zweckmäßigsten Integrationskonstanten sind die sechs klassischen Bahnelemente T, q bzw. M, a sowie e, ω, Ω, i. Aus diesen Elementen lassen sich $\mathbf{x}$ und $\dot{\mathbf{x}}$ für einen vorgegebenen Zeitpunkt berechnen, umgekehrt folgen aus gegebenen $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ die klassischen Elemente. Für den Zusammenhang zwischen Ort und Geschwindigkeit und den Elementen gelten die Beziehungen[12]

$$\begin{aligned} k\sqrt{p}\sin i \sin\Omega &= y\dot{z} - z\dot{y} \\ k\sqrt{p}\sin i \cos\Omega &= x\dot{z} - z\dot{x} \\ k\sqrt{p}\cos i &= x\dot{y} - y\dot{x} \end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned} e\sin v &= \frac{\sqrt{p}}{kr}(x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}) \\ e\cos v &= \frac{p}{r} - 1 \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned} r\cos u &= x\cos\Omega + y\sin\Omega \\ r\sin u &= (-x\sin\Omega + y\cos\Omega)\sec i \end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned} a &= p/(1-e^2) \\ \mu &= k/|a|^{1,5} \\ \omega &= u - v \end{aligned} \tag{2.17}$$

---

[10] siehe etwa *P.Bretagnon*, Astron.Astrophys. **84**(1980),340

[11] siehe etwa *J.Bauschinger*, **Die Bahnbestimmung der Himmelskörper**. 2.Aufl., Leipzig 1928. 126ff

[12] *ibid.* 348; *K.Stumpff*, **Himmelsmechanik**. Berlin 1951. **1**,180,190f.

$e < 1(Ellipse):$ $\tan\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{v}{2};$ $M = (t-T)\mu = E - e\sin E$

$e > 1(Hyperbel):$ $\tanh\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{e-1}{e+1}}\tan\frac{v}{2};$ $M = (t-T)\mu = e\sinh E - E$ 2.18

$e \approx 1(parabelnah):$ $Q = \frac{k}{2}\sqrt{\frac{1+e}{q^3}}; \gamma = \frac{1-e}{1+e};$ $Q(t-T) = \tan\frac{v}{2} + \frac{1}{3}(1-2\gamma)\tan^3\frac{v}{2} - \frac{1}{5}\gamma(2-3\gamma)\tan^5\frac{v}{2}...$

Dabei ist $k = 0,01720209895\sqrt{1+\mu_i/\mu}$.

Falls mehr als zwei Körper zu betrachten oder die relativistischen Effekte oder zusätzliche Kräfte zu berücksichtigen sind, können die Bewegungsgleichungen nicht geschlossen integriert werden. Bei Objekten im Sonnensystem erfolgt die Bewegung dennoch auf Bahnen, die der Zweikörperbewegung sehr ähneln. Nach wie vor kann man Ort und Geschwindigkeit rein formal nach obigen Formeln umrechnen: $(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \Leftrightarrow (T, q$ oder $M, a;\ e, \omega, \Omega, i)$. Auf diese Weise erhält man die zur jeweiligen Zeit gehörenden *oskulierenden Elemente*. Sie sind zweckmäßig, da sie eine Anschauung über die ungefähre Bahn geben, sowie die einfache Berechnung genäherter Ephemeriden nach den geschlossenen Formeln der Zweikörperbewegung erlauben.

Aus diesem Grund sind üblicherweise und auch hier (§4) als Bestimmungsstücke der Bewegung nicht die rechtwinkligen Initialwerte, sondern die oskulierenden Elemente angegeben. Sie lassen sich zur Weiterverwendung nach den vorgenannten Formeln ineinander umrechnen.

2.3. Die Integration der Bewegungsgleichungen

Zur Integration der Bewegungsgleichungen ist es naheliegend, für die Beschreibung der Bewegung Variablen zu benutzen, die sich nur langsam ändern. Am geeignetesten erscheinen hierfür die klassischen Bahnelemente, die im speziellen Fall des Ein- und Zweikörperproblemes zeitlich unverändert, ansonsten nur langsam veränderlich sind, einmal von besonderen Fällen naher Annäherungen abgesehen. In den Bewegungsgleichungen kann man dann den ersten, von der Sonne herrührenden Term erledigen, indem man die Position nach den Formeln für die Zweikörperbewegung berechnet, und die restlichen Terme entweder durch Ansetzen einer Reihenentwicklung und Berechnen ihrer Koeffizienten durch analytische oder numerische Integration (*allgemeine Störungen*), oder direkt durch numerische Integration der Terme selbst (*spezielle Störungen*) berechnet und hinzufügt.

Der erstgenannte Weg gelingt nur bei Bahnen mit allenfalls mäßiger Elliptizität, geringer Neigung zur Bahnebene der störenden Planeten, und nicht allzu großen Störungen. Ein Problem ist außerdem, daß von vorneherein nicht alle Argumente zu überblicken sind, nach denen die Reihen entwickelt werden müssen, um innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeit zu bleiben. Darüberhinaus lassen sich zusätzliche Kräfte nur schwerfällig berücksichtigen. Das Verfahren der allgemeinen Störungen wurde früher umfangreich ausgearbeitet und verwendet, hat aber wegen den genannten Schwierigkeiten heute nur noch nebensächliche Bedeutung, wie etwa zur Verifizierung eines nichtrotierenden Bezugssystemes oder der Frage der langzeitlichen Stabilität des Sonnensystemes. Für die meisten Kometen ist dieses Verfahren ungeeignet.

Vorteilhafter ist die Berechnung der speziellen Störungen. Sie wurde erstmals von *E.Halley* bei der Vorausberechnung der Wiederkehr des nach ihm benannten Kometen für 1758 angewendet. Auch hierfür wurden zahlreiche Methoden ausgearbeitet. Am meisten durchgesetzt hat sich das Verfahren von *Encke* und *Bond*, was einfach darin besteht, die hinteren Terme der Bewegungsgleichungen in den rechtwinkligen Koordinaten entlang des ungestörten Weges numerisch zu integrieren und zu ihm hinzuzufügen, wobei nach längerer Integration für die Fortführung der ungestörten Rechnung auf die veränderte Bahn übergegangen wird.

Günstigere Variablen als die rechtwinkligen Koordinaten sind die Polarkoordinaten oder gar die Elemente[13]. Die Störungsterme lassen sich durch Durchdifferenzieren der Umrechnungsformeln leicht auf diese Variablen transformieren. Ein praktischer Nachteil ist jedoch, daß die Ausdrücke erheblich länger werden und die vergleichsweise rechenintensiven Winkelfunktionen enthalten. Daher wurden Methoden ausgearbeitet, welche statt der Bahnelemente ähnliche Invarianten verwenden[14]. Weitere Nachteile gegenüber der unmittelbaren Berechnung der Störungen in den Koordinaten, wie die schwierige Berücksichtigung zusätzlicher

[13] siehe etwa *K.Stumpff*, **Himmelsmechanik**. Bd. **2**. Berlin 1965. 383ff.
[14] *ibid.* 407ff

Kräfte anderer Art, konnten aber auch damit nicht beseitigt werden. Bei Berücksichtigung der Störungen durch die inneren Planeten, wie sie inzwischen üblich ist, muß außerdem eine wesentlich kleinere Schrittweite gewählt werden, sodaß die Vorteile, die zur Verwendung dieser Variablen führten, nicht mehr bestehen.

Aus diesen Gründen wird heutzutage allgemein die Bewegung der Himmelskörper durch numerische Integration der Bewegungsgleichungen, ausgedrückt durch die rechtwinkligen Koordinaten als Variablen, berechnet, was auch bei vorliegenden Berechnungen der Fall war.

Für die Durchführung der Integration sind im Wesentlichen zwei Methoden in Gebrauch. Zum Einen kann man fordern, daß die Lösung der Differentialgleichung durch eine Funktion approximiert wird, für die innerhalb eines kleinen Intervalles die Koeffizienten noch für möglichst hohe Potenzen des Argumentes konstant bleiben (Verfahren von *Runge-Kutta*) [15]. Zum Anderen kann man ein Polynom fordern, welches auch die Funktionswerte an den vorangegangenen Stützstellen darstellt (Verfahren von *Adams-Störmer*)[16].

Das erstgenannte Verfahren hat den Nachteil, daß bei jedem Integrationsschritt die Funktionswerte mehrmals berechnet werden müssen, sowie das Auftreten umfangreicherer Formeln. Es rentiert sich nur, wenn neben der Lösung der Differentialgleichungen auch ihre Ableitungen benötigt werden oder wenn die Differentialgleichungen sehr einfach sind. Beim hier gegebenen Problem benötigt man nur die Lösung und ihre erste Ableitung (Koordinaten und Geschwindigkeit des integrierten Himmelskörpers). Der Aufwand für die reine Integration ist proportional der Zahl der Himmelskörper. Demgegenüber enthalten die Differentialgleichungen rechen- intensive Funktionen wie eine Wurzel, und der Aufwandt zur Berechnung der Funktionswerte nimmt etwa quadratisch mit der Anzahl der Himmelskörper zu. Daher wurde das zweitgenannte Verfahren verwendet.

Eine besonders geeignete Approximation der zu integrierenden Funktion, die automatisch die Darstellung der Funktionswerte der vorangegangenen Stützstellen sicherstellt, und aus der sich sehr einfach alle benötigten Formeln ableiten lassen, ist die Newtonsche Interpolationsformel:

$$x(t) = \Delta^0 + t\Delta^1 + \frac{1}{2}t(t-1)\Delta^2 + \frac{1}{2\cdot 3}t(t-1)(t-2)\Delta^3 + ... \qquad 2.19$$

Dabei wird das Differenzenschema $\mathbf{\Delta}$ gebildet gemäß $\Delta_j^{i+1} = \Delta_{j+1}^i - \Delta_j^i$ für $i = 0,1,2,...; j = 0,1,2...$ mit $\Delta_j^0 = x(t = j)$, und ist es für diejenige Stützstelle in die Interpolationsformel einzusetzen, von der an die Zeit t gerechnet wird. Dieser Stützpunkt hätte nachfolgend stets den zeitlichen Index $j = t = 0$, der jedoch weggelassen wurde. Da sich die Differenzen mithin aus den Funktionswerten für $j \geq 0$ berechnen, kann nur für positive Werte von t eine gute Anpassung erwartet werden.

Bezeichnet man die vom Argument t abhängigen Faktoren mit $\alpha_o = 1$, $\alpha_1 = t$,$\alpha_2 = t(t-1)/2$ &^{c}., und führt die Integration durch, ergibt sich

$$\ddot{x}(t) = \alpha_o\Delta^0 + \alpha_1\Delta^1 + ... \qquad = \sum_n \alpha_n\Delta^n \qquad 2.20$$

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_o + \Delta^0\int_o^t \alpha_o dt + \Delta^1\int_o^t \alpha_1 dt + ... \qquad = \sum_n \Delta_n \int \alpha_n dt \qquad 2.21$$

$$x(t) = x_o + \dot{x}_o\cdot(t-t_o) + \Delta_o\int_o^t\!\!\int \alpha_o dt + \Delta_1\int_o^t\!\!\int \alpha_1 dt + ... = x_o + \dot{x}_o(t-t_o) + \sum_n \Delta_n\int_o^t\!\!\int \alpha_n dt \qquad 2.22$$

mit

n	α_n	$\int \alpha_n dt$	$\iint \alpha_n dt^2$
0	1	t	$t^2/2$
1	t	$t^2/2$	$t^3/6$
2	$(t^2-t)/2$	$(2t^3-3t^2)/12$	$(t^4-2t^3)/24$
3	$(t^3-3t^2+2t)/6$	$(t^4-4t^3+4t^2)/24$	$(3t^5-15t^4+20t^3)/360$
4	$(t^4-6t^3+11t^2-6t)/24$	$(12t^5-90t^4+220t^3-180t^2)/1440$	$(2t^6-18t^5+55t^4-60t^3)/1440$

[15] *C.Runge, H.König*, Vorlesungen über numerisches Rechnen. Berlin 1924. 286ff.; *E.Fehlberg*, Zeitschr.f. angew. Math. u.Mech. **38**(1958),421, **40**(1960),252,449,**44**(1964),83,T17, Computing **14**(1975),371

[16] *ibid.*

Durch Linearkombinationen dieser Gleichungen erhält man die gesuchten Integrationsformeln.

2.3.1. Die Integrationsformeln

a) Berechnung von $(x_{-1} - x_o)$ aus $(x_o - x_1)$
Hierfür erhalten wir

$$(x_{-1} - x_o) - (x_o - x_1) = x_1 + x_{-1} - 2x_0 = \dot{x}_o[1 - 1] + \sum_n \Delta^n (\int_o^1 \int + \int_o^{-1} \int) \alpha_n dt$$
$$= \Delta^0 + \frac{1}{12}\Delta^2 - \frac{1}{12}\Delta^3 + \frac{19}{240}\Delta^4 ... \qquad 2.23$$

Mit dieser Formel, dem *Prediktor*, wird zunächst über den Bereich hinausextrapoliert, innerhalb dessen die Interpolationsformel der Funktion angepaßt ist. Nachdem der Wert der Differentialgleichung für den neuen Punkt berechnet und das neue Differenzenschema gebildet ist, kann das Integral durch die folgende Formel, nunmehr inerhalb des Gültigkeitsbereiches der Interpolationsformel, verbessert werden.

b) Berechnung von $(x_o - x_1)$ aus $(x_1 - x_2)$
Hier ergibt sich

$$(x_o - x_1) - (x_1 - x_2) = x_o - 2x_{-1} + x_2 = \dot{x}_o[2 - 2] + \sum_n \Delta^n (\int_o^2 \int - 2 \int_o^1 \int) \alpha_n dt$$
$$= \Delta^0 + \Delta^1 + \frac{1}{12}\Delta^2 - \frac{1}{240}\Delta^4 ... \qquad 2.24$$

Diese Formel, der *Korrektor*, erlaubt die Verbesserung des mit dem Prediktor abgeschätzten Ergebnisses.

c) Berechnung von $\dot{x}_{-1}$ aus $\dot{x}_o$

$$\dot{x}_{-1} - \dot{x}_o = \sum_n \Delta^n \int_o^{-1} \alpha_n dt$$
$$= -\Delta^0 + \frac{1}{2}\Delta^1 - \frac{5}{12}\Delta^2 + \frac{3}{8}\Delta^3 - \frac{251}{720}\Delta^4 ... \qquad 2.25$$

Diese Formel ist der Prediktor für die Geschwindigkeit.

d) Berechnung von $\dot{x}_0$ aus $\dot{x}_1$

$$\dot{x}_0 - \dot{x}_1 = -\sum_n \Delta^n \int_o^1 \alpha_n dt$$
$$= -\Delta^0 - \frac{1}{2}\Delta^1 + \frac{1}{12}\Delta^2 - \frac{1}{24}\Delta^3 + \frac{19}{720}\Delta^4 ... \qquad 2.26$$

Korrektor für die Geschwindigkeit. Falls die Geschwindigkeiten zwar zu integrieren sind, aber - etwa bei Vernachlässigung der relativistischen Terme - nicht in die Bewegungsgleichungen eingehen, braucht nur dieser Korrektor angewendet zu werden.

e) Berechnung von $\dot{x}_0$ aus $(x_o - x_1)$

$$\dot{x}_0 - (x_1 - x_o) = -\sum_n \Delta^n \int_o^1 \int \alpha_n dt$$
$$= -\frac{1}{2}\Delta^0 - \frac{1}{6}\Delta^1 + \frac{1}{24}\Delta^2 - \frac{1}{45}\Delta^3 + \frac{7}{480}\Delta^4 ... \qquad 2.27$$

Diese Form des Korrektors für die Geschwindigkeit ermöglicht ihre Berechnung aus der Koordinatendifferenz $x_o - x_1$. Dies ist von Bedeutung, wenn die Geschwindigkeiten nur gelegentlich gebraucht werden - etwa für

die Berechnung oskulierender Elemente - und daher nicht mitintegriert werden sollen. Aber auch allgemein ist die Integration der Geschwindigkeiten zusammen mit den Koordinaten durch *e)* und *f)* vorzuziehen gegenüber der durch *d)* und *e)*, damit sich nach längerer Rechnung nicht die Geschwindigkeiten von den Koordinaten entfernen.

f) Berechnung von $\dot{x}_{-1}$ aus $(x_o - x_1)$
Addieren von *c)* und *e)* ergibt

$$\dot{x}_{-1} - (x_1 - x_o) = -\frac{3}{2}\Delta^0 + \frac{1}{3}\Delta^1 - \frac{3}{8}\Delta^2 + \frac{127}{360}\Delta^3 - \frac{481}{1440}\Delta^4 ... \qquad 2.28$$

Der zu *e)* gehörende Prediktor für die Geschwindigkeit. Er wird benötigt, wenn die Geschwindigkeiten in die Bewegungsgleichung eingehen, etwa bei Berücksichtigung der relativistischen Terme.

Es sei noch angemerkt, daß sich auf ähnliche Weise auch Integrationsformeln mit besonderen Eigenschaften herleiten lassen, etwa solche, die mehr als zwei Differenzen der bereits berechneten Koordinaten oder Geschwindigkeiten, im Übrigen aber nur die geraden oder ungeraden Differenzen der Beschleunigungen, enthalten.

2.3.2. Umwandlung der Anfangswerte in Anfangsrandwerte

Anfangs liegen nur x und $\dot{x}$ für einen Zeitpunkt vor. Um die Integrationsformeln anwenden zu können, müssen daraus die Differenzen der Koordinaten von zwei um eine Schrittweite voneinander entfernten Zeiten sowie das Differenzenschema, also letztlich die Koordinaten für mehrere umliegende Zeiten, berechnet werden.

Durch Einsetzen der Zeiten $t = 1, 2, 3...$ in Gl. 2.21,2.22 erhält man

$$\text{t=1:} \quad x_1 - x_o = \dot{x}_o + \sum_n \Delta^n \int_o^1 \!\! \int \alpha_n dt = \frac{1}{2}\Delta^0 + \frac{1}{6}\Delta^1 - \frac{1}{24}\Delta^2 + \frac{1}{45}\Delta^3 - \frac{21}{1440}\Delta^4 \; ...$$

$$\text{t=2:} \quad x_2 - x_o = 2\dot{x}_o + \sum_n \Delta^n \int_o^2 \!\! \int \alpha_n dt = 2\Delta^0 + \frac{8}{6}\Delta^1 + \frac{2}{45}\Delta^3 - \frac{1}{30}\Delta^4 \; ...$$

$$\text{t=3:} \quad x_3 - x_o = 3\dot{x}_o + \sum_n \Delta^n \int_o^3 \!\! \int \alpha_n dt = \frac{9}{2}\Delta^0 + \frac{9}{2}\Delta^1 + \frac{9}{8}\Delta^2 + \frac{3}{20}\Delta^3 - \frac{9}{160}\Delta^4 \; ... \qquad 2.29$$

$$\text{t=4:} \quad x_4 - x_o = 4\dot{x}_o + \sum_n \Delta^n \int_o^4 \!\! \int \alpha_n dt = 8\Delta^0 + \frac{32}{3}\Delta^1 + \frac{32}{6}\Delta^2 + \frac{64}{45}\Delta^3 \; ...$$

$$\text{t=5:} \quad x_5 - x_o = 5\dot{x}_o + \sum_n \Delta^n \int_o^5 \!\! \int \alpha_n dt = \frac{25}{2}\Delta^0 + \frac{125}{6}\Delta^1 + \frac{125}{8}\Delta^2 + \frac{25}{36}\Delta^3 + \frac{125}{96}\Delta^4 \; ...$$

usw., sowie

$$\text{t=1:} \quad \dot{x}_1 - \dot{x}_o = \sum_n \Delta^n \int_o^1 \alpha_n dt = \Delta^0 + \frac{1}{2}\Delta^1 + \frac{1}{12}\Delta^2 + \frac{1}{24}\Delta^3 + \frac{19}{720}\Delta^4 \; ...$$

$$\text{t=2:} \quad \dot{x}_2 - \dot{x}_o = \sum_n \Delta^n \int_o^2 \alpha_n dt = 2\Delta^0 + 2\Delta^1 + \frac{1}{3}\Delta^2 - \frac{1}{90}\Delta^4 \; ...$$

$$\text{t=3:} \quad \dot{x}_3 - \dot{x}_o = \sum_n \Delta^n \int_o^3 \alpha_n dt = 3\Delta^0 + \frac{9}{2}\Delta^1 + \frac{9}{4}\Delta^2 + \frac{3}{8}\Delta^3 - \frac{3}{80}\Delta^4 \; ... \qquad 2.30$$

$$\text{t=4:} \quad \dot{x}_4 - \dot{x}_o = \sum_n \Delta^n \int_o^4 \alpha_n dt = 4\Delta^0 + 8\Delta^1 + \frac{20}{3}\Delta^2 + \frac{8}{3}\Delta^3 + \frac{14}{45}\Delta^4 \; ...$$

$$\text{t=5:} \quad \dot{x}_5 - \dot{x}_o = \sum_n \Delta^n \int_o^5 \alpha_n dt = 5\Delta^0 + \frac{25}{2}\Delta^1 + \frac{175}{24}\Delta^2 + \frac{75}{8}\Delta^3 + \frac{425}{144}\Delta^4 \; ...$$

usw.

Durch Anwendung dieser Formeln in beide Richtungen erhält man die gewünschten Koordinaten. Werden in den Integrationsformeln noch die Terme bis zum Grad l berücksichtigt, sind sinnvollerweise $^l/_2$ Örter beidseitig zum Startpunkt zu berechnen, und dabei noch die Terme bis zum $(^l/_2 - 2)$-ten Grad zu berücksichtigen. Anfangs berechnet man $\ddot{x}_o(x_o, \dot{x}_o)$, und damit iterativ verbesserte Örter und Geschwindigkeiten und daraus wiederum Beschleunigungen.

2.3.3. Zusätzliche Anmerkungen

Zur Ableitung der obigen Formeln wurde die Newtonsche Interpolationsformel in der allgemein üblichen Form angesetzt, bei der die Differenzen $\mathbf{\Delta}$ in positiver Richtung der Zeit gebildet werden. Bei der Durchführung der Integration rechnet man das Argument häufig in der entgegengesetzten Richtung, da x_{-1} der auf x_o folgende Integrationsschritt ist, und bildet entsprechend auch die Differenzen in der umgekehrten Richtung, also obige Δ^i ersetzen sich durch $(-1)^i\Delta^i$. In diesem Fall sind in obigen Formeln also die Vorzeichen der ungeraden Differenzen sowie der Geschwindigkeiten umzudrehen.

Die Praxis zeigt, daß für Berechnungen der Bewegung von Himmelskörpern im Sonnensystem die Anwendung des Korrektors überflüssig ist. Gegebenenfalls ist es günstiger, eine geringere Integrationsschrittweite zu wählen. Ebenso kann man in nahezu allen Fällen die Integrationsschrittweite konstant beibehalten. Die vorliegenden Rechnungen wurden ohne Verwendung des Korrektors und mit konstanter Integrationsschrittweite von etwa 0,6 bis 1,0 Tagen durchgeführt. Dabei wurden noch Terme bis zum zehnten Grad in den Integrationsformeln berücksichtigt, also aus elf vorliegenden Orten ein zwölfter berechnet[17].

Aus der Definitionsgleichung des Differenzenschemas folgt für die Differenzen für den nächsten Integrationsschritt $\Delta_{-1}^{i+1} = \Delta_0^i - \Delta_{-1}^i$. Man braucht daher nicht das gesamte Differenzenschema abzuspeichern und bei jedem Schritt neu zu berechnen, sondern nur den jeweils oberen Differenzenvektor, der auch tatsächlich in den Integrationsformeln auftritt.

Bei denjenigen Schritten der Integration, bei denen oskulierende Elemente zu berechnen sind, empfiehlt es sich, bei der Bildung des neuen Differenzenschemas zusätzlich die Änderung der letzten Differenz aufzubewahren, um zur Verringerung von Rundungsfehlern - insbesondere bei Weiterverwendung der Elemente als Startwerte für andere Integrationen - in Gl. 2.27 noch einen Grad höher als bei der Integration zu berücksichtigen.

Bei der zumindest bei kreisähnlichen Bahnen in der Praxis als günstig befundenen Integrationsschrittweite von etwa $^1/_{400}$ der Umlaufszeit sind die Koordinatendifferenzen $x_i - x_{i\mp1}$ um zwei Größenordnungen kleiner als die Koordinaten selbst. Daher ist es angebracht, statt der Koordinaten selbst diese Differenzen als die Stammfunktion der Integration aufzufassen und aufzuaddieren. Insbesondere wird am Schluß des Anfangsverfahrens von der unmittelbar berechneten Differenz zweier Koordinaten ausgegangen und wird diese nicht erst aus den bereits gebildeten Koordinaten berechnet. Durch dieses Verfahren ist ein Verlust an Genauigkeit auch bei sehr kleiner Schrittweite ausgeschlossen.

Bei einer Änderung der Schrittweite ist es im Allgemeinen notwendig, möglichst genau die Geschwindigkeiten zu berechnen und damit das Anfangsverfahren mit der neuen Schrittweite durchzuführen. Bei einer Umkehr der Integrationsrichtung geht man dagegen wie folgt vor. Aus dem Differenzenvektor wird durch Aufaddieren von hinten das Differenzenschema und damit der Differenzenvektor für die neue Integrationsrichtung gebildet. Aus dem alten und neuen Differenzenvektor berechnet sich unter Verwendung der beiden je nach Integrationsgrad letzten der Gl. 2.29 die Differenz $(x_l - x_{l-1}) - (x_{-l} - x_{-l+1})$.

Die Differenzen sind einfache Linearkombinationen der Beschleunigungen, sodaß man sie leicht durch Letztere ersetzen kann[18]. Dies hat den Vorteil, daß man sich den äußerst geringen Zeitaufwandt für das Bilden des neuen Differenzenvektors einspart. Man erhält jedoch das Ergebnis als kleine Differenz sehr großer Zahlen, was die Rechengenauigkeit erheblich vermindert. Außerdem kann man nicht mehr auf einen höheren Grad bei der Integration durch einfache Mitnahme von mehr Termen in den obigen Integrationsformeln übergehen, vielmehr ändern sich die Koeffizienten völlig. Daher wurde nach zeitweiliger Verwendung wieder von derartigen Integrationsformeln abgegangen. Demgegenüber kann man im Anfangsverfahren die Beschleunigungen statt ihrer Differenzen verwenden[19].

---

[17] Anmerkungen zur Anwendung derartiger Integrationsformeln auf vorliegende Problemstellung siehe *J.Schubart, P.Stumpff,* Über ein N-Körper-Programm hoher Genauigkeit für Ephemeridenrechnungen an Planetoiden und Kometen. Heidelberg 1965.

[18] *C.J.Cohen, C.Oesterwinter, E.C.Hubbard,* Astron.Papers **22** pt.1(1973),20ff

[19] die Koeffizienten für das Anfangsverfahren und die Integration siehe auch *J.Schubart, P.Stumpff, loc cit.* Tab. I-IV

2.4. Die Abhängigkeit der Bewegung von den Anfangswerten

Um verbesserte Werte für die Initialwerte und sonstige Parameter, durch welche die Bewegung eines Objektes beschrieben ist, zu erhalten, ist es erforderlich, die Auswirkung einer Variation dieser Größen auf die beobachtete Bewegung zu berechnen (s. §2.6). Ein zentrales Teilproblem dabei ist, die Änderungen der integrierten Koordinaten in Abhängigkeit von solchen der Parameter, also gewissermaßen die zeitliche Fortpflanzung von Fehlern in den Anfangswerten, zu untersuchen.

Verwendet man die klassischen Bahnelemente als Parameter, kann man diese Werte analytisch berechnen, indem man etwa die in §2.2 gegebenen klassischen Formeln der Ephemeridenrechnung durchdifferenziert und so die $\partial(x,y,z)/\partial(\mathbf{E})$ für die je nach Bahnform sinnvollen Elemente $\mathbf{E}$ erhält. Einige Nachteile dieser Methode, wie die Singularität der Elemente bei einer Bahnexzentrizität nahe 0 oder 1, lassen sich beheben[20], und Methoden dieser Art wurden bis zur Mitte dieses Jahrhunderts nahezu ausschließlich verwendet. Als Nachteil bleibt jedoch, daß die Differenzen der Planetenstörungen bei der Variation der Elemente nicht berücksichtigt werden, weil dieselben bei der Berechnung der Differentialquotienten nicht auftreten. Daher versagen die klassischen Methoden kläglich, wenn das Objekt bedeutsame Störungen durch Planeten erfahren hat[21], oder auch allgemein, wenn eine große Zahl zusätzlicher Parameter zu berücksichtigen ist.

Ebenso führt es zu meist unbrauchbaren Resultaten, wenn man die Ableitungen durch numerische Variation der Unbekannten und Subtraktion der damit erhaltenen Integrationsergebnisse berechnet. Wegen der Änderungen zweiten Grades einerseits und der Rundungsfehler andererseits muß man die Variation etwa mit der halben Stellenzahl der Rechnung durchführen und erhält höchstens die halbe Stellenzahl genaue Ergebnisse. Häufig sind die Gleichungssysteme zur Bestimmung der Unbekannten ohnehin schlecht determiniert und werden dann bei verminderter Stellenzahl völlig unbrauchbar.

Wesentlich besser ist es, die Fortpflanzung von Änderungen der Parameter direkt unter Anwendung der Bewegungsgleichungen zu berechnen. Hierfür haben sich die meisten Bearbeiter von Bahnverbesserungen eigene Verfahren ausgearbeitet[22]. Einige dieser Verfahren sind unnötig kompliziert. Der Verfasser hat speziell für die Berechnung der nichtgravitativen Kräfte ein Verfahren ausgearbeitet, welches sich selbst in Ausnahmefällen durch sehr gute Konvergenz auszeichnet[23].

Es seien $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_o, \dot{\mathbf{x}}_o)$ die sechs Initialwerte, $\mathbf{P}$ die u sonstigen Parameter, von denen die Bewegung des Himmelskörpers abhängt, und $\mathbf{x}$ seine Koordinaten. In den Bewegungsgleichungen treten Ort, Geschwindigkeit und die Parameter auf. Ihre Variation resultiert in einer Variation der Beschleunigung

$$\delta\ddot{\mathbf{x}} = \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{x}}\delta\mathbf{x} + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\dot{\mathbf{x}}}\delta\dot{\mathbf{x}} + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{P}}\delta\mathbf{P} \qquad . \tag{2.31}$$

Gesucht ist die dadurch bedingte Änderung der Position nach längerer Zeit:

$$\delta\mathbf{x} = \frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{X}}\delta\mathbf{X} + \frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{P}}\delta\mathbf{P} \tag{2.32}$$

Eingesetzt in die vorige Gleichung erhält man

$$\frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{X}}\delta\mathbf{X} + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{P}}\delta\mathbf{P} = \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{x}}\left(\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{X}}\delta\mathbf{X} + \frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{P}}\delta\mathbf{P}\right) + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\dot{\mathbf{x}}}\left(\frac{\partial\dot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{X}}\delta\mathbf{X} + \frac{\partial\dot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{P}}\delta\mathbf{P}\right) + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{P}}\delta\mathbf{P} \tag{2.33}$$

---

[20] siehe dazu *J.Bauschinger*, **Die Bahnbestimmung der Himmelskörper**. 2. Aufl., Leipzig 1928. 440-469.

[21] siehe etwa *G.Sitarski*, Acta Astron. **29**(1979),413; *G.Schrutka*, *R.Dvorak*, Mitt. Universitätssternw. Graz **80**(1981), 189

[22] siehe etwa: *W.J.Eckert*, *D.Brouwer*, Astron.Journal **46**(1937),128; *D.K.Kulikov*, Bull.Inst.Theoret.Astron.Leningrad **4**(1950),330; *P.Herget*, Astron. Papers **16** Nr.3(1962),342; Astron.Journal **73**(1968),737; *J.H.Lieske*, **A Dynamical Determination of the Solar Parallax from the Motion of (433) Eros**. New Haven 1968. 61ff.; *G.Sitarski*, Acta Astron. **21**(1971),87; *P.M.Janiczec*, Astron. Papers **21** pt.1 (1971); *G.Beutler*, Astron.-geodät. Arbeiten i.d. Schweiz **34**(1982), 145f.; *F.Hechler*, T.A.Morley, ESOC OAD Working Paper **221**(1983), 7f.

[23] Die Sterne **59**(1983),153

Da dies unabhängig von den zufälligen Variationen $\delta\mathbf{X}$, $\delta\mathbf{P}$ gilt, haben wir

$$\frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{X}} = \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{x}}\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{X}} + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\dot{\mathbf{x}}}\frac{\partial\dot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{X}} \quad \text{und} \quad \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{P}} = \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{x}}\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{P}} + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\dot{\mathbf{x}}}\frac{\partial\dot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{P}} + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{P}} \qquad 2.34$$

oder mit dem Vektor aller Unbekannten $\mathbf{U} = (\mathbf{X}, \mathbf{p})$, mit $\mathbf{G} = \frac{\partial\mathbf{x}}{\partial\mathbf{U}}$, sowie mit $\mathbf{g} = \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{x}}$ und $\mathbf{g}' = \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\dot{\mathbf{x}}}$,

$$\ddot{\mathbf{G}} = \mathbf{g}\mathbf{G} + \mathbf{g}'\dot{\mathbf{G}} + \frac{\partial\ddot{\mathbf{x}}}{\partial\mathbf{U}} \quad . \qquad 2.35$$

Der hintere Term ist die explizite Änderung der Bewegungsgleichung durch die Unbekannten, die vorderen Terme sind ihre impliziten Änderungen durch die seit der Epoche aufsummierten, infolge der Variation der Initialwerte entstandenen differentiellen Störungen[24].

Dies sind die Zeitentwicklungsgleichungen für die gesuchten $\mathbf{G}(t)$. Man kann mithin ihren zeitlichen Verlauf genauso wie den der Koordinaten $\mathbf{x}(t)$ durch numerische Integration berechnen, wobei so wie dort zweckmäßigkeitshalber die drei zu einer Unbekannten U_l gehörenden Komponenten $G_l^k;\ k = 1,2,3$ zu je einem zu integrierenden Objekt mit drei Koordinaten zusammengefaßt werden.

Nach Darlegung des Prinzipes seien in Hinblick auf den praktischen Gebrauch die Gleichungen noch einmal in Komponentenschreibweise wiederholt:

$$\delta\ddot{x}^k = \sum_{l=1}^{3}(g_l^k\delta x^l + g_l'^k\delta\dot{x}^l) \qquad ; \qquad k = 1,2,3; \qquad 2.31'$$

$$\delta x^k = \sum_{n=1}^{6+u} G_n^k\,\delta U^n \qquad ; \qquad k = 1,2,3 \qquad 2.32'$$

also

$$\ddot{G}_n^k = \frac{\partial\ddot{x}^k}{\partial U_n} + \sum_{l=1}^{3}(g_l^k G_n^l + g_l'^k\dot{G}_n^l) \qquad ; \qquad k = 1,2,3; n = 1..6+u \qquad 2.35'$$

Für die Epoche t_o, für welche Ort und Geschwindigkeit $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ als Initialwerte $\mathbf{X}$ genommen werden, sind ihre Variationen einander gleich, gilt also $\delta x^k(t_0) = \delta X^k (k = 1,2,3)$, $\delta\dot{x}^{k+3}(t_0) = \delta X^k (k = 1,2,3)$, und sind die Variationen von Ort und Geschwindigkeit unabhängig von denen der sonstigen Parameter $\mathbf{P}$. Unter Anwendung von Gl. 2.32 und deren zeitlichen Ableitung sowie unter Rücksicht auf unsere Definition von $\mathbf{U}$ ergeben sich damit die Initialwerte für die Integration der $\mathbf{G}$ zu $G_l^k(t_o) = \delta_{k,l}$; $\dot{G}_l^k(t_o) = \delta_{k,l-3}$ für $k = 1,2,3$ und $l = 1..6+u$.

Nun müssen noch die $\mathbf{g}$,$\mathbf{g}'$ durch totales Differenzieren der Bewegungsgleichungen nach Ort, Geschwindigkeit und den Parametern bestimmt werden. Die relativistischen Terme von in der Regel unter 1" brauchen dabei nicht variiert zu werden.

Bei den nichtgravitativen Beschleunigungen lassen wir eine Summe mehrerer Funktionen zu. Außerdem separieren wir den explizit zeitabhängigen (etwa säkularen) Anteil $b(t, \mathbf{P})$ von dem distanzabhängigen $f(r, \mathbf{P})$, zu den darin auftretenden Parametern $\mathbf{P}$ kommen noch die Vorfaktoren $\mathbf{A}$ als die üblichen nichtgravitativen Parameter hinzu. Wir haben dann

$$\ddot{x}_i^k = -(\mu + \mu_i)\frac{x_i^k}{r_{1i}^3} + \sum_{\substack{j=2 \\ j\neq i}}^{n} m_j\left(\frac{x_j^k - x_i^k}{r_{ji}^3} - \frac{x_j^k}{r_{1j}^3}\right) + \triangle\ddot{x}_i^k \qquad 2.36$$

[24] In der früheren Veröffentlichung wurde statt $\mathbf{x}$ als abstrakter Ortsvektor $(\mathbf{x},\mathbf{P})$ verwendet. Dies hat den Vorteil einer formal einfacheren Schreibweise, insbesondere ist dann $\partial\ddot{\mathbf{x}}/\partial\mathbf{P}$ in $\mathbf{g}$ enthalten. Die dadurch bedingten zusätzlichen Elemente in $\mathbf{g}'$ und $\mathbf{G}$ sind jedoch 0 oder 1 und brauchen bei der Integration von $\mathbf{G}$ nicht berücksichtigt werden, sodaß hier in Anlehnung an den praktischen Gebrauch die vorliegende Schreibweise gewählt wurde.

mit

$$\triangle\ddot{x}_i^k = a_1^k \sum_r A_1^r b_1^r(t,\mathbf{P}) f_1^r(r,\mathbf{P}) + a_2^k \sum_t A_2^t b_2^t(t,\mathbf{P}) f_2^t(r,\mathbf{P}) + a_3^k \sum_n A_3^n b_3^n(t,\mathbf{P}) f_3^n(r,\mathbf{P}) \qquad . \tag{2.37}$$

$\mathbf{a}_1$,$\mathbf{a}_2$ und $\mathbf{a}_3$ sind der radiale, transversale und normale Einheitsvektor am Kometen. Die betreffenden Summationsindizes r, t und n sind symbolisch und nicht als Laufindex zu verstehen, da in der praktischen Anwendung die Summanden unterschiedliche Funktionen sind und explizit ausgeschrieben werden. Fortan gelte für des betrachtete Objekt $x = x_i$,$r = r_{1i}$, damit ist

$$a_1^k = \frac{x^k}{r} \quad ; \quad a_2^k = \frac{1}{\alpha}(r^2\dot{x}^k - r'x^k) \quad ; \quad a_3^k = \frac{r}{\alpha}\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} x^i\dot{x}^j\varepsilon_{kij} \tag{2.38}$$

mit

$$v^2 = \sum_{l=1}^{3}\dot{x}^l\dot{x}^l \quad ; \quad r' = \mathbf{r}\cdot\mathbf{v} = \sum_{l=1}^{3} x^l\dot{x}^l \quad ; \quad \alpha = r\sqrt{r^2v^2 - r'^2} \tag{2.39}$$

Differenzieren ergibt dann

$$\begin{aligned}
\delta\triangle\ddot{x}^k =& a_1^k \sum_r A_1^r b_1^r \delta f_1^r(r) + a_2^k \sum_t A_2^t b_2^t \delta f_2^t(r) + a_3^k \sum_n A_3^n b_3^n \delta f_3^n(r) \\
&+ (\sum_r A_1^r b_1^r f_1^r)\delta a_1^k + (\sum_t A_2^t b_2^t f_2^t)\delta a_2^k + (\sum_n A_3^n b_3^n f_3^n)\delta a_3^k \\
&+ \sum_r a_1^k f_1^r b_1^r \delta A_1^r + \sum_t a_2^k f_2^t b_2^t \delta A_2^t + \sum_n a_3^k f_3^n b_3^n \delta A_3^n \\
&+ \sum_r a_1^k A_1^r f_1^r \delta b_1^r(t,\mathbf{P}) + \sum_t a_2^k A_2^t f_2^t \delta b_2^t(t,\mathbf{P}) + \sum_n a_3^k A_3^n f_3^n \delta b_3^n(t,\mathbf{P})
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Darin ist[25]

$$\delta a_1^k = \frac{1}{r}\delta x^k - \frac{x^k}{r^3}\sum_{l=1}^{3} x^l \delta x^l \tag{2.41}$$

$$\delta r' = \sum_{l=1}^{3}(x^l\delta\dot{x}^l + \dot{x}^l\delta x^l) \tag{2.42}$$

$$\delta\alpha^2 = 2\alpha\,\delta\alpha = (2r^2v^2 - r'^2)\cdot 2\Big(\sum_{l=1}^{3} x^l\,\delta x^l\Big) + r^4\cdot 2\Big(\sum_{l=1}^{3}\dot{x}^l\,\delta\dot{x}^l\Big) - 2r^2r'\sum_{l=1}^{3}(\dot{x}^l\delta x^l + x^l\delta\dot{x}^l) \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned}
\delta a_2^k = \frac{1}{\alpha}\sum_{l=1}^{3}\Big(&\Big[2\dot{x}^k x^l - x^k\dot{x}^l - \frac{a_2^k}{\alpha}\{(2r^2v^2 - r'^2)x^l - r^2r'\dot{x}^l\} - r'\delta_{kl}\Big]\delta x^l \\
&+ \Big[-x^k x^l - \frac{a_2^k}{\alpha}\{r^4\dot{x}^l - r^2r'x^l\} + r^2\delta_{kl}\Big]\delta\dot{x}^l\Big)
\end{aligned} \tag{2.44}$$

und

$$\begin{aligned}
\delta a_3^k &= \frac{1}{\sqrt{r^2v^2 - r'^2}}\sum_{l=1}^{3}\Big(\Big[\sum_{i=1}^{3}\dot{x}^i\varepsilon_{kli}\Big]\delta x^l + \Big[\sum_{i=1}^{3}x^i\varepsilon_{kli}\Big]\delta\dot{x}^l\Big) + \Big(\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}x^i\dot{x}^j\varepsilon_{kij}\Big)\delta\frac{1}{\sqrt{r^2v^2 - r'^2}} \\
&= \sum_{l=1}^{3}\Big(\Big[\frac{r^2}{\alpha^2}a_3^k\{r'\dot{x}^l - v^2x^l\} + \frac{r}{\alpha}\sum_{i=1}^{3}\dot{x}^i\varepsilon_{kil}\Big]\delta x^l + \Big[\frac{r^2}{\alpha^2}a_3^k\{r'x^l - r^2\dot{x}^l\} + \frac{r}{\alpha}\sum_{i=1}^{3}x^i\varepsilon_{kil}\Big]\delta\dot{x}^l\Big)
\end{aligned} \tag{2.45}$$

---

[25] δ_{kl} ist das Deltasymbol

ferner

$$\delta f_j^h(r) = \frac{df_j^h(r)}{dr}\delta r = \frac{df_j^h(r)}{r\,dr}\sum_{l=1}^{3} x^l \delta x^l \qquad \text{mit} \quad j = 1,2,3;\ h = r,s,t \tag{2.46}$$

und

$$\delta b_j^h(t,\mathbf{P}) = \sum_{l=1}^{p} \frac{\partial b_j^h(t,\mathbf{P})}{\partial P_l}\delta P_l \qquad \text{mit} \quad j = 1,2,3;\ h = r,s,t \tag{2.47}$$

wobei man in der Praxis natürlich nur über die in den **b** enthaltenen Parametern **B** summieren muß.

Die Variation des vorderen Teiles der Bewegungsgleichung ergibt unter Anwendung von

$$\delta\frac{x^k}{r^3} = -\frac{3x^k}{r^5}\sum_{l=1}^{3} x^l \delta x^l + \frac{\delta x^k}{r^3}$$

dann

$$\delta \ddot{x}^k = \sum_{l=1}^{3}\left\{(\mu+\mu_i)\left[\frac{3x^l x^k}{r^5} - \frac{\delta_{lk}}{r^3}\right] + \sum_{\substack{j=2\\ j\neq i}}^{n}\mu_j\left[\frac{3(x^l - x_j^l)(x^k - x_j^k)}{r_{ij}^5} - \frac{\delta_{lk}}{r_{ij}^3}\right]\right\}\delta x_i^l + \delta\triangle\ddot{x}^k \tag{2.48}$$

Setzt man darin Gl. 2.40 bis 2.47 ein und ordnet die Terme als Vorfaktoren der $\mathbf{x}$,$\dot{\mathbf{x}}$ und $\mathbf{P}$, lesen sich anhand Gl. 2.31 die $\mathbf{g}$ und $\mathbf{g}'$ ab zu

$$\begin{aligned} g_l^k =& (\mu+\mu_i)\left[\frac{3x^l x^k}{r^5} - \frac{\delta_{lk}}{r^3}\right] + \sum_{\substack{j=2\\ j\neq i}}^{n}\mu_j\left[\frac{3(x^l - x_j^l)(x^k - x_j^k)}{r_{ij}^5} - \frac{\delta_{lk}}{r_{ij}^3}\right] \\ &+ \left(-\frac{x^k x^l}{r^3} + \frac{\delta_{kl}}{r}\right)\cdot\left(\sum_r A_1^r f_1^r b_1^r\right) \\ &+ \frac{1}{\alpha}\left(2\dot{x}^k x^l - x^k \dot{x}^l + \frac{a_2^k}{\alpha}\{r^2 r' \dot{x}^l - (2r^2 v^2 - r'^2)x^l\} - r'\delta_{kl}\right)\cdot\left(\sum_t A_2^t f_2^t b_2^t\right) \\ &+ \left(\frac{r^2}{\alpha^2}a_3^k[r'\dot{x}^l - v^2 x^l] + \frac{r}{\alpha}\sum_{i=3}^{3}\dot{x}^i \varepsilon_{kli}\right)\cdot\left(\sum_n A_3^n f_3^n b_3^n\right) \\ &+ a_1^k\left(\sum_r A_1^r \frac{df_1^r}{r\,dr}b_1^r\right) + a_2^k\left(\sum_t A_2^t \frac{df_2^t}{r\,dr}b_2^t\right) + a_3^k\left(\sum_n A_3^n \frac{df_3^n}{r\,dr}b_3^n\right) \end{aligned} \tag{2.49}$$

und

$$\begin{aligned} g_l'^k =& \frac{1}{\alpha}\left[-x^k x^l + \frac{a_2^k}{\alpha}(r^2 r' x^l - r^4 \dot{x}^l) + r^2\delta_{kl}\right]\left(\sum_t A_2^t f_2^t b_2^t\right) \\ &+ \left[\frac{r^2}{\alpha^2}(r' x^l - r^2 \dot{x}^l) + \frac{r}{\alpha}\sum_{i=1}^{3}\dot{x}^i \varepsilon_{kil}\right]\left(\sum_n A_3^n f_3^n b_3^n\right) \end{aligned} \tag{2.50}$$

(jeweils für $k = 1,2,3; l = 1,2,3$) sowie die expliziten Ableitungen der Bewegungsgleichungen nach den Parametern zu

$$\frac{\partial \ddot{x}^k}{\partial A_j^h} = a_j^k f_j^h(r) b_j^h \tag{2.51}$$

für die Parameter A_j^h,

$$\frac{\partial \ddot{x}^k}{\partial P_l} = a_j^k A_j^h f_j^h(r)\frac{\partial b_j^h}{\partial P_l} \tag{2.52}$$

für die in den b vorkommenden Parameter P_l, und

$$\frac{\partial \ddot{x}^k}{\partial P_l} = a_j^k b_j^h(t) \frac{\partial f_j^h}{\partial P_l} \qquad 2.53$$

für die in den Kräfteverläufen $\mathbf{f}$ vorkommenden Parameter.

Die Ableitungen der f_j^h und der b_j^h hängen von deren expliziten Form ab.

a) Stil 1.
Hier haben wir

$$\ln f = -\frac{r^2}{C} - \alpha \ln r \qquad 1.2'$$

also

$$\frac{1}{f} df = -\left(\frac{\alpha}{r} + \frac{2r}{C}\right) dr - \ln r \, d\alpha + \frac{r^2}{C^2} dC \qquad 2.54$$

b) Stil 2.
Hier ist

$$\ln f = ln\,\alpha - m(\ln r - ln r_0) - k\,\text{addln}[-n(\ln r - \ln r_0)] \qquad 1.4'$$

mit $\text{addln}(x) = \ln(1 + e^{-x})$, $d\,\text{addln}(x) = -(1 - 1/[1 + e^{-x}])\,dx$, also

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} df = &- (m + nk\{1 - 1/[1 + (\frac{r}{r_0})^n]\}) \frac{1}{r}\, dr \\ &+ (m + nk\{1 - 1/[1 + (\frac{r}{r_0})^n]\}) \frac{1}{r_0}\, dr_0 \\ &- k \ln(\frac{r}{r_0})(1 - 1/[1 + (\frac{r}{r_0})^n])\, dn \\ &- \ln(1 - 1/[1 + (\frac{r}{r_0})^n])\, dk \\ &- \ln(\frac{r}{r_0})\, dm \\ &+ (1/\alpha)\, d\alpha \end{aligned} \qquad 2.55$$

Dabei betreffen die Koeffizienten von dr die letzten Terme der $\mathbf{g}$ in Gl. 2.49, während die restlichen die $\partial f_j^h / \partial P_l$ in Gl. 2.53 darstellen.

Für die Zeitabhängigkeit wird, solange keine besseren Kenntnisse vorhanden sind, in Anlehnung an die Arbeiten von *B.G.Marsden* und *Z.Sekanina* (s. §1) der Ansatz $b(t, B) = e^{-Bt}$ oder $b(t, B) = 1 - Bt$ mit B als Parameter gemacht. Entsprechend ist dann $\partial b(t, B)/\partial B = -B \cdot b(t, B)$ bzw. $\partial b(t, B)/\partial B = -B$. Falls sich für einen Kräfteanteil das zugehörige b als verhältnismäßig groß erweist, so daß über den Zeitraum hinweg, aus dem die Parameter zu bestimmen sind, $b(t, B)$ erheblich von 1 abweicht, oder falls das betreffende A sehr klein ist, ist es geboten, in Gl. 2.37 ff. diese Veränderung nicht mit $A \cdot b(t, \mathbf{P})$, sondern etwa mit $A + t \cdot A'(\mathbf{P})$ zu beschreiben, damit keine Produkte von zu bestimmenden Parametern auftreten, was zu erheblichen Schwierigkeiten bei ihrer Berechnung führen kann.

Der tatsächliche Verlauf f_j der nichtgravitativen Kräfte ließe sich erschließen, indem man für die $f_j^h(r)$ geeignete, zueinander orthogonale Funktionen - etwa die reziproken Potenzen - annimmt und durch Bestimmen der Koeffizienten A_j^h als Parameter ihre 'spektrale Verteilung' erhält. Dies ist in der Praxis mangels ausreichender Beobachtungen nicht möglich.

Stattdessen sollten hier zu einem vorgegebenen Verlauf die Parameter A_i^h für m verschiedene Intervalle $[\mathbf{r}]_j$ der Bahn bestimmt werden. Wir haben dann

$$\begin{aligned} \triangle \ddot{x}^k[r]_j &= a_1^k A_1^j b_1^j f_1^j + a_2^k A_2^j b_2^j f_2^j + a_3^k A_3^j b_3^j f_3^j \\ &= a_1^k \sum_{l=1}^m A_1^l b_1^l(t, \mathbf{P}) f_1^l(r, \mathbf{P}) \delta_{jl} + a_2^k \sum_{l=1}^m A_2^l b_2^l(t, \mathbf{P}) f_2^l(r, \mathbf{P}) \delta_{jl} + a_3^k \sum_{l=1}^m A_3^l b_3^l(t, \mathbf{P}) f_3^l(r, \mathbf{P}) \delta_{jl} \end{aligned} \qquad 2.56$$

Aus dem Vergleich mit Gl. 2.37 folgt daher, daß die betreffenden $\mathbf{g}$, $\mathbf{g}'$, $\partial f_j^h/\partial P$ aus den Gl. 2.49 ff. folgen, wenn die dortigen r,t,n und h durch den Index j des Bahnstückes ersetzt werden.

2.5. Der Vergleich einer Theorie mit Beobachtungen

Aufschluß über die Bewegung der Himmelskörper erhalten wir durch ihre Beobachtung. Für eine quantitative Erfassung und Entwicklung oder Verbesserung einer Bewegungstheorie sind Messungen nötig. Im Falle einer relativistischen Umgebung ist eine besonders genaue Spezifizierung der Observablen und Rückführung derselben auf die Modellparameter notwendig.

Die Verbindung zwischen den zur Beschreibung der Bewegung verwendeten Größen $\mathbf{x}$ und den Observablen besteht im Wesentlichen erstens in der Bewegung des Lichtes zum Beobachter, zweitens im zu ermittelnden Ort des Beobachters $\mathbf{x}_B$, und drittens in der Verknüpfung des von ihm verwendeten Koordinatensystemes zu dem globalen.

Beobachtet wird die Richtung, in welcher das Objekt für den Beobachter sichtbar ist. Dies ist die Richtung, aus dem das Licht nach dem Prinzip der kleinsten Wirkung[26] vom Objekt zum Beobachter gelangt ist. Gemessen werden zwei Winkel α,δ in einem beim Beobachter mittransportierten Minkowski- System, die mit den Koordinatendifferenzen $\mathbf{\Delta}$ zusammenhängen gemäß

$$\mathbf{\Delta} = \begin{pmatrix} \Delta \cos\delta \cos\alpha \\ \Delta \cos\delta \sin\alpha \\ \Delta \sin\delta \end{pmatrix} \qquad 2.57$$

Differenziert man total und löst nach den Differentialen auf der rechten Seite auf, erhält man

$$\begin{pmatrix} d\Delta \\ \Delta \cos\delta \; d\alpha \\ \Delta \; d\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha\cos\delta & \sin\alpha\cos\delta & \sin\delta \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ -\cos\alpha\sin\delta & -\sin\alpha\sin\delta & \cos\delta \end{pmatrix} d\mathbf{\Delta} \qquad 2.58$$

Die $\partial(\Delta,\alpha,\delta)/\partial\mathbf{x}$ werden für die Bahnverbesserung gebraucht (siehe §2.8.2). In Hinblick auf die nächsten Abschnitte sei angemerkt, daß hierbei mit ausreichender Genauigkeit $d\mathbf{\Delta} = d(\mathbf{x}-\mathbf{x}_B) = d\mathbf{x} - d\mathbf{x}_B$ gesetzt werden kann, wobei vorliegend die Bahn der Erde nicht verbessert werden soll, also die Variationen der Position des Beobachters $\mathbf{x}_B$ wegfallen.

2.5.1. Die Aberration

Um aus vorgegebenem Ort und Geschwindigkeit von Beobachter und Objekt die Richtung α,δ zu bestimmen, unter der das Licht eintrifft, muß bei genauer Rechnung die Bewegungsgleichung des Lichtes integriert werden. Das Ergebnis kann man schreiben als:

$$\mathbf{\Delta} = (\mathbf{x}-\mathbf{x}_B) - \frac{\Delta}{c}(\dot{\mathbf{x}}-\dot{\mathbf{x}}_B)\ldots \qquad 2.59$$

Mit Δ ist jetzt der wenn auch aus dem lokalen Minkowski-Raum hinausführende Weg vom Objekt zum Beobachter bezeichnet, welcher bei Planeten mit Radioteleskopen gemessen und ebenfalls verwendet werden kann.

Der erste Term, die formale Differenz der Koordinaten, ist das klassische Ergebnis für $c \to \infty$.

Die durch den zweiten Term erzeugte Änderung in Δ,α,δ ist offensichtlich unabhängig von der Entfernung des Objektes, da diese als Vorfaktor in allen Termen enthalten ist. Sie hängt nur vom Verhältnis der Relativgeschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit ab. Es handelt sich um die *Aberration.*

Die weiteren Glieder hängen zusätzlich von der Raumstruktur ab. Hauptsächlich tritt eine Verringerung in der beobachteten Elongation zur Sonne auf[27]. Für die vorliegenden Untersuchungen ist dies aber ohne Bedeutung.

---

[26] die daraus folgende Bewegungsgleichung für das Licht siehe etwa *V.A.Brumberg*,Proc.IAU Symp. **109**(1984),25f,**114** (1985),7

[27] siehe *V.A.Brumberg*,Astro.Zh.**58**(1981),190; dort sind auch alle Terme für die Korrektur von Δ gegeben, sowie USNO Circ.**163**(1981),A7

Die oben berechnete beobachterbezogene Position $\mathbf{\Delta}$ bezeichnet man als den *scheinbaren Ort*, die klassische Koordinatendifferenz als den *wahren*. Die Aberration kann man aufteilen in den von der Bewegung der Erde bzw. des Objektes herrührenden Anteil. Den nur um die Bewegung der Erde (*Fixsternaberration*) korrigierten scheinbaren nennt man den *astrometrischen Ort*. Er wird statt des wahren verwendet für diejenigen Objekte, bei denen man nur den jahreszeitlich wechselnden Geschwindigkeitsvektor der Erde berücksichtigt, weil der des Objektes unbekannt oder konstant ist, also etwa bei den Sternen.

Die Beobachtungen sind also:

$$\begin{aligned}
\text{scheinbarer Ort :}\quad & \mathbf{\Delta}_s(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_E(t) - \frac{\Delta}{c}(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_E) \approx \mathbf{x}(t-\frac{\Delta}{c}) - \mathbf{x}_E(t-\frac{\Delta}{c}) \\
\text{astrometrischer Ort :}\quad & \mathbf{\Delta}_a(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_E(t) - \frac{\Delta}{c}\dot{\mathbf{x}} \approx \mathbf{x}(t-\frac{\Delta}{c}) - \mathbf{x}_E(t) \qquad 2.60 \\
\text{wahrer Ort :}\quad & \mathbf{\Delta}_w(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_E(t)
\end{aligned}$$

Für den praktischen Gebrauch drückt man die Fixsternaberration als Korrektur der wahren Δ,α,δ aus. Wir wollen uns auf α und δ beschränken und die Rechnung nur andeuten. Differenziert man $\mathbf{\Delta}$ total, erhält man nach der Invertierung $\partial(\alpha,\delta)/\partial\mathbf{x}$. Hier ist $d\mathbf{x} = \triangle_{a-s}\mathbf{\Delta} = \frac{\Delta}{c}\dot{\mathbf{x}}_E$. Darin drückt man analog die Erdgeschwindigkeit $d\dot{\mathbf{x}}_B$ durch die zeitlichen Ableitungen von heliozentrischer Länge und Distanz der Erde $d(\dot{L},\dot{R})$ aus, die man aus den Keplerschen Gesetzen als Funktion der Erdlänge und der Länge des Erdperiheles $\Gamma \approx 282°$ erhält. Die so berechneten $\dot{\mathbf{x}}_E$ sind auf das *Ekliptikalsystem* bezogen und müssen durch eine Rotation um die x-Achse um den Betrag der *Schiefe der Ekliptik* ε auf das *Äquatorsystem* bezogen werden, falls sich die Beobachtungsgrößen α,δ auf dieses beziehen. Man erhält dann

$$\begin{aligned}
\triangle\alpha\cos\delta = & -20"47(\sin\alpha\sin L + \cos\alpha\cos\varepsilon\cos L) \\
& - 0"343(\sin\alpha\sin\Gamma + \cos\alpha\cos\varepsilon\cos\Gamma) + ... \\
\triangle\delta = & \; 20"47[(\sin\alpha\sin\delta\cos\varepsilon - \cos\delta\sin\varepsilon)\cos L - \cos\alpha\sin\delta\sin L] \\
& + 0"343[(\sin\alpha\sin\delta\cos\varepsilon - \cos\delta\sin\varepsilon)\cos\Gamma - \cos\alpha\sin\delta\sin\Gamma] + ...
\end{aligned} \qquad 2.61$$

Der jeweils erste Term entspricht einer gleichförmigen Erdgeschwindigkeit (*jährliche Aberration*), der zweite entsteht durch die jahreszeitlich wechselnde Geschwindigkeit der Erdbahn (*elliptische Aberration*) und ist deren Hauptterm. Hinzu kommen noch weitere Terme durch die Elliptizität der Bahn und durch die Planeten- und Mondstörungen der Erdbewegung[28].

Aus Bequemlichkeitsgründen wurden bis etwa zur heutigen Zeit astrometrische Örter *nicht* um den Hauptterm der elliptischen Aberration korrigiert, der im Gegensatz zu allen anderen Termen für die gleiche Himmelsgegend zeitlich praktisch konstant ist.

Ferner ist der durch die Erdrotation bedingte Anteil der Fixsternaberration, die *tägliche Aberration*, generell (auch bei scheinbaren Örtern) bereits vom Beobachter angebracht, und daher hier ohne Belang, weshalb oben stillschweigend $\mathbf{x}_B$ durch $\mathbf{x}_E$ ersetzt wurde.

Von den Kometen werden heutzutage fast ausnahmslos astrometrische Örter angegeben, die durch Ausmessung der relativen Position des Kometen zu Sternen aus photographischen Aufnahmen erhalten wurden, und bei denen daher entsprechend bereits die Aberration infolge der Erdbewegung berücksichtigt ist. Anzubringen ist nur noch der Hauptterm der elliptischen Aberration.

In der älteren Literatur sind häufig scheinbare Örter veröffentlicht. Sie sind daher entweder explizit um die Fixsternaberration zu korrigieren und anschließend wie astrometrische Örter zu behandeln, oder für die um Δ/c vergrößerte Zeit als wahre Örter zu nehmen.

---

[28] ausführlicher zur Theorie und Anwendung der Aberration *F. W. Bessel*, Abhandlungen ... (Hrsg. *R. Engelmann*). Bd. 1, Leipzig 1875. 291-316; *T. v. Oppolzer*, Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten. Bd. 1, Leipzig 1882. 110ff

2.5.2. Die Position des Beobachters

Die Bewegung des Beobachters kann man sich zusammengesetzt denken aus der Bewegung des Baryzentrums um die Sonne, der Bewegung der Erde um das Baryzentrum, sowie der Rotation der Erde mit dem Beobachter.

Die Position des Baryzentrums ergibt sich durch Interpolation aus der integrierten Bewegungungsgleichung.

2.5.2.1. Die Relativposition des Baryzentrums gegenüber der Erdmitte

Sie ergibt sich aus der Definition des Baryzentrums (s. §2.1.1.3.) unmittelbar dahingehend, daß die Koordinatendifferenz des Mondes gegenüber der Erde zu berechnen und im reziproken Verhältnis der Massen aufzuteilen ist. Mit den Argumenten[29] $T_1 = t - 2415020.0$,

$$\begin{array}{llll} M_M &= 296,104608 + 13,0649924465\ T_1 + 6,889 \cdot 10^{-12} T_1^2 & \text{(mittl. Anomalie des Mondes)} & \\ M_E &= 358,475833 + 0,9856002670\ T_1 & \text{(mittl.Anomalie der Erde)} & \\ u &= 11,250889 + 13,2293504490\ T_1 - 2,407 \cdot 10^{-12} T_1^2 & \text{(Argument der Mondbreite)} & \\ D &= 350,737486 + 12,1907491914\ T_1 - 1,076 \cdot 10^{-12} T_1^2 & \text{(mittl. Elongation Mond-Sonne)} & 2.62 \\ L &= 279,696678 + 0,9856473354\ T_1 + 0,227 \cdot 10^{-12} T_1^2 & \text{(mittl. Länge der Sonne)} & \\ V &= 342,767053 + 1,6021687039\ T_1 & \text{(mittl. Länge der Venus)} & \end{array}$$

berechnet man als Gleichungen in Länge, Breite und Parallaxe des Mondes[30]

$$\begin{array}{ll} \Delta\lambda = -11'1 \sin M_E + 377'3 \sin M_M + 39'5 \sin 2D + 76'4 \sin(2D - M_M) + 12'8 \sin 2M_M & \\ \Delta\beta = 308'64 \sin(u + \Delta\lambda) - 8'8 \sin(u - \Delta\lambda - 2D) & 2.63 \\ \Delta\pi = 186''6 \cos M_M + 28''3 \cos 2D + 34''3 \cos(2D - M_M) + 10''2 \cos 2M_M & \end{array}$$

und daraus mit $u' = u + \Delta\lambda$

$$\begin{array}{ll} \lambda = L + D + \Delta l - 7'6 \sin 2u' + 0'2 \sin(M_M + 16L - 18V + 2^r8) - 0'3 \sin(8V - 13L) + 0'1 \sin(\lambda - u) & \\ \beta = \Delta\beta + 0'03 \cos\lambda - 0'16 \sin\lambda & 2.64 \\ \pi = 3422''7 + \Delta\pi & \\ r = 0.1068585/\pi & \end{array}$$

Nach Anbringen der Präzession erhält man die Koordinaten des Baryzentrums, die noch in das Äquatorsystem zu transformieren sind.

2.5.2.2. Die Position des Beobachters relativ zur Erdmitte

Der Beobachter nimmt an allen Rotationsbewegungen des Erdkörpers teil (tägliche Rotation, Gang- und Rastpolkegel infolge Figur, Präzession und Nutation infolge Störungen durch die anderen Himmelskörper, Kontinentalverschiebung infolge Vorgänge im Erdmantel usw). Diese sind sehr kompliziert[31]. Vorliegend braucht nur die tägliche Rotation, die Präzession und die Nutation zu berücksichtigt werden.

a) Die Erdrotation. Sie findet um die gegenwärtige Lage der Rotationsachse der Erde statt, und definiert das momentane Koordinatensystem. Die darauf bezogene Deklination des Beobachters entspricht seiner *geozentrischen Breite* ϕ'. Die Rektaszension bezeichnet man als die *Ortssternzeit* θ, sie ergibt sich aus der Rektaszension zu einem Ausgangszeitpunkt und der Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation. Es gilt

$$\begin{array}{lllll} \alpha &= \theta &= [0.7769194 + 100.0021359 \cdot T + 1.075 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 + \mathrm{mod}(t,1)] \cdot 360° & \\ \delta &= \phi' &= \phi - 692''743 \sin(2\phi) - 1,163 \sin(4\phi) \quad \ldots & 2.65 \\ \Delta &= \rho &= (0,998327 + 0,001676 \cos(2\phi) \quad \ldots) \cdot 0.00004264 & \end{array}$$

---

[29] **Explanatory Supplement to The Astronomical Ehpemeris and The American Ephemeris and Nautical Almanac.** London 1961. [fortan **S.A.E.**] 98,107,113

[30] Bei den Rechnungen wurden 34 Terme in Länge und Parallaxe sowie 24 Terme in Breite nach der Theorie von *C.E.Delaunay*, Ann.Bur.des Longit. **7**(1911),27ff berücksichtigt , siehe auch *J.H.Lieske*,*loc.cit.* 51f.

[31] Zur Theorie der Bewegungen und Einzelheiten der Anwendung siehe etwa *F.W.Bessel*, *loc.cit.* 262-316; *T. v.Oppolzer*, *loc.cit.* 124ff; *S.Newcomb*, Astron.Papers **8** pt. 1 (1897); *E.W.Woolard*, Astron.Papers **15** pt. 1 (1953); *J.H.Lieske, T.Lederle, W,Fricke,B.Morando*, Astron.Astrophys. **58**(1977),1; *P.K.Seidelmann*, Cel.Mech. **27** (1982),79ff.; USNO-Circ. **167**(1983); *H.Zhang, T.-Y.Huang,B.-X.Yu*, Astron.Astrophys. **189**(1988),292

mit $T = (t - 2415020)/36525$.
Dabei sind ϕ,ϕ',ρ für viele Sternwarten aus astronomischen Jahrbüchern entnehmbar[32].

b) Präzession und Nutation. Verlagerung der Erdachse im Raum infolge der differentiellen Störungen anderer Himmelskörper auf die nicht sphärische Erde. Hier gilt:

$$\begin{aligned} \text{Präzession :} \quad & \triangle\alpha = (46"10 + 20"04 \tan\delta' \sin\alpha')\triangle t \\ & \triangle\delta = 20"04 \cos\alpha' \; \triangle t \\ \text{Nutation :} \quad & \triangle\alpha = -15"4 \sin\Omega - (6"7 \sin\Omega \sin\alpha + 9"0 \cos\Omega \cos\alpha) \tan\delta \\ & \triangle\delta = -6"7 \sin\Omega \cos\alpha + 9"0 \cos\Omega \sin\alpha \end{aligned} \qquad 2.66$$

mit

$$\Omega = \; 259,183275 \; -0,0529539222 \; T_1 \; +1,557 \cdot 10^{-12} T_1^2 \qquad \text{(mittl. Länge des Mondknotens)}$$

und $T_1 = t - 2415020.0$.
Dabei ist $\triangle$ im Sinne Beobachtungszeit minus Epoche und die Zeit in Jahren anzusetzen; δ' und α' sind die Koordinaten zur mittleren Zeit dazwischen.

Aus den so berechneten, auf die Epoche des globalen Bezugssystemes bezogenen α,δ,Δ des Beobachters relativ zur Erdmitte berechnen sich die rechtwinkligen Koordinatendifferenzen nach den Gl. 2.57 .

2.5.3. Die Ausrichtung des lokalen Bezugssystemes gegenüber dem globalen

Ein besonderes Problem, welches auch heutzutage noch nicht befriedigend gelöst ist, ist der Anschluß des lokalen Bezugssystemes des Beobachters an das globale.

a) Das Bezugssystem des Beobachters nimmt an der Erdrotation teil und wird mit der Erde um die Sonne transportiert. In die Umrechnungsformeln gehen daher alle Unsicherheiten in die Bestimmung dieser Bewegungen ein, was dazu führt, daß sich die Ergebnisse noch nicht auf das gewünschte Ruhesystem beziehen, sondern auf ein langsam dazu rotierendes. Auch wenn die Positionen der Kleinkörper im Sonnensystem in der heutigen Praxis nicht mehr durch Absolutmessung und Anwendung der Umrechnungsformeln berechnet werden, sondern durch Relativmessung zu bereits umgerechneten Richtungen (Sternörtern), sind Letztere und damit auch die erhaltenen Beobachtungen von den Fehlern betroffen.

Gesucht ist ein *ruhendes Bezugssystem in dem Sinne*, daß darin die Bewegung von Objekten durch Gleichungen der Art 2.9 oder 2.11 beschrieben werden kann. Mithin besteht die Verifizierung darin[33], daß man Objekte im *ad hoc* verwendeten Beobachtungssystem (*Fundamentalsystem*) beobachtet. Rotiert es, sind für die Beschreibung der Bewegung in ihm Coriolisterme notwendig. Dann kann man das Fundamentalsystem dahingehend ändern, daß diese wegfallen und die Gl. 2.9 oder 2.11 gelten.

Diese Vorgehensweise ist sehr konstruktiv und das Ergebnis hängt dabei nicht davon ab, wie genau das Ausgangssystem war und wie es erhalten wurde; man ist nur von Beobachtungen in ihm abhängig. Deshalb braucht darauf hier auch nur andeutungsweise eingegangen zu werden. Bereits lange war die scheinbare tägliche Rotation des Sternhimmels bekannt; mit der Erkenntnis der rotierenden Erde, dem Ausdrücken der Planetenbewegung im heliozentrischen Weltbild und der Entdeckung des Newtonschen Gravitationsgesetzes war der Grundstein für die Verwendung eines Inertialsystemes gelegt. Die Beobachtungsinstrumente waren an die Erde gekoppelt, sodaß man aus der Beobachtung der Sterne[34] die verschiedenen Bewegungen des Erdkörpers quantitativ erhielt (s. §2.5.2) [35]. Daneben ergaben sich schon vor Entwicklung der Relativitätstheorie die Aberrationseffekte aus den Beobachtungen quantitativ richtig. Nach Anbringen dieser,

---

32 Wegen weiteren Einzelheiten siehe etwa S.A.E. 57,72ff.

33 Eine andere Möglichkeit besteht in der Verwendung von Objekten, die so weit entfernt sind, daß man hofft, daß sich selbst eine Rotation nicht mehr bemerkbar macht. Dazu wird das gewünschte Ruhesystem adaptiert. Diese Methode ist zwar heuristisch, aber für die Praxis zumindest vorläufig ausreichend.

34 unter der Annahme als weit entfernte ruhende, allenfalls langsam systematisch rotierende Objekte

35 Es ist zweckmäßig, die zahlreichen kleinen Terme dieser Bewegungen einer Theorie zu entnehmen und nur die Koeffizienten der größten Terme wie Rotationsdauer der Erde und Präzessionskonstante aus den Beobachtungen zu ermitteln.

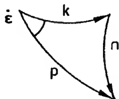

Abb. 2.1 *Lage und Bewegung des tatsächlichen und eines idealisierten Fundamentalsystemes*

E. Ekliptik, $\ddot{A}$ Äquator,Υ dynamisches Äquinoktium, ε Schiefe, x,y,z Achsen eines danach ausgerichteten idealisierten Systemes, α,δ Koordinaten eines Objektes K. $\ddot{A}'$,Υ',ε' Katalogäquator, -äquinoktium und -schiefe, x',y',z' (nicht orthogonale) Achsen des Fundamentalsystemes, α',δ' beobachtete Koordinaten des Objektes. E,$D(\alpha)$ Korrektur von Äquinoktium und Äquator. k,n,p,$\dot{\varepsilon}$ inertiale Bewegung des idealisierten Systemes, entsprechende Größen $'$ auch für das Fundamentalsystem.

bereits um einige von den Beobachtungsumständen abhängigen Effekte (Strahlenbrechung in der Erdatmosphäre, Instrumentenfehler usw.) korrigierten *Absolutbeobachtungen* ergaben sich in guter Näherung Positionswerte in einem Inertialsystem.

Eine Kontrolle war die Beobachtung der Planeten in diesen Systemen und der Vergleich mit der Theorie. Abgesehen von der später durch die Relativitätstheorie erklärten Periheldrehung des Merkur traten keine nennenswerten Diskrepanzen auf.

Die Überprüfung mittels der Bewegungsgleichungen kann man sich beispielsweise wie folgt vorstellen[36]. Die Richtung der Planeten wird fortlaufend beobachtet[37]. Nach langem - bei ungefährer Kenntnis der Bahnform bereits nach kurzem - Zeitraum folgt aus den Abständen der Oppositionen (*synodische Umlaufszeit*) die auf das verwendete Fundamentalsystem bezogene tatsächliche (*siderische*) Umlaufszeit des Planeten. Jeweils nach diesem Zeitabstand war der Planet räumlich an derselben Stelle, wurde aber von verschiedenen Stellen der Erdbahn aus angepeilt, woraus sich sein Ort im Raum ergibt. Ähnlich stellen die Beobachtungen im Intervalle eines Jahres das Beobachtungsmaterial dar, aus dem ein Beobachter auf dem Planet die Bahn der Erde konstruieren würde. Iterativ[38] kann man daraus die Erd- und Planetenbahn im Raume konstruieren. Durch numerisches Differenzieren erhält man daraus die Beschleunigungen, die man mit den Bewegungsgleichungen vergleichen kann. Alternativ kann man die Bedingungsgleichungen der Beobachtungen (Gl. 2.58,2.81) sowohl nach den Planeten- als auch nach den Erdbahnelementen sowie nach zusätzlichen Unbekannten wie einer Rotation des Koordinatensystemes aufstellen und auflösen[39].

Ein anderes Verfahren besteht im fortlaufenden Messen der Entfernung zu einem Planeten[40]. Daraus läßt sich unmittelbar die synodische Umlaufszeit U ablesen[41]. Aus dem Vergleich mit der wie zuvor aus Beobachtungen im Fundamentalsystem erhaltenen synodischen Umlaufszeit U' ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit desselben zu $1/U - 1/U'$.

b) Die Ausrichtung des Koordinatensystemes muß bekannt sein. Dies gilt in Bezug auf die Positionen anderer Himmelskörper, welche in die Rechnung eingehen, primär der Erde[42], was auf die Bestimmung ihrer Initialwerte im Fundamentalsystem hinausläuft.

Aus historischen und beobachtungstechnischen Gründen wählt man[43] die Ausrichtung derart, daß der Pol (z-Achse) des Fundamentalsystemes mit der Rotationsachse der Erde zu einer bestimmten Epoche[44] zusammenfällt. Die jährliche Bewegung der Sonne um die Erde[45] schneidet den Äquator des Fundamentalsystemes unter einer bestimmten Bahnneigung ε (*Schiefe der Ekliptik*) und der aufsteigende Knoten, das *dynamische Äquinoktium*, soll den Ausgangspunkt der Zählung von α, also die Richtung der x-Achse, festlegen.

Aus dem Vergleich von an die Erdrotation gebundenen Messungen der Deklination von Fixsternen in unterschiedlichen Himmelsgegenden mit den Deklinationen im Fundamentalsystem wird sich ergeben, daß der *Katalogäquator* nicht genau parallel zum tatsächlichen Äquator ist. Außerdem ist die Knotenlänge der Erdbahn im Fundamentalsystem bei einer Bahnbestimmung ungleich Null - die x-Achse des Fundamentalsy-

---

36 bei diesen Betrachtungen kann man sich Nebensächlichkeiten wie die Planetenstörungen als bekannt oder zumindestens iterativ bekannt werdend und berücksichtigt vorstellen

37 Dies ist praktisch auch der Fall

38 bereits von *J.Kepler* zur Konstruktion der Erd- und Marsbahn verwendet; s. etwa *J.Frischauf, loc.cit* 125ff.

39 s. etwa *F.Schmeidler*, Astron.Nachr. **284**(1958),205; *D.L.Duma*, Bestimmung von Ursprung und Rotation der Sternkataloge. Kiew 1974. 82ff.; *D.L.Duma, L.N.Kisjon,J.I.Safranov*, Verbesserung des FK_4-Systemes durch Meridianbeobachtungen von kleinen Planeten. Kiew 1980. 60f.; *L.K.Kristensen*, Mitt.Astron.Ges. **48**(1980),50; *W.Landgraf*, Astron.Astrophys. **191**(1988),165

40 hierbei stelle man sich vereinfachend Kreisbahnen vor

41 Aus dem Verhältnis der minimalen zur maximalen Entfernung folgt außerdem sofort das Verhältnis der großen Bahnhalbachsen für den Fall, daß keine relativistischen Effekte gegeben wären, welche die Lichtlaufzeit beeinflußen. Der Vergleich mit dem nach dem 3.Keplerschen Gesetz aus dem Verhältnis der Umlaufszeiten berechneten Wert ergibt die Größe der relativistischen Effekte; s. auch *S. Weinberg*, 201f.

42 Die Erdkoordinaten gehen durch Gl. 2.59 geometrisch und durch Gl. 2.13 dynamisch in die Nachrechnung der Beobachtungswerte aus den Parametern ein, die Planetenkoordinaten nur durch die letzten Terme der Gl. 2.13 dynamisch. Diese Störungen sind jedoch klein.

43 Festlegungen, die für die Definition, Verifizierung und Verwendung eines Inertialsystemes überflüssig, für den Übergang zu den absolut gemessenen Positionen aber nützlich sind

44 abzüglich der Nutation und anderer kurzperiodischer Einflüsse

45 abzüglich der Störungen, Aberration usw.

stemes definiert das *Katalogäquinoktium* - und wird das Ergebnis für die Bahnneigung von der angenommenen Schiefe geringfügig abweichen (siehe dazu Abb. 2.1).

Die Bestimmung von Ausrichtung und Rotation des Fundamentalsystemes aus Beobachtungen von einem oder mehreren Planeten kann man nur im Zusammenhang durchführen. Man berechnet die Ableitung der Beobachtungsgrößen nach den Initialwerten der Objekte sowie nach den Rotationsparametern und bestimmt diese aus den Beobachtungen. Entweder man geht anschließend zu einem neuen Fundamentalsystem über, welches wie beschrieben an Knotenlänge, Neigung und parallel zum Erdäquator justiert ist, oder man verwendet das alte System weiter und berücksichtigt die Korrekturen bei der Ephemeridenrechnung der Erde.

In der Praxis hat man heutzutage sowohl Winkel durch die Astrometrie als auch Entfernungen durch Radarimpulse. Daraus ließ sich ein sehr genaues Modell der Bewegung der inneren Planeten erarbeiten[46]. Die Schiefe der Ekliptik erhält man entweder durch Beobachtungen der Sonne im Fundamentalsystem (dann Winkel Katalogäquator zu Ekliptik) oder durch Entfernungsmessung des Mondes per Laser (Winkel Äquator zu Ekliptik). Denn die Bewegung des Mondes ist im Wesentlichen an die Ekliptik gekoppelt, die des Beobachters an die Erdrotation, sodaß der Winkel zwischen Erdachse und Ekliptik empfindlich in die Entfernungsmessungen eingeht. Im Übrigen nimmt man regelmäßig an, daß der Katalogäquator parallel - allenfalls parallelverschoben - gegenüber dem Äquator der Erdrotation ist.

c) Bedingt durch die Beobachtungstechniken haben die Katalogpositionen der Sterne, und damit auch die erhaltenen Positionen beobachteter Planeten und Kometen, auch lokale Fehler. Diese kann man ebenfalls aus Beobachtungen im vorläufigen System bestimmen[47].

d) Zu erwähnen ist noch die Zeitmessung. Diese erfolgte früher implizit über die aus Gl. 2.65 berechnete *Weltzeit* t, also über die Ausrichtung der Erde gegenüber dem Fundamentalsystem, und ist von der Ungleichmäßigkeit der Erdrotation betroffen. Seit etwa 1960 läßt sich jedoch die Eigenzeit der Erde sehr genau messen und man kann die Bewegung der Himmelskörper korrekt mit der Koordinatenzeit als Argument angeben. Aus dem Vergleich mit früheren Beobachtungen, insbesondere des Mondes, folgt die den betreffenden Beobachtungen in Weltzeit zugehörige Koordinatenzeit.

Die Fehler durch die einzelnen in die Umrechnung der Absolutbeobachtungen zu Positionen im Fundamentalsystem eingehenden Effekte wie Präzession, Winkelgeschwindigkeit der Erde usw. kann man voneinander trennen, wenn sie in unterschiedlicher Weise in die Beobachtungen eingehen[48], also bei Rotationen, wenn sie um unterschiedliche Achsen erfolgen. Addiert man die Korrekturen zu den betreffenden in den Transformationsformeln (§2.5.2.2.) *a priori* verwendeten Werten, erhält man diese verbessert.

Auf die Problematik der Verbesserung des Fundamentalsystemes und zur Bestimmung der Rotationskonstanten soll hier nicht weiter eingegangen werden[49].

Allgemein im Gebrauch für Positionen von Kometen ist gegenwärtig das FK_4-System[50] in Zusammenhang mit den Präzessionskonstanten nach *S.Newcomb*[51]. Dafür sind die folgenden Korrekturen bekannt geworden:

a) globale Korrektur

$$\begin{aligned} \triangle\alpha &= 0''525 + (0''2358 - 0''4377 \sin\alpha \tan\delta)\ t \\ \triangle\delta &= -0''4377 \cos\alpha\ t \end{aligned} \qquad 2.67$$

---

46 *G.A.Krasinsky, E.V.Pitjeva, M.L.Sveshnikov, E.S.Sveshnikova*, Bull.Inst.Theor.Astron. **15**(1982),145; *X.X.Newhall, E.M.Standish, J.G.Williams*, Astron.Astrophys. **125**(1983),150

47 im Sinne der dynamischen Definition des Systemes und bei Beschränkung auf Beobachtungen im vorläufigen System etwa aus den Restfehlern gut beobachteter Planeten für die einzelnen Himmelsgebiete direkt ablesbar

48 Kriterium Korrelationskoeffizient, s. §2.8.1

49 zur Geschichte siehe etwa *F.Schmeidler*, Mitt.Astron.Ges. **48**(1980),11; *E.W.Woolard*, *loc.cit.*; zu Durchführung und Ergebnissen *F.Schmeidler*, Astron. Nachr. **284**(1958),205; *D.L.Duma*, *loc.cit.*; *V.I. Orelskaya*, Mitt.Astron. Ges. **48**,43; *W.Fricke*, Mitt.Ast.Recheninst. **B79**(1979), Mitt.Astron.Ges. **48**,29, Celest.Mech. **22**(1980),113, Astron. Astroph. **107**(1982),L13

50 *W.Fricke, A.Kopff*, Verö.Astr.Rechen-Inst. **10**(1963)

51 *loc.cit.*

Tabelle 2.1 *Lokale Korrekturen des FK_4-Systemes*

δ	$\triangle\alpha_\delta$	$\triangle\delta_\delta$	δ	$\triangle\alpha_\delta$	$\triangle\delta_\delta$	δ	$\triangle\alpha_\delta$	$\triangle\delta_\delta$	δ	$\triangle\alpha_\delta$	$\triangle\delta_\delta$
−85	−7	−3	−40	8	−4	5	2	−4	50	−1	0
−80	−18	3	−35	1	−2	10	−2	−1	55	0	0
−75	−22	8	−30	−6	−1	15	−3	10	60	0	0
−70	−21	12	−25	−1	0	20	−4	12	65	1	0
−65	−17	7	−20	4	3	25	−5	−3	70	1	0
−60	−9	−2	−15	8	4	30	−3	−7	75	2	0
−55	−4	−2	−10	7	4	35	−2	1	80	3	0
−50	0	−3	−5	6	5	40	−3	0	85	1	0
−45	5	−9	0	4	3	45	−2	0			

α	0^r	1^r	2^r	3^r	4^r	5^r	6^r	δ
$\triangle\alpha_\alpha$	−2	−3	−1	+0	+2	+3	−1	$+1^r5$
	−2	−2	+1	−1	+0	+5	−2	+1,0
	−1	−2	+0	+0	+1	+3	+0	+0,5
	+1	+1	+0	−1	−2	+3	−1	0,0
	−2	+0	+2	+0	+0	−1	−2	−0,5
	−3	−1	+0	+3	+0	−1	−1	−1,0
	−4	−2	+0	+3	+2	+0	−3	−1,5
$\triangle\delta_\alpha$	−6	−4	−2	+3	+5	+1	−5	$+1^r5$
	−4	−3	+1	+2	−1	+0	−2	+1,0
	−2	−3	+1	+1	+0	+1	+0	+0,5
	−1	−6	−2	+2	+5	+6	+0	0,0
	−2	−7	+1	−1	+0	+4	+1	−0,5

Die Tabelle enthält die lokalen Fehler des FK_4-Systemes für die Epoche 1970. Zu entnehmen sind die Korrekturen aus dem ersten Teil in Abhängigkeit der Deklination (in Grad) und aus dem zweiten Teil in Abhängigkeit von beiden Koordinaten (in Bogenmaß) und aufzuaddieren. Die Korrekturen der Rektaszension sind in Einheiten zu $0,001^s$ gegeben, die der Deklination in 0"01. Wo keine Korrekturen angegeben sind, lagen die Werte nicht vor.

mit $t = (JD - 2433282,423)/36525$, der Zeit seit 1950 in julianischen Jahrhunderten. Dabei ist der konstante Term bei $\triangle\alpha$ die Korrektur des Äquinoktiums, also die negative Knotenlänge der Erdbahn, zur Epoche 1950. Die beiden Koeffizienten im zeitabhängigen Term sind die Rotationsgeschwindigkeit des Fundamentalsystemes in Richtung des Äquators bzw. der Ekliptik. Die dritte Rotationskomponente und eine Konstante bei $\triangle\delta$ fehlt, weil man den Systemäquator als korrekt annimmt.

b) lokale Korrektur Bei den Berechnungen sind die in Tab. 2.1 zusammengestellten Korrekturen angenommen wurden, die aus einer größeren Zahl von Sternkatalogen gebildet wurden. Sie gelten etwa für 1970, wurden aber für sämtliche Zeiten angebracht, da lokale Korrekturen für die Eigenbewegung nicht zur Verfügung standen.

In der Praxis verwendet man an den FK_4 angeschlossene Sekundärkataloge, insbesondere den SAO- und

den AGK_3-Katalog[52], oft auch den Katalog $Perth_{70}$[53]. Die lokalen Differenzen dieser Kataloge zueinander und zum FK_4 sind geringer als die Genauigkeit, mit denen die Kometenpositionen veröffentlicht werden[54] und brauchten daher nicht berücksichtigt zu werden.

c) Die Korrekturen Koordinatenzeit minus Weltzeit, wie sie sich aus einer neueren Theorie der Mondbewegung ergaben, sind mit hier ausreichender Genauigkeit $1950,0\ +29,2s$, $1990,0\ +59,0s$ (dazwischen in etwa gleichförmig zunehmend), sowie zu den letzten Periheldurchgängen des Halleyschen Kometen $1910,0\ +11,0s$ und $1836,0\ +4,4s$ [55].

2.6. Die Initialwerte der Planeten

Für die Berechnung der Position des Beobachters in Gl. 2.59 und für die Berücksichtigung der Störungsterme in den Gl. 2.13 müssen für jeden Integrationsschritt des Kometen die Koordinaten der Planeten bekannt sein. Ihre Bewegung ist, jedenfalls noch bei der vorliegend benötigten Genauigkeit, ebenfalls durch sechs Integrationskonstanten festgelegt. Wird ihre Bewegung zweckmäßigkeitshalber durch numerische Integration berechnet, so sind dies wieder die sechs rechtwinkligen Initialwerte $\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}$ für einen beliebigen Zeitpunkt.

Die Bahnbestimmung der Planeten erfolgt[56] genauso wie die der Kometen. Neben den optischen Beobachtungen, bei denen die letzten zwei der Gl. 2.58,2.81 betroffen sind, liegen hier auch Messungen der Entfernungen und der Relativgeschwindigkeiten[57] zum Beobachter durch Radioteleskope vor, wobei die erste dieser Gl. nebst ihrer zeitlichen Ableitung zur Anwendung kommt.

In der Praxis erfolgt zwar die Bahnbestimmung aller Planeten simultan aus den optischen und radiometrischen Beobachtungen, man kann sie sich jedoch nach diesen getrennt durchgeführt vorstellen. Aus den radiometrischen Beobachtungen erhält man, wie in §2.5.3 plausibel gemacht, ein sehr genaues Modell der Bahnen der betreffenden Planeten zueinander, welches jedoch in seiner Gesamtheit noch gedreht werden kann. Der Vergleich mit den optischen Beobachtungen legt dann die Ausrichtung sowie eine gegenseitige Rotation beider Systeme zueinander fest (s. §2.5.2.1). Weil die Radioteleskope an der Erdrotation teilnehmen, folgt aus den Messungen auch die Lage des Erdäquators in Bezug auf das Modell der Bahnen, sodaß man dieses System prinzipiell auf sein dynamisches Äquinoktium und den Äquator beziehen könnte. Infolge der durch die Oberflächenunregelmäßigkeiten der Planeten bedingten Dispersion der Radiosignale ist aber keine hohe Genauigkeit erzielbar[58]. Durch zusätzliche Entfernungsmessungen des Mondes per Laser, die von dieser Fehlerquelle nicht betroffen sind, wird jedoch die Neigung des Äquators zur Erdbahn sehr genau bekannt, über die in die Mondbewegung eingehenden Sonnenstörungen aber auch seine 'azimutale' Ausrichtung, also der Anschluß an das Radarsystem der Planeten. Dies kann nunmehr sehr genau auf das dynamische Äquinoktium als Schnittpunkt von Äquator und Erdbahnebene bezogen werden. Berechnet man diesen Schnittpunkt für zwei (oder mehr) Zeiten, so sollte er sich in Ruhe befinden; aus der Abweichung folgt die Rotation des Modelles zum Inertialsystem wesentlich genauer als aus den Planeten alleine[59].

Gegenwärtig liegen zwei unabhängige Theorien der inneren Planeten aus radiometrischen Messungen vor, und zwar die Ephemeriden *DE118/119* [60] sowie die Theorie *CRT-81*[61]. Die Anzahl der zugrunde liegenden Beobachtungen spricht eindeutig zugunsten der Letzteren[62]. Bei dieser Theorie wurden die Initialwerte

---

52 [Smithsonean Astrophysical Observatory] Star Catalog. Hrsg.: *F. Whipple*. Washington 1966; AGK_3 Star Catalogue of Positions and Proper Motions ... Hrsg.: *W. Dieckvoß*. Hamburg-Bergedorf 1975

53 Abhandl. aus der Hamburger Sternw. **9**(1976)

54 siehe etwa *C. Sullivan, A. N. Argue*, Monthl.Not.Royal Astron.Soc. **193**(1980),921; *L. G. Taff, S. A. Stansfield*, Astron.Journ. **87**(1982),1884

55 nach Mitteilung von *P. K. Seidelmann*, berechnet aus der Mondtheorie *LE2000*

56 abgesehen von Einzelheiten wie der Korrektur der Beobachtungen wegen den Beleuchtungsphasen &[c].

57 diese sind allerdings nur von geringem Wert

58 beim Erdradius als Basis entspricht eine Dispersion von $30m$ im Abstand einer Genauigkeit von 1"

59 aus diesem Grund ist weiterhin die Rückführung des Fundamentalsystemes auf Äquator und Äquinoktium notwendig; ebenso genauere Theorien über die Rotationsbewegungen der Erde, die festlegen, welche Anteile als periodisch abzuspalten und welche inertial in Ruhe sein sollten

60 *E. M. Standish* u.a., *loc.cit.*

61 *G. A. Krasinsky* u.a., *loc.cit.*

62 dort wurden alle Beobachtungen wie bei *DE118/119* verwendet, zusätzlich noch zahlreiche russische Messungen

Tabelle 2.2 *Initialwerte der Planeten*

x $\dot{x}$	y $\dot{y}$	z $\dot{z}$	μ t	Planet
−,3963358353433	−,0936304598561	−,0093492974028	$,4912547451450812 \cdot 10^{-4}$	Merkur
,383343726926	−23,111812239748	−12,414341711086	2418800,5	
,1346930886527	−,6487160266976	−,3007168020139	$,7243456209632765 \cdot 10^{-3}$	Venus
19,738176658817	3,804991607257	,466333884983	2418800,5	
−,6749378480533	−,6888967984523	−,2988441566438	$,8997021232750576 \cdot 10^{-3}$	Erde/Mond
12,514078126064	−10,605761417370	−4,600618714364	2418800,5	
−,8621135766366	1,2572729586455	,6003453815120	$,9549528942224058 \cdot 10^{-4}$	Mars
−11,344451488337	−5,735109835022	−2,326322016582	2418800,5	
−5,3093810270480	−1,1865774182419	−,3791657840946	,2825347528095639	Jupiter
1,633536014492	−6,420339891968	−2,794644155181	2418800,5	
8,2251791019524	4,1018721709544	1,3404429211500	$,8459468504448002 \cdot 10^{-1}$	Saturn
−2,886677052714	4,510432488985	1,988940361864	2418800,5	
7,688264550004	−16,527079376694	−7,350581509352	$,1284898863593535 \cdot 10^{-1}$	Uranus
3,5884191169094	1,2564048083163	,4997850926145	2418800,5	
−9,867020856604	26,089537832441	10,935588726342	$,1532112500184276 \cdot 10^{-1}$	Neptun
−2,9811134336991	−,9702019353293	−,3224890503509	2418800,5	
−,3930070267883	−,1326403392988	−,0306814660416	$,4912547451450812 \cdot 10^{-4}$	Merkur
3,263747169618	−22,296521326976	−12,276257716752	2446600,5	
−,7188992360098	−,0183152631210	,0371388838401	$,7243456209632765 \cdot 10^{-3}$	Venus
−,063885545359	−18,524133321940	−8,344511571660	2446600,5	
−,0543679674747	−,9309102929185	−,4036327679191	$,8997021232750576 \cdot 10^{-3}$	Erde/Mond
16,898749404409	−,900275376877	−,390507030758	2446600,5	
,1169888134928	−1,3071112184424	−,6031282135783	$,9549528942224058 \cdot 10^{-4}$	Mars
14,492587088609	2,257521641961	,647847744847	2446600,5	
4,6852196572607	−1,5451353299227	−,7773046035776	,2825347528095639	Jupiter
2,516944569072	6,859072683643	2,880830164038	2446600,5	
−3,9715469394985	−8,5343958844289	−3,3577026506138	$,8459468504448002 \cdot 10^{-1}$	Saturn
4,821616426273	−1,981754603705	−1,027990965407	2446600,5	
−3,339559069535	−17,287389281487	−7,527363670361	$,1284898863593535 \cdot 10^{-1}$	Uranus
3,8450792576707	−,7710742030931	−,3922715840049	2446600,5	
2,044630340381	−27,905391859703	−11,482634360113	$,1532112500184276 \cdot 10^{-1}$	Neptun
3,1161717731809	,2470942124541	,0228693809367	2446600,5	

Die Tabelle enthält die rechtwinkligen Örter x,y,z und Geschwindigkeiten $\dot{x}$,$\dot{y}$,$\dot{z}$ sowie die Beschleunigungskonstanten μ (Zeiteinheit jeweils 1000 Tage) für die Planeten Merkur bis Neptun für zwei Epochen t.

nur aus den radiometrischen Messungen bestimmt, und anschließend mit den optischen Beobachtungen verglichen. Dieser Vergleich erfolgte nur oberflächlich, außerdem ist diese Ephemeride in ihrer veröffentlichten Form nicht auf das dynamische Äquinoktium reduziert. Eine umfangreiche Untersuchung ergab, daß dazu[63] eine Korrektur der Ausrichtung um $\theta_x = -0''734$, $\theta_y = +0''101$, $\theta_z = +0''080$ (für das Äquinoktium 1950) nötig ist, die angebracht wurde[64]. Bei der Einführung der eigenen Verwendung dieser Initialwerte wur-

[63] zusätzlich zur Korrektur $\theta_z = -0''525$ vom FK_4- zum FK_5-System

[64] Die Initialwerte für die äußeren Planeten hatten die Autoren von *C. Oesterwinter, loc.cit.*, übernommen. Die Darstellung von Neptun weicht mehrere " von der Ephemeride *DE119* ab.

den sie außerdem auf die reziproken Massen für Jupiter, Saturn und Uranus von 1047, 348, 3498, 0 und 23030 bezogen[65]. Dies wurde im Wesentlichen bewerkstelligt, indem aus den Originaldaten rechtwinklige heliozentrische Koordinaten über den Beobachtungszeitraum hinweg generiert und daraus unter Verwendung der neuen Grundlagen die darauf bezogenen, geringfügig geänderten Initialwerte bestimmt wurden. Bei DE118/119 ergab sich aus radiometrischen und optischen Beobachtungen neben den Initialwerten die Rotation des optischen Bezugssystemes ähnlich wie gemäß den letzten Termen in Gl. 2.67, als Bezugssystem wurde die Lage des FK_4-Systemes zur Epoche B1950 gewählt, indem die Koeffizienten zur Berechnung der Rotationsgrößen von dort an gerechnet wurden. Eine daran angeschlossene Berechnung der mittleren Knotenlänge ergab, daß zur Reduktion auf das dynamische Äquinoktium eine Korrektur von $\theta_z = -0''531$ nötig ist[66]. Die Ephemeride im ursprünglichen System bezeichnet man mit DE118, die auf das dynamische Äquinoktium bezogene mit DE119. DE119 oder die wie oben korrigierte Theorie CRT-81[67] kann man mit ausreichender Genauigkeit in Verbindung mit nach §2.5.3 auf das FK_5-System bezogene Beobachtungen verwenden, worauf sich auch die später angegebenen Ergebnisse beziehen.

Die für vorliegende Berechnungen verwendeten Initialwerte der Planeten sind in Tab. 2.1. wiedergegeben.

2.7. Der *light shift*

Bei mehreren Kometen verblieben in den Bahnbereichen größter Helligkeit nach der Bahnverbesserung deutliche Restfehler. Sie können nicht als nichtgravitative Effekte gedeutet werden, weil sie zu schnell veränderlich sind, und in erheblichem Maße von den einzelnen Beobachtern und Beobachtungsumständen wie Belichtungszeit, Spektralbereich usw. abhängen.

Als Grund wurde in Erwägung gezogen[68], daß die hellste Stelle des Kometen, auf den sich die Positionsmessungen beziehen, erheblich von der Position des Kernes abweicht (*light shift*).

Weder quantitative Untersuchungen noch eine Theorie des Effektes liegen vor[69]. Die auftretenden Restfehler ergaben jedoch folgende Erkenntnisse: Der light shift verläuft in Etwa längs der Richtung zur Sonne. Die Stelle, auf die sich die Positionsmessung bezieht, ist näher an der Sonne als der unsichtbare Kern. Der Betrag ist nicht eine einfache Funktion des heliozentrischen Abstandes des Kometen, sondern hängt ganz erheblich vom Beobachter, Instrument und von den Beobachtungsumständen ab. Bei kurzer Belichtung ist der Effekt im Allgemeinen geringer als bei länger belichteten, und in einigen Fällen von Beobachtungsserien mit sehr kurzen, sternförmigen Abbildungen des Kometen sind keine signifikanten systematischen Restfehler zu sehen.

Nach der durch eigene Beobachtungen gebildeten Auffassung des Verfassers hat man zwischen der Helligkeitsverteilung des Kometen als physikalische und seiner Figur als physiologische Ursache zu unterscheiden. Die Helligkeitsverteilung der (blauen) Gas- und (gelben) Staubkomponente des Kometen und ihre Faltung mit der Empfangsfunktion (insbesondere mit der spektralen Empfindlichkeit der Fotoplatte und mit der in der zufällig gewählten Fokalebene des Teleskopes etwa in Fällen von Astrographen mit langgestreckter Fokalkurve) bestimmt, wie der Komet durch die Aufnahme abgebildet wird, und diese Figur wiederum, wo beim Ausmessen subjektiv die Mitte gewählt wird. Diese zweite Ursache kann man vermutlich durch photometrisches Ausmessen vermeiden. Unverständlich ist allerdings, warum bei kurzen Belichtungszeiten der Effekt verschwindet (siehe Abb. 2.2).

---

65 Astron.Astroph. **119**(1983),97

66 ein Wert, der mit der Festlegung des Katalogäquinoktiums des FK_5 sehr gut übereinstimmt

67 die Erdkoordinaten weichen in den letzten zwanzig Jahren nur um wenige km voneinander ab

68 siehe etwa *H. Westphalen*, Astron.Nachr. **24**(1846),370; *D.O.Mochnatsch*, Bull.Inst.Theor.Astr. **6**(1956),269; *B.G.Marsden*, Astron.Journal **74**(1969),732; *G.Sitarski*, Acta Astron. **34**(1984),269

69 Die theoretischen Untersuchungen von *D.O.Mochnatsch* ergaben, daß der light shift in Perihelnähe am geringsten sei, was nicht mit den Beobachtungen übereinstimmt. Neben der Helligkeitsverteilung wurde nicht die offenbar erheblichere Instrumentenabhängigkeit erörtert.

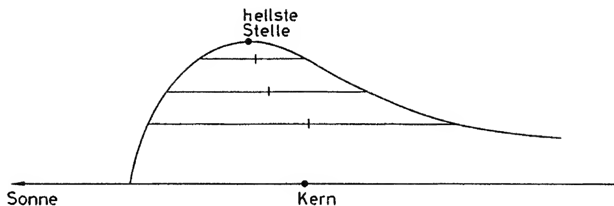

Abb. 2.2 *Helligkeitsprofil eines Kometen*

Die Sehnen entsprechen dem abgebildeten Bereich des Kometen bei Aufnahmen mit verschiedenen Belichtungszeiten. Bei Verkürzung der Belichtungszeit wandert die angemessene Position (Figurmitte) zur hellsten Stelle des Kometen, die vom Kern aus in Richtung zur Sonne hin liegt. Dieser physiologische Anteil des light shift läßt sich bei länger belichteten Aufnahmen auch durch photometrisches Ausmessen vermeiden. Ungeklärt ist, warum bei noch kürzeren Belichtungszeiten die Position wieder in die entgegengesetzte Richtung wandert (der light shift zur Sonne hin wird kleiner).

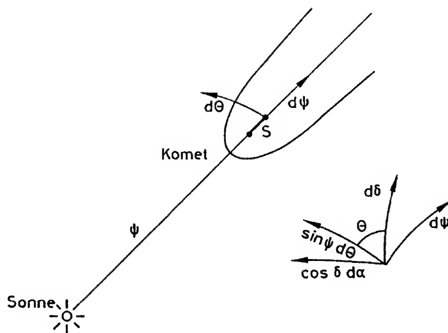

Abb. 2.3 *Der light shift in der scheinbaren Position*

Ein radialer light shift S unbekannter Größe läßt sich bei den Bahnrechnungen eliminieren, indem von Rektaszension α und Deklination δ auf Positionswinkel θ und Elongation ψ zur Sonne übergegangen wird. Im Positionswinkel ist der light shift nicht enthalten, sodaß nur deren Bedingungsgleichung für die Rechnung verwendet wird. Der Übergang erfolgt am einfachsten durch Multiplizieren der Bedingungsgleichungen für $\cos\delta\, d\alpha\; d\delta$ mit der Rotationsmatrix um den Positionswinkel.

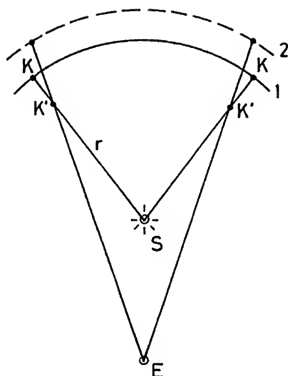

Abb. 2.4 *Auswirkung eines light shift beidseitig einer Konjunktion*

Eine scheinbare Verringerung der heliozentrischen Distanz des Kometen bei einer Konjunktion resultiert in einer Zunahme der bei Bahnrechnungen erhaltenen Distanz, weil die geringere Winkelgeschwindigkeit statt der tatsächlichen Bahn 1 einer weiter entfernten 2 entspricht. K tatsächlicher Komet (Kern), K' hellste Stelle (gemessene Position).

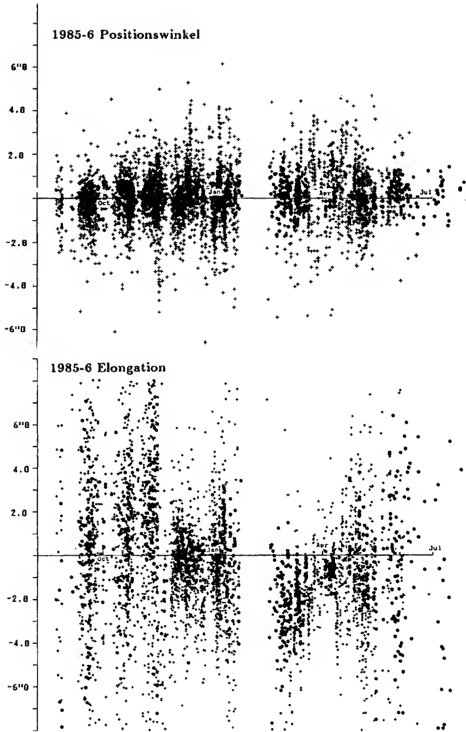

Abb. 2.5 *Restfehler in Positionswinkel und Elongation zur Sonne*

Die Restfehler in Positionswinkel sind mit dem Sinus der Elongation multipliziert. Die Restfehler in Elongation wurden um den perspektivischen Faktor korrigiert, sodaß sie den wahren light shift wiedergeben (1" = 725 km). Im Zeitraum Oktober bis Dezember 1985 und 10.April bis 5.Mai 1986 war der Phasenwinkel beim Kometen klein, sodaß in diesem Zeitraum der light shift unsicher bestimmt ist. Obwohl bei den Rechnungen nur die Elongationen nahe den Oppositionen berücksichtigt wurden, sind hier alle Elongationen mit dem Gewicht der Positionswinkel aufgetragen, um die unterschiedliche Güte der einzelnen Beobachter zu berücksichtigen. Ein Kreuz bedeutet Gewicht 0, ein großer Punkt Gewicht 1, kleine Punkte geringere Gewichte.

Obwohl mittelfristig keine Klärung dieser Sachverhalte zu erwarten ist, taucht die Frage auf, ob dieser Effekt nicht irgendwie bei den Bahnberechnungen berücksichtigt werden kann[70]. In der Literatur wurde daher eine Abhängigkeit von der heliozentrischen Distanz $S(r) = S_0 \cdot s(r)$ angenommen, wobei S_0 ein für die einzelnen Verläufe $s(r)$ zu bestimmender Parameter ist[71]. Der Wert eines solchen Ansatzes erscheint aber aus den obigen Erwägungen als äußerst fragwürdig.

Eine Möglichkeit, den light shift weitgehend unabhängig von seiner Größe zu eliminieren, besteht darin, nur denjenigen Anteil des Beobachtungsmateriales zu verwenden, in dem der light shift nicht enthalten ist[72]. Statt die Bedingungsgleichungen auf Rektaszension und Deklination zu verwenden, transformiert man sie auf Positionswinkel und scheinbare Distanz (*Elongation*) zur Sonne. Ein radialer light shift ist nur in den Elongationen vorhanden, sodaß man bei den Rechnungen nur die Bedingungsgleichungen für die Positionswinkel verwendet (siehe Abb. 2.3). In weniger kritischen Punkten der Bahn, etwa in größerer Entfernung, oder nahe Oppositionen oder Konjunktionen zur Sonne, wo die Perspektive die Auswirkung des light shifts auf die scheinbare Position erheblich verringert, kann man die Bedingungsgleichungen der Elongation mit geringem Gewicht noch berücksichtigen. Diese Methode hat auch den Vorteil, daß die nach Bestimmung der Parameter verbleibenden Restfehler in Elongation der nicht angepaßten Größe des light shift für die einzelnen Beobachtungen entsprechen und Untersuchungen in Bezug auf seine Abhängigkeit von den Beobachtungsumständen ermöglichen.

Besonders bemerkenswert ist der Sachverhalt, daß der light shift den Kometen für den Beobachter näher an der Sonne erscheinen läßt als der Kern tatsächlich ist, daß jedoch bei Verwendung dieser zu geringen Elongationen für Bahnrechnungen dieser Effekt eine zu große Entfernung des Kometen ergibt[73]. Dies ist deshalb zu erwarten, weil die berechnete Entfernung nicht auf Direktmessungen, sondern auf Winkelmessungen beruht. Eine scheinbare Verringerung der Elongation zur Sonne beidseits einer Konjunktion entspricht auch einer Verringerung der heliozentrischen Winkelbewegung über den betreffenden Zeitraum, also einer Zunahme der berechneten Distanz (siehe Abb. 2.4). Dies kann nur vermieden werden, wenn die Elongationen nicht verwendet werden und dadurch die Winkelgeschwindigkeit nicht verfälscht wird.

Die Bedingungsgleichungen in Positionswinkel θ und Elongation ψ erhält man am einfachsten, indem man sie zunächst in der gewohnten Weise für Rektaszension α und Deklination δ aufstellt, und anschließend durch eine Drehung am scheinbaren Himmel um den Positionswinkel, also durch Multiplizieren mit $\partial(\theta, \psi)/\partial(\alpha, \delta)$, auf Positionswinkel und Elongation transformiert. Dies hat den Vorteil, diese nicht explizit berechnen zu müssen.

Die Ableitung der α,δ nach S erhält man unter Berechnung der $\partial(\alpha, \delta)/\partial\mathbf{x}$ wie üblich (Gl. 2.58,2.81) und unter Verwendung von $\partial\mathbf{x}/\partial r = \frac{\mathbf{x}}{r}dr$ und $dS = dr$ zu

$$a = \frac{\partial\alpha\cos\delta}{\partial S} = \frac{y\cos\alpha - x\sin\alpha}{\Delta \cdot r} \qquad 2.68$$

$$b = \frac{\partial\delta}{\partial S} = \frac{(-x\cos\alpha + y\sin\alpha)\sin\delta + z\cos\delta}{\Delta \cdot r} \qquad 2.69$$

Invertieren ergibt dann für die Ableitung der scheinbaren Richtung senkrecht und parallel zu S nach α,δ

$$\begin{pmatrix} \sin\psi\ d\theta \\ d\psi \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\ d\alpha \\ d\delta \end{pmatrix} \qquad 2.70$$

Diese Differentialquotienten finden wegen $dS = s(r)\,dS_0$ auch Anwendung, wenn der Parameter S_0 zu einem gewählten Verlauf $s(r)$ aus den α, δ oder θ, ψ bestimmt werden soll.

Das Verfahren, insbesondere die Auswirkung der Nichtverwendung oder Abwichtung der Elongationen auf die Genauigkeit der Parameterbestimmung, hat der Verfasser in Bezug auf einige Kometen untersucht,

---

[70] Das von *U.Bastian,S.F.Röser*, ESA-SP **250**(1986) Vol.3,285; Sterne u.Weltr. **25**(1986),640 beschriebene Verfahren (Fourrierrücktransformation der Instrumenteneffekte usw.) ist weitgehend wertlos. Solange der tatsächliche Kern nicht durch die Koma sichtbar ist, kann aus Aufnahmen auch keine Informetion über seinen Ort erhalten werden. Dieser ist nur dadurch erschließbar, daß er sich an die Bewegungsgesetze halten muß

[71] Die Untersuchungen von *G.Sitarski* am Kometen 1960II ergaben die beste Darstellung bei $s \propto r^{-3}$ oder $s \propto r^{-4}$ mit einem Betrag von etwa $9000\,km$ nahe dem Perihel, leider ist jedoch das Vorzeichen unklar

[72] *W.Landgraf*, `On the Motion of Comet Halley`. ESTEC EP/14.7/6184 Final Report. Göttingen 1984. §2.2

[73] Beim Halleyschen Kometen im März 1986 um über $600\,km$, siehe §4.5.1

insbesondere für den Halleyschen Kometen[74]. Für die vorliegende Arbeit ist davon nur der Befund von Bedeutung, daß bei Verwendung von Beobachtungen aus zwei oder mehr Erscheinungen und nicht sehr kleiner Bahnneigung die mittleren Fehler der Ergebnisse nur geringfügig anwachsen.

Dieses Verfahren hat sich bei Berechnungen des Halleyschen Kometen sehr gut bewährt. Ab Ende 1985 wurden von den Beobachtern abhängige systematische Restfehler sichtbar, die auf einen light shift hinwiesen. Im Januar 1986 betraf dies nahezu alle Beobachtungen. Im Februar tauchte der Komet nach seiner Konjunktion zur Sonne etwa 4" abweichend zu dem Ort auf, der sich bei einer Bahnrechnung unter möglichst guter Anpassung der vorangegangenen Rektaszensionen und Deklinationen ergeben hatte. Im Positionswinkel ergab sich jedoch kein Sprung, es handelte sich im Wesentlichen um einen systematischen Fehler in der Elongation (siehe Abb. 2.5). Der Verfasser hat alle vorgeschlagenen Verfahren zur Behandlung des light shiftes angewendet[75]. Dabei ergab dieses Verfahren signifikant die beste Darstellung des verwendeten Beobachtungsmateriales, und lieferte mit etwa $150 km$ die genaueste Vorausberechnung des Kometen für die Zeit des Vorbeifluges der Raumsonde *Giotto*. Die von den Raumsonden *Vega 1* und *Vega 2* gemessenen Positionen des Kometen waren eine wichtige Bestätigung für die Diskrepanz des tatsächlichen zum scheinbaren Ort des Kometen, also daß ein light shift der erläuterten Art gegeben ist und nicht etwa Fehler in der Modellierung der Bewegung des Kometen, insbesondere unerklärlich große nichtgravitative Kräfte, vorliegen.

Später hat der Verfasser versucht, aus den Restfehlern in Elongation Schlüsse auf das Wesen des light shiftes zu ziehen[76]. Dies war jedoch nur im statistischen Sinne möglich, da die meisten Beobachter die relevanten Einzelheiten ihrer Beobachtungen nicht veröffentlicht haben. Zusammenfassend ergab sich, daß der absolute light shift S sich nicht als eine Funktion der heliozentrischen Distanz, sondern erheblich besser in Abhängigkeit von der reduzierten Helligkeit und der geozentrischen Distanz darstellen läßt. So war beispielsweise der light shift bei gleicher heliozentrischer Entfernung nach dem Perihelium im Februar erheblich größer als davor. Anfang April, bei erheblicher Annäherung des Kometen an die Erde, war der light shift nur sehr gering, nahm anschließend aber wieder deutlich zu. Er verhält sich etwa gemäß

$$S = S_0 \Delta^2 / 10^{m/5} \qquad \text{mit} \qquad S_0 = 3700 \pm 400\ km \qquad 2.71$$

(m visuelle Helligkeit). Dieser Zusammenhang ist unter anderem auch in Einklang damit, daß bei etwa gleicher reduzierter Helligkeit der scheinbare light shift S/Δ die selbe Größe unabhängig von der Entfernung des Beobachters besitzt und die Raumsonden bei der Annäherung keinen light shift messen konnten, sodaß es sich bei der radialen Verschiebung des scheinbar hellsten Punktes zur Sonne hin nicht um einen realen Effekt, sondern um einen Beobachtungseffekt handelt.

Man muß sich stets darüber im Klaren sein, daß dieser Zusammenhang nur im statistischen Sinne, unabhängig von den Beobachtungsumständen, gilt. Ebenso ist fraglich, inwieweit er sich auf andere Kometen verallgemeinern läßt. Selbst bei großzügiger Abschätzung darf man aber vermuten, daß demnach bei Kometen von 7. Größe visuell der light shift bei weniger als $1 AE$ Abstand von der Erde vernachlässigbar ist. Die Überprüfung der einzelnen hier bearbeiteten Kometen ergab, daß in keinem Fall der light shift berücksichtigt werden braucht, mit Ausnahme des Halleyschen Kometen, wo seine Berücksichtigung indessen von ganz erheblicher Bedeutung ist.

2.8. Die Verbesserung der Unbekannten

Nach dem Vergleich der Beobachtungen mit der Theorie sollen verbesserte Werte ihrer Parameter ermittelt werden.

Es seien $\mathbf{b}$ die Beobachtungen – in der Regel α und δ –, $\mathbf{r}$ die Werte, welche sie gemäß des Modelles und der vorliegenden Werte der Parameter $\mathbf{u}$ annehmen sollten, und $\mathbf{f}$ die Differenzen (*Fehler*) zwischen beiden. Gesucht sind nun die Korrekturen $\triangle\mathbf{u}$, die an die Parameter anzubringen sind, damit die Beobachtungen möglichst gut dargestellt werden.

---

[74] *ibid.* Tab. 12 und 13; Astron.Astrophys. **157**(1986),245

[75] eine Auswahl davon veröffentlicht im Rahmen eines Artikels von *I.Hasegawa*, The Heavens **67**(1986),131; siehe auch §4.5

[76] ESA SP-**250**(1986) Vol.3,289; siehe auch §4

Vernünftigerweise verwendet man solche Modelle und Parameter, die differenzierbar in den Beobachtungswerten sind. Mittels der Ableitungen $\partial\mathbf{r}/\partial\mathbf{u}$ kann man die bei Variation der Modellparameter $\mathbf{u}$ zu erwartenden Änderungen in den $\mathbf{r}$ berechnen. Hat man so viele Beobachtunen wie Unbekannte, kann man die Korrekturen $\triangle\mathbf{u}$ dann so einrichten, daß die Änderungen gleich den Abweichungen $\mathbf{f}$ sind, sodaß danach die korrigierten Parameter die Beobachtungen vollständig darstellen:

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \triangle\mathbf{r} = \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\triangle\mathbf{u} \qquad 2.72$$

2.8.1. Die Methode der kleinsten Quadrate

Liegen weniger Beobachtungen als Unbekannte vor, oder sind die Beobachtungen kaum von den Unbekannten abhängig, muß die Anzahl der Unbekannten reduziert oder müssen Zusammenhänge zwischen den Unbekannten angenommen werden. Ist die Zahl der Unbekannten gleich derjenigen der Beobachtungen, können sie ohne weitere Annahmen bestimmt werden, wobei formal ebenso vorgegangen wird wie im nachfolgenden Fall. Liegen mehr Beobachtungen als Unbekannte vor, können sie nicht ohne Restfehler dargestellt werden. Dann muß ein *Ausgleichsprinzip* angegeben werden.

Üblicherweise verwendet man hier die Bedingung, daß die Unbekannten diejenigen Werte annehmen sollen, für welche die Summe der Quadrate der Restfehler so gering wie möglich wird. Auf die Herleitung und Berechtigung dieser *Methode der Kleinsten Quadrate* kann hier nicht eingegangen werden[77]. Ihre Voraussetzungen[78] sind fast nie erfüllt und es wurden auch häufig andere Verfahren vorgeschlagen[79], sie hat sich jedoch gleichwohl gut bewährt und wurde auch hier verwendet.

a) Berechnung verbesserter Werte der Unbekannten

Die Diskrepanzen Beobachtung minus Rechnung $\mathbf{f}$ sind in Abhängigkeit der Korrekturen $\Delta\mathbf{u}$ der Ausgangswerte $\mathbf{u}_o$

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{b} - \mathbf{r}(\mathbf{u}) = \mathbf{b} - (\mathbf{r}(\mathbf{u}_o) + \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\triangle\mathbf{u}) = \mathbf{f}(\mathbf{u}_o) - \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\triangle\mathbf{u} \qquad 2.73$$

Das Ausgleichsprinzip $\sum f_i^2 \rightarrow min.$ ergibt dann

$$\mathbf{f}(\mathbf{u})^T\mathbf{f}(\mathbf{u}) \rightarrow min \qquad \text{oder} \qquad \delta_u\mathbf{f}(\mathbf{u})^T\mathbf{f}(\mathbf{u}) = 0 \qquad 2.74$$

Die letzte Bedingung besagt, daß die Variation der Fehlerquadratsumme nach jeder der Unbekannten verschwinden soll und liefert daher entsprechend viele Gleichungen für deren Bestimmung.

Setzt man in beide Gleichungen obiges $\mathbf{f}$ ein, wobei man bei Durchführung der Variation annehmen kann, daß $\partial\mathbf{r}/\partial\mathbf{u}$ nur vernachlässigbar von den $\Delta\mathbf{u}$ abhängt, erhält man für die Korrekturen der Unbekannten und für die verbleibende Fehlerquadratsumme

$$\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}^T\mathbf{f} - \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}^T\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\triangle\mathbf{u} = 0 \qquad 2.75$$

und

$$\mathbf{f}^T\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}^T\mathbf{f}(\mathbf{u_o}) + \triangle\mathbf{u}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}^T\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}\triangle\mathbf{u} = \mathbf{f}^T\mathbf{f}(\mathbf{u_o}) + \triangle\mathbf{u}^T\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}}^T\mathbf{f}(\mathbf{u_o}) \qquad 2.76$$

Die Koeffizientenmatrix vor $\triangle\mathbf{u}$ ist als Produkt einer Matrix mit ihrer Transponierten symmetrisch mit den zeilen- und spaltenweise größten Elementen in der Diagonalen, sodaß dies auch für ihre Inverse $\mathbf{K}$ gilt[80].

---

77 siehe *C.F.Gauß*, Werke Bd.4(1880) S.1-117; *F.R.Helmert*, Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der Kleinsten Quadrate. 2.Aufl. Leipzig/Berlin 1907. 94ff; *W.Jordan,O.Eggert*, Handbuch der Vermessungskunde. Bd.**1**, Stuttgart 1935. 1-191,582ff.; *T.v.Oppolzer*, Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten. Bd.**2**, Leipzig 1880. 276f.

78 etwa über die Art und Verteilung der Fehler, siehe *G.Hagen*,Die Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin 1837; *F.W.Bessel*, Astron.Nachr. **15**(1938),369; *Helmert* 1ff.; *Oppolzer* 284ff.

79 etwa *M.K.Gavurin*, Zh.Math.i Math Fiz. **2**,387; *T.K.Nikolskaya*, Bull.Inst.Theor.Astr. **13**(1972),148; *D.L.Duma*, *loc.cit.*; *P.E.Elyasberg,A.A.Sukhanov,T.Morley,F.Hechler*, ESA Journ. 1984 Vol.8,19f.; *T.Morley,F.Hechler*, Cometary Astrometrie. Pasadena 1984. 198.

80 Nähere Einzelheiten *Bauschinger* 410ff; *Oppolzer* 311ff; *Helmert* 51,269f; *W.H.Jefferys*, Astron.Journ. **85**(1980),177,**86**(1981),149

b) Der mittlere Fehler der Beobachtungen

Zu einer überzähligen Beobachtungsreihe kann angegeben werden, wie gut sie dem verwendeten Ausgleichsprinzip entspricht. Ebenso wie dessen Wahl ist die des Gütekriteriums willkürlich[81] und kann daher nur plausibel gemacht werden.

Bei der Methode der Kleinsten Quadrate verwendet man den *mittleren Fehler* einer Beobachtung

$$\mu = \sqrt{\frac{\mathbf{f}^T\mathbf{f}}{n-u}} \qquad 2.77$$

(n,u Anzahl der Beobachtungen bzw. der Unbekannten).
Diese Festlegung ist offensichtlich sinnvoll, weil erst ab $n > u$ die Güte der Beobachtungen überprüft werden kann, und weil $\mathbf{f}^T\mathbf{f}$ das Argument des Ausgleichsprinzipes, μ also dessen mittlerer Beitrag einer einzelnen Beobachtung, darstellt. μ besitzt noch weitere empfehlenswerte Eigenschaften - es ist etwa der wahrscheinlichste Wert für den wahren Fehler einer Beobachtung -, worauf hier aber nicht näher eingegangen werden kann[82].

In der Praxis kommen häufig unterschiedlich genaue Beobachtungen vor. Eine Beobachtung hat das *Gewicht* p, wenn sie in die Berechnungen so eingehen soll wie p Beobachtungen vom Gewicht 1. Dazu ist ihre Bedingungsgleichung mit $\sqrt{p}$ durchzumultiplizieren, weil in Gl. 2.75 die Produkte von jeweils zwei Koeffizienten der Bedingungsgleichungen aufaddiert werden. Üblicherweise legt man den mittleren Fehler μ einer Beobachtung mit dem Gewicht 1 fest (etwa $\pm 1''$) und erteilt den Beobachtungen je nach vermuteter Genauigkeit μ_i das Gewicht $p_i = \sqrt{\mu/\mu_i}$. Wegen dem gelegentlichen Auftreten von Beobachtungen gemischter Dimensionen - etwa von Winkeln in " und von Entfernungsmessungen in AE - ist es zweckmäßiger zu sagen, daß die Gewichtseinheiten zu $\mu = 1$(dimensionslos) gewählt wird, also die Bedingungsgleichungen durch die Unsicherheiten der Beobachtungen geteilt und damit dimensionslos gemacht werden.

c) Der mittlere Fehler der Unbekannten

Der mittlere Fehler μ_f einer Funktion $f(\mathbf{u})$ von u verschiedenen Größen $\mathbf{u}$ berechnet sich aus deren mittleren Fehlern μ_p nach dem *Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz*

$$\mu_f^2 = \sum_{i=1}^{u}\sum_{j=1}^{u} \mu_{u_i}\frac{\partial f}{\partial u_i}Q_{ij}\frac{\partial f}{\partial u_j}\mu_{u_j} \qquad 2.78$$

Die dadurch definierten Größen Q_{ij} sind die *Korrelationskoeffizienten* zwischen der Größen u_i,u_j. Wegen dem möglichen Fall $f(f) = f$ ist offensichtlich stets Q_{ii}=1, die restlichen Q_{ij} hängen ebenso wie die μ_{u_i} von der Gesamtheit der beteiligten $\mathbf{u}$ und deren Bestimmung ab. Ist darüber nichts bekannt oder beruhen die einzelnen u_i auf unterschiedlichen Beobachtungen, so sind die Q_{ij} zwischen verschiedenen u_i,u_j als 0 anzunehmen. Ansonsten ist Q_{ij} umso näher an 1, desto ähnlicher die Ableitungen der Beobachtungsgrößen nach den beiden Größen - also die $\partial\mathbf{r}/\partial u_i$,$\partial\mathbf{r}/\partial u_j$ und entsprechend die aus ihrer Invertierung folgenden K_{li} im Vergleich zu den K_{lj} - sind, denn wie nachfolgend ersichtlich, hängen die K_{ij} mit den Q_{ij} unmittelbar zusammen.

Wir nehmen einmal an, wir hätten anstatt den Unbekannten $\mathbf{u}$ andere $\mathbf{u}'$ gewählt, die sich zueinander als Linearkombination darstellen lassen[83]. Gefragt ist nun, wie sich dabei $\mathbf{K}$ transformiert. Aus

$$\mathbf{K}'^{-1} = \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}'}^T\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}'} \quad \text{und} \quad \mathbf{K}^{-1} = \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}'}^T\frac{\partial\mathbf{u}'}{\partial\mathbf{u}}^T\frac{\partial\mathbf{u}'}{\partial\mathbf{u}}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\mathbf{u}'} \qquad 2.79$$

folgt unter Rücksicht auf die Symmetrie von $\mathbf{K}$

$$\mathbf{K}' = \frac{\partial\mathbf{u}'}{\partial\mathbf{u}}^T\mathbf{K}\frac{\partial\mathbf{u}'}{\partial\mathbf{u}} \qquad 2.80$$

---

81 *Helmert* 138f,276

82 *Bauschinger* 402ff; *Oppolzer* 291ff; *Helmert* 70ff

83 was bei differentiellen Korrekturen stets der Fall ist

Insbesondere gilt für die Diagonalelemente $K'_{ll} = \sum_{i=1}^{u}\sum_{j=1}^{u}\frac{\partial u'_l}{\partial u_i}K_{ij}\frac{\partial u'_l}{\partial u_i}$. Da dies für beliebige $u'_l(\mathbf{u})$ gilt, und wegen $Q_{ll} = 1$, folgt aus dem Vergleich mit Gl. 2.78, daß die K_{ij} bis auf einen gemeinsamen Vorfaktor den $\mu_{p_i}Q_{ij}\mu_{p_j}$ entsprechen, die K_{ll} insbesondere den μ_l^2. Daß der Vorfaktor 1 ist, folgt aus Spezialfällen wie der Bestimmung der Unbekannten durch Direktmessungen, oder allgemein aus der Rücktransformation auf die ursprünglichen Parameter.

2.8.2. Anwendung auf das Problem der Bahnbestimmung

Hier sind in der Regel die Beobachtungen $\mathbf{b} = (\Delta, \alpha, \delta)$ und die Parameter die rechtwinkligen Initialwerte und sonstigen Parameter $\mathbf{u} = \mathbf{U} = (\mathbf{X}, \mathbf{P})$. Die Bedingungsgleichungen lauten dann

$$\mathbf{f}_{\Delta,\alpha,\delta}(\mathbf{U}) = \frac{\partial(\Delta,\alpha,\delta)}{\partial \mathbf{x}}\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{U}}\triangle\mathbf{U} \qquad 2.81$$

Dafür erhält man die $\mathbf{f}_{\Delta,\alpha,\delta}$, indem man mit den Parametern $\mathbf{U}$ die Integration gemäß den §§2.1-2.4 durchführt und die Abweichungen nach §2.5 berechnet. Die Ableitungen $\partial\mathbf{x}/\partial\mathbf{U}$ erhält man wie in §2.4 beschrieben, die $\partial(\Delta,\alpha,\delta)/\partial\mathbf{x}$ sind als Gl. 2.58 angegeben. Bei Kometen hat man üblicherweise nur α,δ, also nur zwei Bedingungsgleichungen je Beobachtung.

Oft sollen für $\mathbf{u}$ andere Parameter $\mathbf{u}'$ als die rechtwinkligen Initialwerte $\mathbf{U}$ verwendet werden, etwa wenn Bedingungen an die Auflösung der Normalgleichungen oder Werte für die Varianzen oder die Korrelationskoeffizienten vorgegeben werden. Man will allerdings weiterhin Gebrauch von den wie gehabt berechneten $\partial\mathbf{x}/\partial\mathbf{U}$ machen. In den Gl. 2.72 bis 2.76 schreibt man dazu $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}}\triangle\mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{u}'}\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial \mathbf{u}}\triangle\mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{u}}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{u}'}\triangle\mathbf{u}'$. Man muß also die Koeffizienten der Bedingungsgleichungen mit $\partial\mathbf{u}/\partial\mathbf{u}'$ multiplizieren[84] und erhält dann die Korrekturen der $\mathbf{u}'$.

Nach Erhalt der den ggf. gestellten Bedingungen entsprechenden $\triangle\mathbf{u}'$ rechnet man diese zur Berechnung der verbesserten Elemente und Durchführung der neuen Rechnung in die entsprechenden $\mathbf{U}$ um. Dies geschieht durch Multiplizieren mit der Inversen von $\partial\mathbf{u}'/\partial\mathbf{u}$. Daher gehen Fehler oder Ungenauigkeiten bei der Berechnung dieser Matrix nicht in das Ergebnis ein - grundsätzlich kann vorübergehend jede beliebige Transformation erfolgen - , allenfalls gestellte Bedingungen könnten leiden. Es ist wichtig, daß die Bahnverbesserung implizit in rechtwinkligen Initialwerten durchgeführt wird, weil andere Unbekannte, etwa die Bahnelemente, für Rechnungen hoher Genauigkeit nicht linear genug sind[85].

In Frage kommen hauptsächlich die klassischen Bahnelemente, also $\mathbf{u} = (\mathbf{E}, \mathbf{P})$. Beispielsweise geschieht eine Kreis- oder Parabelbahnbestimmung unter der Bedingung, die Exzentrizität unverändert zu lassen und mit einer Varianz von 0 zu behaften. Die benötigten $\partial\mathbf{E}/\partial\mathbf{X}$ berechnet man mit völlig ausreichender Genauigkeit durch numerische Variation der Gl. 2.14 bis 2.18 .

Mitunter sollen statt $\mathbf{b} = (\Delta, \alpha, \delta)$ andere Beobachtungsgrößen $\mathbf{b}'$ verwendet werden. Da sich sowohl die beobachteten $\mathbf{b}$ als auch die berechneten $\mathbf{r}$ durch Multiplizieren mit $\partial\mathbf{b}'/\partial\mathbf{b}$ umrechnen, mithin auch ihre Differenz $\mathbf{f}$, folgen die neuen Bedingungsgleichungen aus Durchmultiplizieren der Gl. 2.81 mit dieser Funktionalmatrix.

Gelegentlich soll von den Beobachtungen nur der Anteil parallel oder senkrecht der Variationslinie nach einer der Unbekannten verwendet werden, also ihr Einfluß entweder ausgenutzt oder eliminiert werden. Dies trifft nach Übergang auf die Kegelschnittelemente, wie beschrieben, hauptsächlich auf die Perihelzeit zu. Bei periodischen Kometen oder erdnahen Asteroiden, die nach längerer Zeit wieder auftauchen, soll zunächst mit der neu hinzugekommenen Erscheinung nur die Perihelzeit oder die große Bahnhalbachse verbessert werden, oder beispielsweise beim Halleyschen Kometen sollen mit den älteren, unsicher beobachteten Erscheinungen nur die Perihelzeiten, nicht jedoch die anderen Elemente angepaßt werden. Umgekehrt sollen in sonnenfernen Teilen der Bahn die zur Bahnebene senkrechten Parameter A_3 bestimmt werden, ohne daß Fehler durch die Modellunsicherheiten der Bewegung innerhalb der Bahnelemente eingehen. Seien die Koeffizienten des betreffenden Elementes in den Bedingungsgleichungen für $\cos\delta d\alpha, d\delta$ mit a und b bezeichnet, so erhält man die Bedingungsgleichungen parallel und senkrecht zur Variationslinie des Elementes nach Gl. 2.70, wovon man die jeweils gewünschte verwendet.

Die mittleren Fehler von Funktionen $\mathbf{h}(\mathbf{u})$ der Unbekannten berechnet man nach Gl. 2.78 . Dazu werden die Ableitungen $\partial\mathbf{h}/\partial\mathbf{u}$ benötigt.

---

[84] oder die Normalgleichungen gemäß §2.80 umrechnen

[85] siehe etwa *C. Oesterwinter*, *loc.cit.*

Handelt es sich um die oskulierenden Elemente zur Epoche, so berechnen sich, falls nicht auf die Elemente als Unbekannte übergegangen wurde, die Ableitungen wieder durch Variation der Gl. 2.14 bis 2.18.

Soll nach der Bahnverbesserung eine Ephemeride gerechnet und zu den Ephemeridenörtern ihr mittlerer Fehler berechnet werden, sind die Ableitungen für die rechtwinkligen Koordinaten unmittelbar die auch für die Bedingungsgleichungen verwendeten $\mathbf{G} = \partial\mathbf{x}/\partial\mathbf{U}$, wie man sofort durch Ableiten nach der Zeit erhält, diejenigen für die Geschwindigkeiten also $\dot{\mathbf{G}}$. Insgesamt gilt mit $\mathbf{X}(t) = (\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})(t) \quad \partial\mathbf{X}(t)/\partial\mathbf{X} = (\mathbf{G}, \dot{\mathbf{G}})$, die Ableitung von Ort und Geschwindigkeit nach einer bestimmten Unbekannten sind demnach stets Ort und Geschwindigkeit ihres Pseudokörpers. Die mittleren Fehler für die oskulierenden Elemente zu unterschiedlichen Epochen folgen dann aus $\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\mathbf{U}} = \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\mathbf{X}(t)}\frac{\partial\mathbf{X}(t)}{\partial\mathbf{X}}\frac{\partial\mathbf{X}}{\partial\mathbf{U}} = \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\mathbf{X}(t)}\mathbf{G}(\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\mathbf{X}})^{-1}$.

2.8.3. Die Wichtung der Beobachtungen

Über die Wichtung der Beobachtungen wurde bereits viel veröffentlicht[86]. Einen praktischen Nutzen hat dies jedoch kaum gebracht, da die Beobachtungsfehler zu erheblichem Teil nichtstatistischer Art sind[87].

Ein dabei nicht beachtetes Problem von indessen praktischer Bedeutung ist der Sachverhalt, daß häufig die Gewichte iterativ anhand der Restfehler während der Parameterbestimmung festgelegt werden, sich also die Koeffizienten der Bedingungsgleichungen während der Rechnung (idealisiert während ihrer Auflösung) ändern. Nehmen wir als einfaches Beispiel die Bestimmung einer Größe x durch Direktmessungen x_i an. Legt man die Gewichte genau proportional zum reziproken Fehlerquadrat fest, also $p_i = p_0/(x_i - x)^2$, dann entartet die Minimumbedingung zu $\sum p_i(x_i - x)^2 = \sum p_0 \rightarrow min.$ und die Berechnung der Unbekannten ist nicht möglich. Legt man die Gewichte nicht individuell, sondern andersartig - etwa anhand des mittleren Fehlers aller Beobachtungen des betreffenden Beobachters, wie in der Praxis oft üblich - fest, so tritt bei kleiner oder mäßiger Zahl an Beobachtungen das genannte Problem nicht auf. Bei sehr großer Zahl wird jedoch statistisch diese Diskretisierung aufgehoben und erneut die Bestimmung der Unbekannten unmöglich. Ist die geozentrische Bahn sehr dicht mit Beobachtungen belegt, und werden die Gewichte während der Bahnverbesserung iterativ angepaßt, bestimmen die Beobachtungen in kleinen Intervallen der Bahn ähnlich obigem Beispiel nicht mehr den tatsächlichen Ort des Objektes. Man beobachtet in der Praxis auch, daß entgegen der Natur der Sache mit stark zunehmender Anzahl an Beobachtungen die Bestimmbarkeit der Parameter schlechter statt besser wird[88], was in der Art der Wichtung seine Ursachen haben dürfte.

Darüber hinaus ist bei der Wichtung die Verteilung der Beobachtungen zu berücksichtigen, insbesondere erhebliche Anhäufungen in kürzeren Zeiträumen. Zwar kann die dadurch unbedeutender werdende Anzahl an Beobachtungen in anderen Bahnbereichen, etwa entfernt vom Gegenschein, die oft nur durch sie mögliche Separierung einer größeren Zahl an Parametern nicht in ihrem Wesen betreffen, sondern allenfalls in ihrer technischen Durchführung der Auflösung der Normalgleichungen. In manchen Bereichen ist nun einmal das Objekt umfangreicher beobachtet worden, was auch in die Rechnung eingehen sollte. Jedoch enthalten die Beobachtungen in kurzen Bahnabschnitten oft korrelierende Fehler, die das sinnvollerweise noch zu erteilende Gesamtgewicht begrenzen. Sind beispielsweise sehr zahlreiche Beobachtungen in einer Nacht gemacht und die Positionen mit einunddenselben Anschlußsternen erhalten worden, bei denen im Vergleich zur nächsten Nacht oder einem anderen Beobachter mit anderen Anschlußsternen ein systematischer Fehler der Größe μ' eingeht, so sollte das Gesamtgewicht der Beobachtungsreihe nicht wesentlich höher liegen als es μ' entspricht. Hinzu kommen noch systematische Fehler aus anderen Gründen. Der Wert hängt von sehr vielen Gegebenheiten ab und ist in der Praxis nur schwierig abzuschätzen, aber man kann als Erfahrungstatsache sagen, daß bei Kometen das Gesamtgewicht je Nacht und Beobachter nicht das $\mu' = 0"2$ entsprechende wesentlich übersteigen sollte.

Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, nur zwei oder drei Gewichtsstufen einzuführen. Als Kriterium dient - abgesehen von Fällen offensichtlicher größerer systematischer Fehler - der Restfehler f im Vergleich zu dem der umliegenden Beobachtungen anstatt zur Rechnung; auch um Modellfehlern oder -unsicherheiten gerecht zu werden. In der Regel erhalten Beobachtungen bis etwa 2μ das Gewicht $p = 1$, bis etwa 3μ $p = 0,4$ und darüber $p = 0$. Darüber hinaus wird in den Fällen, in welchen eine sehr große Zahl an Beobachtungen vorliegt, auf das Gesamtbild des betreffenden Beobachters Rücksicht genommen.

---

[86] siehe etwa *Gauß*, *loc.cit.*; *Helmert* 328ff; *R.Lehmann-Filhés*, Astron.Nachr. **117**(1887),121f; *M.Bielicki*, Proc. IAU Symp. **45**(1972),112

[87] so bereits *F.W.Bessel*, Astron.Nachr. **24**(1846),369; *H.Westphalen*, *ibid.*,371

[88] *D.L.Duma*, *loc.cit.*; *R.L.Branham*, Astron.Journ.**84**(1979),1632,**85**(1980),1520

3. Die Durchführung der Rechnungen

3.1. Vorbetrachtungen

Obwohl die Ableitung der die nichtgravitativen Effekte beschreibenden Unbekannten in der Praxis, wie bei allen Parameterbestimmungsproblemen üblich, verhältnismäßig schematisch erfolgt, indem die Variationen der beobachtbaren Größen auf die der Parameter des beschreibenden Modelles zurückgeführt werden, erscheint es doch geboten, in Hinblick auf eine günstige Parametrisierung und Auswahl des Beobachtungsmateriales eine Betrachtung darüber voranzustellen, wie sich die nichtgravitativen Kräfte auf die Beobachtungen auswirken.

1. Die nichtgravitativen Effekte äußern sich hauptsächlich in einer Verlängerung oder Verkürzung der Umlaufszeit. Die Funktion der Abhängigkeit von der heliozentrischen Distanz oder der Zeit ist unbekannt. Teilweise wird die Meinung vertreten, daß es sich um kontinuierliche, teils, daß es sich um impulsmäßige oder zumindest nur kurzzeitig in Perihelnähe stattfindende Kräfte handelt. Eine ungenügende Darstellung der Beobachtungen durch die vorgeschlagenen Funktionen legt nahe, daß diese bei den betreffenden Kometen deutlich korrekturbedürftig sind. Nach Meinung des Verfassers belegt dies auch der Befund, daß sich nach Annäherungen an den Jupiter nicht nur die Umlaufszeitänderung, sondern auch der Wert der nichtgravitativen Parameter deutlich ändert. Der Sachverhalt, daß Kometen mit einer Periheldistanz bis über 6 AE bekannt sind und demnach noch in dieser Entfernung Sublimation stattfindet, legt nahe, daß diese wesentlich langsamer abnimmt als nach Stil 2.

2. Obwohl die nichtgravitativen Effekte für die einzelnen Kometen sehr stark differieren, seien zur Vergegenwärtigung ihres Einflusses auf die Beobachtungen grobe Durchschnittswerte genannt. *Die Abweichung von der gravitativen Bewegung* liegt typischerweise in der Größenordnung von 1' bis 10'. Die säkulare Änderung dieses Effektes liegt im Bereich von 1% bis 20%. Hinzu kommt bei jedem Umlauf eine erratische Anomalie. Diese ist teils kleiner, teils größer als die säkulare Änderung, also auch im Bereich von einigen Prozent der Umlaufszeitänderung, oder Bruchteilen einer Bogenminute. Bei jeder Erscheinung des Kometen werden zehn bis hundert Beobachtungen gemacht. Der mittlere Fehler heutiger Beobachtungen beträgt 1". Systematische Beobachtungsfehler von über 2" können in der Regel erkannt und die Beobachtungen eliminiert werden. In den äußeren Teilen der Bahn fallen weniger Beobachtungen an, jedoch deutlich genauere. Der systematische Gang der Beobachtungen in den äußeren Bereichen, soweit er signifikant auf Fehler der Kraftfunktion und nicht auf andere Gründe hindeutet (s. Pkt. *5*), beträgt einige Bogensekunden.

3. Die Auswirkung der einzelnen Kraftkomponenten auf die Bewegung besteht teils in einer säkularen Änderung einzelner Elemente, teils in Anomalien, die im gegenüberliegendem Teil der Bahn mit anderem Vorzeichen auftreten und daher nach einem Umlauf wieder verschwunden sind (siehe Tab. 3.1).

Durch die radiale Kraft f_1 entsteht, wie bei allen Zentralkräften, die nicht $\propto r$ oder $\propto r^{-2}$ verlaufen, eine Periheldrehung, die bei einer zur Sonne hin gerichteten Kraft (A_1 negativ) in Richtung des Umlaufes erfolgt, sowie eine entsprechende Differenz zwischen Umlaufszeit und Abstand zwischen zwei Periheldurchgängen. Umlaufszeit und Exzentrizität bleiben konstant, jedoch ergibt sich bis zum Aphel eine anschließend wieder verschwindende Anomalie. Bei positivem A_1 wird der Komet im aufsteigenden Ast seiner Bahn beschleunigt, im absteigenden wieder abgebremst. Der Halleysche Komet etwa erreicht dadurch das Aphel um mehrere Tage zu früh gegenüber einer gleichförmigen Bewegung, die Störungen durch f_2 einmal außer Acht gelassen.
Der Parameter A_1 folgt daher hauptsächlich aus den Beobachtungen in den äußeren Bahnteilen oder der Periheldrehung zwischen zwei Umläufen.

Durch die transversale Kraft f_2 entsteht eine säkulare Änderung von Exzentrizität und Periheldistanz, insgesamt also die auffallende Änderung der Umlaufszeit. Vorübergehende Anomalien entstehen in der Perihellänge, sowie in der mittleren täglichen Bewegung über die säkulare Änderung hinaus, bedingt durch den expliziten Verlauf $f_2(r)$.
Der Parameter A_2 folgt hauptsächlich aus der Änderung der Umlaufszeit.

Durch die vertikale Kraft f_3 entsteht hauptsächlich eine Verlagerung der Bahnebene. Diese Kraft entsteht, wenn die Rotationsachse gegen die Bahnnormale geneigt ist, und führt in der Regel zu einer Präzession

Tabelle 3.1 *Nichtgravitative Störungen der Bahnelemente*

q	$\triangle T/A_1$ (+)	$\triangle q/A_1$ (−)	$\triangle e/A_1$ (−)	$\triangle\omega/A_1$ (+)
3,0	$-0^d000044$	−0,00000009	+0,00000006	−0°000013
2,0	−0,000920	−0,00000419	+0,00000419	−0,000537
1,5	−0,001150	−0,00001053	+0,00001404	−0,001267
1,0	−0,000372	−0,00001511	+0,00003023	−0,001825
0,75	+0,000161	−0,00001506	+0,00004016	−0,001938
0,50	+0,000585	−0,00001290	+0,00005161	−0,001925
0,40	+0,000692	−0,00001138	+0,00005691	−0,001881
0,30	+0,000752	−0,00000945	+0,00006299	−0,001813
0,20	+0,000754	−0,00000706	+0,00007055	−0,001715
0,025	+0,000581	−0,00000130	+0,00010392	−0,001505

q	$\triangle T/A_2$ (−)	$\triangle q/A_2$ (+)	$\triangle e/A_2$ (+)	$\triangle\omega/A_2$ (−)
3,0	$+0^d000027$	+0,00000004	+0,00000045	+0°000006
2,0	+0,000969	+0,00000289	+0,00002006	+0,000375
1,5	+0,002086	+0,00001020	+0,00005013	+0,001294
1,0	+0,002347	+0,00002202	+0,00008093	+0,002943
0,75	+0,001906	+0,00002800	+0,00009437	+0,004088
0,50	+0,001128	+0,00003235	+0,00010764	+0,005607
0,40	+0,000754	+0,00003312	+0,00011354	+0,006410
0,30	+0,000369	+0,00003289	+0,00012043	+0,007426
0,20	+0,000004	+0,00003104	+0,00012952	+0,008853
0,025	−0,000287	+0,00001563	+0,00017904	+0,016923

Angegeben sind die Störungen der Elemente von großer heliozentrischer Entfernung bis zum Perihel durch nichtgravitative Kräfte vom Stil 2 bei parabelnahen Bahnen. Im Falle eines + kommen auf der zweiten Bahnhälfte die Störungen mit dem selben Vorzeichen noch einmal hinzu, bei einem − mit dem entgegengesetzten Vorzeichen. Im ersten Fall verbleibt daher das Doppelte des angegebenen Wertes als säkulare Störung, im zweiten Fall entsteht keine säkulare Störung.

Tabelle 3.2 *Störungen der Elemente des Halleyschen Kometen durch nichtgravitative Kräfte Stil 2*

$\triangle T$	$\triangle q$	$\triangle e$	$\triangle\omega$	$\triangle v$	
säkulare Störungen:					
$+0^d00007$			−1"39		per $A_1/0,10$
	+0,0000010	+0,0000033		$+4^d15$	per $A_2/0,0160$
temporäre Störungen:					
$+0^d00003$	+0,0000014	−0,0000047	−0"70	-5^d76	per $A_1/0,10$
−0,00003	+0,0000005	+0,0000016	−0,29	+2,07	per $A_2/0,0160$

Erster Teil: säkulare Störungen zwischen zwei Periheldurchgängen des Kometen.
Zweiter Teil: Änderungen der Elemente zwischen einem Periheldurchgang bis zum nächsten Aphel. Die Störungen der Elemente entstehen fast völlig bei unter $3\,AE$ heliozentrischer Distanz, die Abweichung dv der wahren Anomalie von der ungestörten Bewegung - hauptsächlich bedingt durch $\triangle e$ und $\triangle q$ - dagegen bis zum Aphel.

der Bahnebene. Die Störungen, ausgedrückt in ekliptikalen Elementen, hängen sehr von der Lage der Ekliptik zur Kometenbahn ab, und erfolgen nur bei einer Perihellänge von 90° oder 270° symmetrisch zum Perihel. Beim Halleyschen Kometen ändert sich je Umlauf die Knotenlänge um -0"1, die Perihellänge um 0"005 sowie die Bahnneigung um 0"01 pro Umlauf. Die durch diese Präzession begründeten säkularen und temporären Störungen zweiter Ordnung in allen Elementen sind sehr klein (10^{-6}").

Die Verlagerung der Bahnebene und damit A_3 ist nicht durch andere Unbekannte darstellbar und daher prinzipiell gut separabel, ist aber oft betragsmäßig sehr klein.

Im Falle eines asymmetrischen Kraftgesetzes treffen diese Überlegungen nicht mehr zu. Man kann die säkularen Änderungen der einzelnen Elemente nicht mehr auf das Integral einer einzelnen Komponente zurückzuführen. Insbesondere kann man die Änderung der Umlaufszeit nicht mehr eindeutig auf die transversale Komponente zurückführen, sondern allgemein auf die Asymmetrie der Kräfte im auf- und absteigenden Bahnast. Wenn z.Bsp. bei dem Halleyschen Kometen A_1 im absteigenden Teil nur um 0.01 größer ist als im aufsteigenden, hätte dies eine Verlängerung der Umlaufszeit um 0,58 Tage zur Folge.

Dies ist von großer Bedeutung für die Ephemeridenrechnung. Im klassischen Fall oder bei Gewißheit über den Verlauf der $f_i(r)$ folgen Distanzen aus Winkelmessungen, etwa die große Bahnhalbachse der großen und kleinen Planeten auf $10^{-7...9}\,AE$. Ohne Kenntnis des tatsächlichen Kraftgesetzes besteht diese Kopplung nicht mehr. Je nach angenommenem Kraftgesetz erhält man bei ähnlich guter Darstellung der Beobachtungen erheblich unterschiedliche geozentrische Distanzen (die allerdings umgekehrt den Kräfteverlauf zu ermitteln gestatten; s. Pkt. 6). Dies macht eine bessere Kenntnis der nichtgravitativen Kräfte insbesondere für Raumsondenprojekte erforderlich.

4. Der Einfluß einer radialen nichtgravitativen Beschleunigung im Bahnabschnitt $[r_0 - 0,5\,,\ r_0 + 0,5]$ *auf die wahre Anomalie in einer größeren Entfernung* r bei parabelnaher Bewegung und kleiner Periheldistanz ist in Abb. 3.1 wiedergegeben. Sie wurde für $A_1 = 1.0$ und Stil 2 berechnet. Zwar nimmt diese Funktion ab $r_0 = 2.8\,AE$ sehr schnell ab, die durch die Beschleunigungen zurückgelegte Strecke wird durch die langsame Bewegung in den äußeren Bahnteilen jedoch erheblich. Wie aus der Abbildung ersichtlich, handelt es sich um noch beobachtbare Größenordnungen, falls A_1 größer als etwa $0,1$ ist. Infolge der Häufung der Beobachtungen in Perihelnähe kann man sich die Bewegung dort als festgehalten denken. Wenn eine gute Verteilung der Beobachtungen in den äußeren Bereichen gegeben ist, korrelieren die Unbekannten nicht nennenswert, weil bei jeder Beobachtung nur die Kräfte für die Bahnabschnitte mit geringerer Distanz eingehen. Die Situation wird jedoch dadurch verschlechtert, daß man im Wesentlichen aus den beobachteten ekliptikalen Längen den Verlauf sowohl der radialen als auch der transversalen Komponente bestimmen muß (s. Pkt. *6*).

5. Ein quasistatisches Modell , bei dem Größe und Verlauf der Kräfte, ob symmetrisch oder asymmetrisch, bei jedem Umlauf als gleich angenommen werden, ergibt eine konstant bleibende Änderung der Umlaufszeit. Die säkularen und pertikularen Differenzen zu einer konstanten Änderung der Umlaufszeit können daher nicht durch einen geeigneten Verlauf der nichtgravitativen Kräfte, sondern nur durch deren zeitliche Veränderung, erklärt und dargestellt werden. Versucht man, überzählige Erscheinungen darzustellen, sind verbleibende Restfehler zu erwarten, die im Wesentlichen einer Verschiebung der Perihelzeit in die eine oder andere Richtung entsprechen. Sucht man nach einem passenden Verlauf der nichtgravitativen Kräfte, so kann sich diese in den äußeren Bereichen dem Fehler anpassen, sodaß illusorische Ergebnisse erhalten werden. Schon eine Diskrepanz von vielleicht 10" in Perihelnähe entspricht der in Abb. 3.1 ersichtlichen Größenordnung in den äußeren Bahnbereichen. Daher ist unbedingt darauf zu achten, daß nicht mehr Erscheinungen verwendet werden, als durch die Anzahl an eingeführten Parametern, die einen Einfluß auf die Umlaufszeit haben, dargestellt werden können, und insbesondere keine signifikanten Restfehler nahe dem Perihel verbleiben.

6. Die Abzählung der notwendigen und günstigenfalls bestimmbaren Parameter kann nicht anhand der zur Verfügung stehenden Einzelbeobachtungen, sondern muß etwas heuristisch erfolgen.

In der Regel sind die sechs klassischen Bahnelemente durch zwei Erscheinungen verhältnismäßig genau festgelegt. Etwaige systematische Fehler deuten in der Regel noch nicht zwingend auf nichtgravitative Kräfte hin. Am ehesten machen sich radiale Kräfte f_1 in den äußeren Bahnteilen und vertikale Kräfte f_3 in einer Drehung der Bahnebene zwischen beiden Erscheinungen bemerkbar. Bei Hinzunahme einer dritten Erscheinung kann in der Regel eine Veränderung der Umlaufszeit festgestellt werden, die bei Annahme eines symmetrischen Kräfteverlaufes (etwa Stil 1 oder 2) durch eine transversale Kraft f_2 dargestellt werden kann,

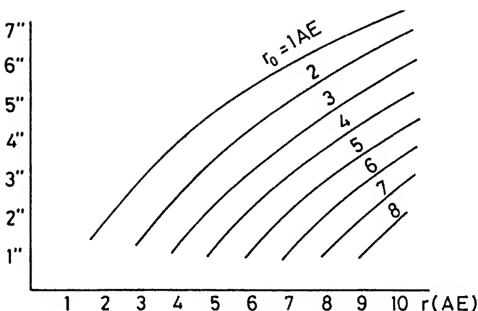

Abb. 3.1 *Ortsänderung durch die nichtgravitative Beschleunigung*

Abgebildet ist die Auswirkung einer nichtgravitativen Komponente A_1 von 1,0 (Stil 2) wirkend im Intervall $[r_0 - 0,5\,,\, r_0 + 0,5]$, auf die heliozentrische Position in einer größeren Entfernung r. Berechnet für die Bahn des Halleyschen Kometen, mit Ausnahme des Verlaufes für $r_0 = 1\,AE$ sind die Ergebnisse jedoch praktisch unabhängig von der Periheldistanz.

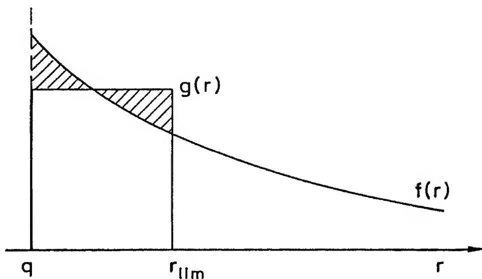

Abb. 3.2 *Einfluß der Diskretisierung auf die Bestimmung der nichtgravitativen Parameter in den äußeren Bahnbereichen*

Weicht der angenommene Verlauf $g(r)$ erheblich von dem tatsächlichen $f(r)$ ab, so daß am Rande r_{lim} des inneren Intervalles die Kometenposition durch die Diskretisierung erheblich fehlerhaft ist (Fehler proportional der schraffierten Fläche), muß dieser Fehler zur Darstellung äußerer Beobachtungen durch die berechnete nichtgravitative Bewegung in den äußeren Teilen kompensiert werden. Da die nichtgravitative Beschleunigung und die Anzahl der Beobachtungen mit der heliozentrischen Distanz erheblich abnehmen, kann dies zu erratischen Ergebnissen für die nichtgravitativen Parameter der äußeren Bahnteile führen. Ist die Abweichung berechneter minus beobachteter Ort bei r_{lim} beispielsweise positiv (wie in der Abbildung), und hat man zur Bestimmung der äußeren Parameter nur Beobachtungen knapp außerhalb r_{lim}, mithin mit negativer Abweichung zur Rechnung, würde man einen erheblichen negativen Wert für die äußeren Parameter erhalten.

allgemeiner aber auch durch eine Asymmetrie von f_1, was aber nur mit umfangreichen Beobachtungen aus den äußeren Bahnteilen klärbar ist.

Soll die Bahn in mehrere Teile unterteilt werden, für welche die dortigen nichtgravitativen Parameter als zusätzliche Unbekannte bestimmt werden sollen, so sind dazu zwei Erscheinungen ausreichend, wobei aber eine ausreichende Verteilung an Beobachtungen Voraussetzung ist. Die Parameter A_1^i,A_2^i im Bahnabschnitt i sind hauptsächlich durch die ekliptikalen Längen, die A_3^i durch die Breiten in dem betreffenden Gebiet bestimmt. Bei zwei Erscheinungen hat man für jedes Bahnteil zwei beobachtete Längen, wodurch die zugehörigen A_1^i und A_2^i bestimmt sind. Für die A_3^i hat man durch die jeweils zwei Breiten sogar überschüssiges Beobachtungsmaterial. War die Perihelzeit bei beiden Erscheinungen zur gleichen Jahreszeit, sind Erd- und Kometenort sehr ähnlich und damit auch die Bedingungsgleichungen, sodaß A_1^i und A_2^i nur schlecht separiert werden können. Anschaulich wird der Kometenort nach einem Umlauf von beiden Erdpositionen aus lokalisiert. Im Allgemeinfall sind keine erheblichen Korrelationen zu erwarten.

Eine dritte Erscheinung benötigt man nur, weil sonst die Umlaufszeit nicht getrennt von ihrer säkularen Änderung berechnet werden kann, also ein Parameter zu wenig. Auch wegen der in der Umlaufszeitänderung enthaltenen Information über eine mögliche Asymmetrie der radialen Kräfte ist eine dritte Erscheinung unerläßlich und kann auch nicht etwa durch Verzicht auf eine Unbekannte ersetzt werden. Dazu ist aus einer dritten Erscheinung jedoch nur sehr wenig an Information nötig. Sogar eine einzelne Beobachtung würde ausreichen, ohne die Bestimmbarkeit der Parameter in den verschiedenen Bahnteilen ungünstig zu beeinflußen. Im Gegensatz zu einer Überzahl an Erscheinungen schaden jedoch viele Beobachtungen aus der dritten Erscheinung nicht, sondern tragen noch zur Genauigkeit bei.

7. Bei einer Unterteilung der Bahn ist in der Praxis zu beachten, daß die Kräfte eine gewisse Zeit wirken müssen, um meßbare Positionsänderungen hervorzurufen. Genaugenommen erhält man die Kräfte in einem Bahnstück nicht aus den dortigen Beobachtungen, sondern aus solchen in erheblich größerer heliozentrischer Distanz.

Dies ist der Grund, warum in der Praxis die explizite Berechnung der nichtgravitativen Kräfte für verschiedene Bahnteile bei den meisten Kometen nicht möglich ist. Es fehlt an Beobachtungen insbesondere in den äußeren Bahnteilen. Meist liegen nur Beobachtungen bis zu 1 AE über das Perihel hinaus vor. Die Unbekannten gehen daher zwar prinzipiell gut separierbar, aber vom Betrag her viel zu klein gegenüber sonstigen Ungenauigkeiten in die Beobachtungen ein. Gezielte Beobachtungen einzelner Kometen in den äußeren Bahnteilen wären daher notwendig.

8. Die Verläufe nach Stil 1 und Stil 2 fallen stark logarithmisch ab. Ist der tatsächliche Verlauf erheblich anders als der angenommene, können sich bereits durch die fehlerhafte Diskretisierung der Bewegung in den inneren Bahnteilen Abweichungen ergeben, zu deren Ausgleich die äußeren Parameter erratische Werte annehmen müssen. Falls die Beträge der Parameter für verschiedene Bahnteile von unterschiedlicher Größenordnung sind, sollte erst ein günstigerer kontinuierlicher Verlauf ermittelt werden, etwa nach Stil 1 mit anderen Werten für C und α (siehe Abb. 3.2).

Zusammenfassend läßt sich daher für die Durchführung der Rechnungen folgendes sagen:

Für die Berechnung des Verlaufes der nichtgravitativen Kräfte sind Beobachtungen aus drei Erscheinungen des Kometen optimal. Vier sollten nur verwendet werden, wenn auch B_2 mitbestimmt wird und sein Betrag klein ist. Kometen mit einer ganzjährigen Umlaufszeit oder großen zeitlichen Veränderungen der nichtgravitativen Kräfte sollten vermieden werden. Bei der Unterteilung der Bahn sollte man sich an Verteilung und Gesamtgewicht der Beobachtungen in den äußeren Bahnteilen unter Berücksichtigung der Periheldistanz und von Abb. 2.1. orientieren. Gegebenenfalls sollte man vor der Ableitung der Parameter einen passenderen Verlauf $g(r)$ suchen.

3.2. Die Durchführung der Rechnungen

In diesem Abschnitt soll der wesentliche Gang der Rechnungen aufgeführt werden.

Die Planeten können wahlweise simultan mit dem Kometen integriert oder von einer Datei eingelesen werden. Diese Datei wird in derselben Weise von dem Programm erzeugt, sodaß bei Verwendung derselben Initialwerte für die Planeten beide Methoden gleichwertig sind. Bei kleineren Rechenanlagen geht das

Einlesen der Planetenkoordinaten wesentlich schneller, als sie berechnet werden können. Andererseits ist man durch das Verwenden einer Datei auf ein Vielfaches ihrer Schrittweite festgelegt, und benötigt die Datei erheblichen Speicherplatz. Die Planetenkoordinaten für dieses Jahrhundert wurden im Intervall von $0,4$ und $0,8$ Tagen integriert und als Datei angelegt. Für die meisten Anwendungszwecke ist dies ausreichend. In anderen Fällen, hier etwa bei dem Halleyschen Kometen, wurden die Planeten mitintegriert.

Zuerst werden die ggf. verwendeten Startwerte für die großen Planeten, die Elemente des Kometen, die Sternwarten, die Beobachtungen sowie eventuelle Bedingungen an die Verbesserung der Parameter oder an deren mittlere Fehler oder Korrelationskoeffizienten eingelesen und auf offensichtliche Fehler hin überprüft, und einige Vorarbeiten wie die Umwandlung der Elemente in rechtwinklige Initialwerte (§2.2), die Korrektur der Beobachtungen auf das FK_5-System (§2.5.3), die Berechnung der Position des Beobachters (§2.5.2), die Umwandlung der Zeit in Ephemeridenzeit, die Berechnung der Ableitungsmatrix der zu verwendenden Parameter nach den rechtwinkligen Initialwerten (§2.8.2) &^{c}. durchgeführt. Anschließend werden die Planeten, falls nicht von der Datei einzulesen, von ihrer Epoche zur Oskulationsepoche der verwendeten Kometenelemente integriert.

Dort wird der Komet hinzugefügt, ebenso für jeden zu bestimmenden Parameter der Bewegungsgleichungen ein Pseudokörper zur Berechnung der Differentialquotienten gemäß §2.4 . Von dort an wird zunächst zeitlich vorwärts, anschließend zeitlich rückwärts über den Zeitraum der Beobachtungen integriert. Für jede Beobachtung wird iterativ für ihre um die Lichtlaufzeit verminderte Zeit die Position sowie die Ableitung derselben nach allen Parametern interpoliert. Daraus folgen die Abweichungen zwischen Beobachtung und Theorie sowie die Bedingungsgleichungen zur Verbesserung der jeweils zu verwendenden Parameter und Beobachtungsgrößen (§2.8.2). In Anschluß daran wurden die Normalgleichungen gebildet und nach der Methode der Kleinsten Quadrate aufgelöst (§2.8.1). Über die Ableitungsmatrix wurden die Korrekturen der rechtwinkligen Initialwerte zur Epoche berechnet und an die alten Werte angebracht, womit die verbesserten Werte erhalten worden sind. Die ihnen entsprechenden oskulierenden Elemente wurden berechnet (§2.2) und ausgedruckt.

Dies wurde mehrfach wiederholt, bis eine vorgegebene Anzahl erreicht oder Änderung in der Restfehlerquadratsumme unterschritten wurde. Die Konvergenz war auch bei vielen Parametern sehr gut. In den meisten Fällen waren nur zwei Iterationen nötig und konnten die beim ersten Mal berechneten Bedingungsgleichungen beibehalten werden. Falls auch mittlere Fehler der Ephemeride oder oskulierenden Elemente für andere Zeiten als der Epoche erwünscht waren, wurden die Ableitungen auch beim letzten Durchlauf noch einmal mitintegriert (§§2.4,2.8.2).

4. Der Halleysche Komet

4.1. Der Stand der Berechnungen der Bahnbewegung

Über die früheren Arbeiten zur Bahnbestimmung des Halleyschen Kometen wurde bereits in §1 berichtet. Hier soll nun ein Überblick über die Arbeiten der letzten Jahre gegeben werden. Diese Arbeiten spiegeln gleichzeitig den aktuellen Stand der Kenntnisse und Erforschung der nichtgravitativen Kräfte wieder.

Besondere Anstrengungen, die Bahn des Kometen zu berechnen, wurden in Hinblick auf den Vorbeiflug der Raumsonden *Vega 1*, *Vega 2* am 6. und 9.3.1986 und *Giotto* am 14.3.1986 seitens oder im Auftrag der Weltraumbehörden durchgeführt. Diese Arbeiten sind zwar weitgehend technischer Natur mit dem Hauptanliegen, die Position des Kometen für den Zeitpunkt des Vorbeifluges der Sonden vorauszuberechnen. Sie sind aber nicht ganz ohne wissenschaftlichen Wert und haben außerdem zweifelsohne einen Platz in der Geschichte der Erforschung der Bahnbewegung des Kometen verdient, sodaß auch auf diese Arbeiten kurz eingegangen werden muß.

Eine Vorausberechnung des gegenwärtigen Periheldurchganges erfolgte 1982 durch *V. V. Sawtschenko*[1]. Am 16.Oktober 1982 wurde der Komet 1"5 von seinen Vorausberechnungen[2] entfernt wiederentdeckt [3]. Der Komet stand Mitte November 1985 in Opposition, für die Zeit Oktober bis Dezember konnte mit zahlreichen Beobachtungen gerechnet werden. Der Periheldurchgang erfolgte am 9.Februar 1986, nur drei Tage zuvor stand der Komet in oberer Konjunktion mit der Sonne und wurde davor bis zum 24.Januar, anschließend wieder ab dem 15.Februar beobachtet. Am 11.April erreichte der Komet mit $0.42 AE$ seine größte Annäherung an die Erde, um diese Zeit stand er erneut in Opposition. Daher waren hauptsächlich Beobachtungen in der Zeit Oktober bis Dezember 1985 und März bis Juni 1986 zu erwarten.

Die Arbeiten bei *ESOC* in Darmstadt wegen dem *Giotto*-Projekt erfolgten durch *F.Hechler*, *T.A.Morley*, *R.E.Münch*, *H.Müller*, *G.Schwehm* und andere.

Die hauptsächlichen Ergebnisse wurden in vier Arbeiten veröffentlicht[4].

Im ersten Teil wurden 700 Beobachtungen 1759 bis Februar 1983 diskutiert. Diese waren von *D.K.Yeomans* für seine Berechnungen verwendet und an *ESA* geliefert worden, waren jedoch nicht neu reduziert und daher für genaue Rechnungen unbrauchbar. Ein Teil der erheblichen Mängel seines Bahnprogrammes wird aufgeführt und ein neues Programm der Autoren beschrieben. Unzulänglichkeiten der Modellierung der nichtgravitativen Kräfte werden erörtert, für den light shift wird die Funktion $S = S_1 + S_2[(\frac{r_0}{r})^2 - 1]$ vorgeschlagen, wobei aus den Beobachtungen von 1909-11 $S_1 = 1160\,km$, $S_2 = -92\,km$ berechnet wurde[5]. Erste Bahnrechnungen aus Beobachtungen seit 1759 und 1835 wurden gemacht.

Im zweiten Teil wird zunächst über die in Auftrag gegebene[6] Neureduktion der älteren Beobachtungen berichtet. Die Beobachtungen[7] von *F.G.W.Struve* in Dorpat und *J.Encke* in Berlin wurden als brauchbar beurteilt, die von *Kreil* in Mailand und *C.L. v.Littrow* in Wien ebenfalls reduziert, aber nicht verwendet. Weitere Bahnrechnungen mit Beobachtungen seit 1759 und 1835 wurden durchgeführt. Es wurde befunden, daß zur Darstellung der Beobachtungen von 1759 eine säkulare Änderung B_2 nötig ist und $B_2 = +0.0025 \pm 0.0007$ erhalten. Die erratischen Anomalien der Kräfte wurden erörtert. Auch wurde A_3 zu -0.031 ± 0.012 ermittelt. Ein light shift gemäß $S = S_0(\frac{r_0}{\Delta})^2$ mit $S_0 = 200\,km$ wird in den scheinbaren Verlauf umgerechnet. Es wird erörtert, daß ein light shift von sonstigen systematischen Fehlern durch den auftretenden Vorzeichenwechsel bei der Erdannäherung bis auf $0,15\,AE$ am 19.5.1910 verifiziert ist[8].

---

[1] Kiev Komet Tsirk. **295**(1982)

[2] oder 8" von denen von *D.K.Yeomans*, Astron.Journ. **82**,439

[3] IAU-Circ. **3737**(Oktober 1982)

[4] **Giotto Flight Dynamics Report**, No.1, *Comet Halley Orbit Determination*. Darmstadt, pt.1(Februar 1984), pt.2(Oktober 1984), pt.3(Januar 1986), pt.4(Mai 1986)

[5] Diese systematischen Fehler waren allerdings kein light shift, s.u.

[6] *S.F.Röser*, siehe auch §4.3

[7] siehe dazu §4.3

[8] Der Verfasser hat dazu die Meinung vertreten, daß dies eher durch eine Verschiebung der verwendeten Ephemeride der Erde gegenüber dem optischen Bezugssystem (s. §2.5.3) bedingt sein dürfte. In den eigenen Berechnungen traten derartige systematische Fehler nicht auf

Im dritten Teil der Arbeit wird über den Stand der Neureduktionen berichtet. Auch die Beobachtungen von *F. W. Bessel* in Königsberg und *F.B.G.Nicolai* in Mannheim wurden als brauchbar erwogen. Ein erheblicher Teil der Beobachtungen 1909-11 war inzwischen neu reduziert worden. Eine Statistik über die Beobachtungen wird erstellt. Aus der gegenwärtigen Erscheinung liegen inzwischen über 1900 Beobachtungen vor. Seit Dezember 1985 traten[9] systematische Fehler von über −0"1 in Deklination auf. Neue Bahnelemente werden angegeben, die Korrelation zwischen A_1 und T wird verifiziert.

Mit dem vierten Teil wird nach dem Vorbeiflug der Raumsonden über die Endphase der Bahnrechnungen bei *ESOC* berichtet. Bis Januar 1986 waren über 6000 Beobachtungen eingegangen, davon wurden 90% verwendet[10]. Die Vorausberechnungen der Elemente des Kometen und seiner Position für März 1986 waren seit Dezember sehr konstant geblieben. Nach der Konjunktion tauchte der Komet jedoch mehrere " entfernt auf. Zunächst wurde dies als ein Einfluß der Refraktion in den horizontnahen Beobachtungen gewertet, jedoch auch bis Ende Februar verblieben 2" Inkonsistenz zur Zeit vor der Konjunktion. Die Differenz zu den Ergebnissen der anderen Arbeitsgruppen war gering, jedoch wurde erkannt, daß dies nichtsbesagend ist, da dort der light shift in ähnlicher Weise als Funktion des heliozentrischen Abstandes $S(r)$ berücksichtigt wurde. Neben der allgemeinen Lösung wurden die unter folgenden Voraussetzungen erhaltenen Positionen des Kometen am 14.März 1986 angegeben und mit den später durch *Vega 1* und *Vega 2* erhaltenen Werten verglichen:[11] *A.* Verwendet wurden neben Beobachtungen 1835-1911 nur Beobachtungen des Observatoriums Calar Alto bis Januar 1986. Dies ergab eine schlechte Lösung. *B.* ebenso, zuzüglich aller Beobachtungen seit Februar 1986. Ergab eine bessere Lösung, die aber erhebliche systematische Fehler und andere Mängel aufwies. *C,D.* Empirisches und thermisches Modell[12] für die nichtgravitativen Kräfte. Schlechter als die Standardlösung. *E.* Nur Beobachtungen aus dieser Erscheinung. Sehr schlecht, der Fehler betrug über 3000 km. *F.* Diejenige Lösung des Verfassers[13], die den light shift in der in §2.7 beschriebenen Weise berücksichtigt. Weitere Versuche hinsichtlich des light shiftes wurden gemacht. Die Berücksichtigung des light shiftes als $S(r)$ hatte die Position des Kometen in etwa 300 km größerer heliozentrischer Distanz und 140 km nördlicher gegenüber der Standardlösung ergeben, während er sich tatsächlich 800 km näher an der Sonne und 100 km südlicher befand. Nachträgliche Rechnungen aus Beobachtungen bis Ende März unter der Annahme, daß der light shift nur die Beobachtungen der gegenwärtigen Erscheinung betrifft, ergaben ein wesentlich besseres Ergebnis. Man kann zusammenfassend sagen, daß bei Verwendung von Rektaszension und Deklination sich der light shift nur sehr unbefriedigend berücksichtigen läßt und die Ergebnisse sehr von den Annahmen abhängen. Man muß sich dann weitgehend mit den systematischen Restfehlern abfinden und hoffen, daß ihr Einfluß nicht zu groß ist, was im Übrigen auch durch die Anzahl der Gewichte der Beobachtungen beidseitig einer Konjunktion beeinflußt werden kann.

In einer anderen Serie wurden verschiedene Detailfragen untersucht.

Eine der ersten Arbeiten zur Bahnbestimmung des Kometen[14] befaßt sich mit der Genauigkeit, mit der die Position des Kometen zur Zeit des Vorbeifluges berechnet werden kann. Es wurde abgeschätzt, daß bei ausschließlicher Verwendung erdgebundener Beobachtungen die Fehlerellipse der Kometenposition in der Zielebene von *Giotto* eine große bzw. kleine Halbachse von 57 km und 15 km, zusammen mit den Beobachtungen von *Vega 1* und *Vega 2* 21 km und 7 km hat.

Später gelangte man zu der Auffassung, daß die nichtgravitativen Kräfte und der light shift bei den Berechnungen berücksichtigt werden müssen. In einem Nachtrag[15] erfolgt eine Erwägungen der zu erwartenden Verteilung der Beobachtungen bis März 1986, der Beobachtungsfehler, der Unsicherheiten durch einen eventuellen light shift und in den nichtgravitativen Kräften, sowie der Genauigkeit der von den *Vega*-Sonden erhofften Positionsbestimmung des Kometen. Daraus erhielt man für die Halbachsen der Fehlerellipsen bei Verwendung erdgebundener Beobachtungen 531 km und 216 km, bei Hinzunahme der *Vega*-Daten 81 km und

---

[9] in Übereinstimmung mit den Rechnungen des Verfassers

[10] darunter auch 22 vom Verfasser erhaltene, s. §4.4

[11] Diese aus Beobachtungen bis zum 15 ... 20.Februar 1986 erhaltenen Ergebnisse sind auch von *S.F.Röser*, Sterne und Weltraum **25**(1986),592, wiedergegeben und erläutert

[12] *P.Mahr, F.Hechler, ESOC* OAD Working Paper **308**(Dezember 1985)

[13] unter Verwendung der Beobachtungen bis zum 23.2.1986, mitgeteilt an *ESOC* am 26.2.1986, Nr. 4" in Tab. 4.7

[14] Giotto Study Note **37**(März 1983)

[15] (Mai 1983)

$54\,km$ [16].

In einer weiteren Arbeit[17] wurde sehr umfangreich die Genauigkeit der vorliegenden Beobachtungen diskutiert, um ihre pauschale sowie die beobachterabhängige Güte zu überblicken.

Anschließend wurden 32 mikrometrische Beobachtungen von 1910 aus Cordoba[18] und die Beobachtungen von *Struve* in Dorpat[19] mit modernen Anschlußsternörtern neu reduziert und in beiden Fällen merkliche Korrekturen festgestellt, die die systematischen Restfehler verringerten.

Später[20] wurden nochmals 104 Beobachtungen aus der Zeit Oktober 1982 bis Februar 1985 analysiert, und die vorliegenden Fehlerabschätzungen mehrerer Autoren verglichen[21].

Eine andere Arbeit[22] befaßt sich mit dem light shift. Zwischenzeitlich war man bezüglich der verwendeten Erdkoordinaten auf die Theorie DE118 übergegangen, wurde deren Differenz zum FK_4-System berücksichtigt, und war ein Großteil der Beobachtungen 1909-11 neu reduziert worden; nun war darin kein signifikanter light shift mehr festzustellen. Mittlerweile trat allerdings ein systematischer Effekt in den neuen Beobachtungen auf. Die Korrelation zwischen S_0 und A_1 wird erörtert. Der Einfluß des light shiftes auf die Zielgenauigkeit der Sonde wird untersucht. Neue Fehlerellipsen mit der aktuellen Zahl an Beobachtungen bis Ende 1985, aber nach wie vor zu geringer Zahl bis Mitte März 1986, werden berechnet. Bei einer Unsicherheit des light shiftes von $\pm 500\,km$ bei $r = 1\,AE$ sind die Halbachsen $214\,km$ und $111\,km$, ohne light shift $121\,km$ und $46\,km$[23].

Inzwischen sind die im Auftrag von *ESOC* neu reduzierten älteren Beobachtungen veröffentlicht worden; eine Arbeit, die zweifelsohne großen Wert für alle nachfolgenden Untersuchungen der Bewegung des Kometen besitzt[24].

In Hinblick auf die Sonden *Vega 1* und *Vega 2* beschäftigten sich mehrere Arbeitsgruppen mit der Berechnung des Kometen.

Bei der Raumfahrtbehörde *Interkosmos* in Moskau wurden Bahnberechnungen von *Yu.F.Kolyuka*, *S.M.Kudryavtsev*, *V.P.Tarasov* und *V.F.Tikhanov* durchgeführt. Dabei wurden die nichtgravitativen Kräfte nach Stil 2 und relativistische Effekte berücksichtigt. Verwendet wurden 310 Beobachtungen der Erscheinung 1759 (μ 50"), 2136 Beobachtungen 1835-6 (20") und 4052 Beobachtungen 1909-11 (1"5 ... 18"5) sowie die im Laufe der Zeit eingehenden neuen Beobachtungen. Für eine Rechnung mit 183 Beobachtungen bis Ende Januar 1985 werden oskulierende Elemente und Initialwerte für die Epoche des Periheldurchganges sowie die nichtgravitativen Parameter angegeben. Die Abweichungen der Rückrechnung zu den Beobachtungen betrugen 1682 0^d05, 1607 0^d25 und 1456 1^d1. Abgeschätzt wird, daß sich die Positionsungenauigkeit für März 1986 ab November 1985 erheblich verringert[25].

Später[26] veröffentlichen die Autoren Ort und Geschwindigkeit des Kometen für den 6. und 9.März 1986, wie sie aus den astrometrischen Daten sowie durch die Beobachtungen der Raumsonden *Vega 1* und *Vega 2* erhalten wurden, außerdem eine Statistik über Zeitraum, Anzahl und Güte der Beobachtungen von den einzelnen Sternwarten und eine Abbildung der Restfehler der Einzelbeobachtungen des Kometen durch die Raumsonden.

Sehr ähnliche Berechnungen führte die Arbeitsgruppe von *E.L.Akim*, *V.V.Sawtschenko*, *V.A.Stepanyants* am Institut für Kosmische Forschung in Moskau durch. In einer ersten Arbeit[27] werden die Grund-

---

16 Diese Abschätzungen litten unter dem Mangel um das zehnfache zu gering angenommener Beobachtungen. Andererseits wurde ein starrer Verlauf des light shifts angenommen, was eine zu genaue Extrapolation der Position aus der vorangegangenen Bewegung impliziert

17 *ibid.* **45**(Oktober 1983)

18 *ibid.* **46**(November 1983)

19 *ibid.* **48**(Juli 1984)

20 *ibid.* **54**(März 1985)

21 darunter auch die des Verfassers, die sich durch wesentlich höhere Zahl angenommener Beobachtungen auszeichnete

22 *ibid.* **57**(Dezember 1985)

23 Eingegangen wird u.a. auch auf den Vorschlag zur Berücksichtigung des light shiftes nach §2.7 und auf die Fehlerrechnungen des Verfassers

24 *S.F.Röser*, Astron.Astroph.Suppl. **71**(1987),363

25 Pisma Astron.Zh. **11**(1985),778

26 *ibid.* **13**(1987),630

27 Dokl.Akad.Nauk., Sér.Mat.Fiz. **272**(1983),1091

lagen und erste Ergebnisse der dortigen Berechnungen dargelegt. Spätere Ergebnisse befinden sich in der Publikationsserie von *ESOC*. Insgesamt gesehen wurden die Berechnungen ähnlich wie die Standardlösungen der anderen Gruppen durchgeführt (nichtgravitative Kräfte vom Stil 2, Verwendung von Rektaszension und Deklination, light shift als Funktion der heliozentrischen Distanz) und waren die Ergebnisse sehr ähnlich, die Fehlerellipsen jedoch deutlich größer.

Am Institut für Theoretische Astronomie Leningrad (*ITA*) wurden Berechnungen von *Yu.Y.Batrakov*, *N.A.Belyaev*, *Yu.D.Medvedev* und *Yu.A.Chernetenko* durchgeführt. Aus Beobachtungen 1835 bis 1985 wird die Bahn des Kometen mit nichtgravitativen Kräften einerseits nach Stil 2, andererseits nach der Impulstheorie berechnet. Ein Vergleich mit der Perihelzeit von 1759 wird angestellt, für 1986 differieren die Perihelzeiten beider Modelle um 0^d02[28]. Spätere Ergebnisse[29] mit beiden Modellen unter Verwendung von Beobachtungen bis Januar und Juni 1986 differierten in der Position für März 1986 um etwa $200\,km$. Der light shift wurde durch $S(r) = S_0/r$ modelliert, wobei sich $S_0 = 1100\,km$ ergab. Eine Rückintegration bis 1759 wurde durchgeführt und eine völlige Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Verfassers gefunden. Die Autoren folgerten, daß das Impulsmodell eine gleichwertige Darstellung der Beobachtungen und Vorausberechnung ergibt wie kontinuierliche Kräfte nach Stil 2.

Untersuchungen von allerdings mehr theoretischem Interesse wurden von *A.A.Suchanov* und *P.E.Elyasberg* am Institut für angewandte Mathematik in Moskau durchgeführt[30]. Die Autoren schlagen statt der Methode der Kleinsten Quadrate ein anderes Ausgleichsprinzip vor. Dies läuft darauf hinaus, unter Annahme einer gegebenen Beobachtungsunsicherheit den maximal möglichen Fehler bestimmter Unbekannten besonderen Interesses (in vorliegendem Fall, der Position des Kometen im März 1986) anstatt des mittleren Fehlers der Beobachtungen zu minimieren, indem eine beschränkte Anzahl an Beobachtungen[31] (im Idealfall genau so viele wie Unbekannte) an geeigneten Stellen der geozentrischen Bahn herausgesucht werden. Die Anwendung dieses Verfahrens liefert zu einer vorgegebenen Unbekannten für jeden Punkt der geozentrischen Bahn gewissermaßen das Gewicht, wie günstig dortige Beobachtungen in die Unbekannte eingehen, und den maximal möglichen Fehler derselben bei Verwendung einer ausgewählten Menge an Beobachtungen. Der light shift wird als Beobachtungsfehler betrachtet und zu $S^2 = S_0^2 + (\frac{q}{r\Delta} S_c)^2$ mit $S_0 = 3"$ und $S_c = 5000\,km$ angesetzt. Dabei wurde ausgegangen von systematischen Fehlern von 30" nahe der Konjunktion 1910[32] und wurde für Dezember 1985 über 5", für April 1986 8" light shift prognostiziert[33]. Für verschiedene Unbekannte wurde der Zeitraum besonders günstigen Beobachtens berechnet, ferner die zeitliche Entwicklung des maximalen Fehlers einiger Unbekannter. Zusammenfassend würde durch Beobachtungen bei der Opposition im November 1985, die Genauigkeit der Perihelzeit von 46^m auf 3^m, nach der Konjunktion im Februar dagegen nur unwesentlich auf 2^m zurückgehen[34]. Die Genauigkeit der Koordinate y im März bleibt etwa konstant bei $1500\,km$, diejenige von x dagegen geht bei den Konjunktionen im November 1985 und April 1986 von $3400\,km$ auf $2800\,km$ bzw. $1300\,km$ zurück. Bei einer zweiten Rechnung mit weniger Beobachtungen wurden etwa im Verhältnis der Gewichte[35] geringere Fehler erhalten. Es ist nicht bekannt geworden, ob das Verfahren später auch auf die Bahnrechnungen angewendet worden ist[36].

Besonders wertvoll sind die Arbeiten von *G.Sitarski* und *K.Ziolkowski*[37]. Hierbei ging es weniger um eine möglichst gute Darstellung der Beobachtungen der gegenwärtigen Erscheinung des Kometen, als um die seiner langzeitigen Bewegung. Neben einer ausgewählten Anzahl an Beobachtungen 1835 bis 1986 verwenden die Autoren die beobachteten Perihelzeiten der früheren Erscheinungen. Dies sind diejenigen Perihelzeiten,

---

[28] Kinem. i physika tel **2**(1986),92; Kiev Komet Tsirk. **353**(1986)

[29] ESA SP **250**(1986) Vol.3,295

[30] Kosm.Issl. **11**(1983),868; siehe dazu auch *idem.,T.Morley,F.Hechler*, ESA Journal **8**(1984),19

[31] oder in der Praxis stattdessen Normalorte

[32] offensichtlich lag auch bei diesen Berechnungen eine erhebliche Verschiebung zwischen dem System der Erdkoordinaten und Beobachtungen sowie der berechneten Bewegung des Kometen vor

[33] ein Vielfaches dessen was tatsächlich beobachtet wurde

[34] was in erheblichem Gegensatz zur Erfahrung und Rechnung steht

[35] im Sinne klassischer Statistik

[36] Nach Meinung des Verfassers hat es auch keinen besonderen Wert für eine Beobachtungsstrategie, weil die Ergebnisse weitgehend trivial sind - es empfehlen sich etwa Beobachtungen bei großen Erdannäherungen oder an den seitlichen Enden der Oppositionsschleifen oder anderen Punkten, an denen die Geschwindigkeit der Zunahme der Determinante zur Bestimmung der Parameter möglichst schnell zunimmt

[37] ESA SP **250**(1986) Vol.3,299; Astron.Astroph. **187**(1987),896

die sich, unter Verwendung der sonstigen Elemente gemäß den Rückrechnungen, durch Anpassung oder Schlußfolgerungen aus den Informationen über die einzelnen Erscheinungen ergaben. Ihre Verwendung ist zweckmäßiger als die der Informationen selbst, da diese oft in schlecht numerisch formulierbarer Form vorliegen, nur separat sorgfältig genug diskutiert werden können, und die Perihelzeiten nicht von der Stellung des Kometen zur Erde abhängen, was besonders bei geringer Entfernung zu großen Schwierigkeiten führen könnte. Berücksichtigt wurden die Erscheinungen zurück bis 12 v.Chr in einer und bis 240 v.Chr. in einer weiteren Rechnung. Die Bahnelemente wurden berechnet einerseits für nichtgravitative Kräfte ohne säkularer Änderung, andererseits für $B_2 = -0,00495$, wie es der Verfasser aus Beobachtungen 1607 bis 1985 erhalten hatte (s.u.). Angegeben werden die Bahnelemente und nichtgravitativen Parameter für 1835 sowie die Restfehler in den einzelnen Erscheinungen. Die Elemente mit der angenommenen säkularen Änderung B_2 ergeben die beste Darstellung.

Diese Berechnungen stellen die langfristigste Anpassung der Bewegung eines Himmelskörpers an die Beobachtungen dar, die wir besitzen.

Nicht unerwähnt bleiben sollen die Ergebnisse von *D.K.Yeomans*. Er berechnete fortlaufend neue Elemente des Kometen für die Beobachter[38]. Es handelte sich aber lediglich um routinemäßige Berechnung der Elemente und der beiden nichtgravitativen Parameter ohne weitergehendem Wert.

Ebenso wurden Fehlerrechnungen durchgeführt[39]. Angenommen wurden 50 Beobachtungen für Anfang 1985, 60 Beobachtungen für August 1985 bis Januar 1986 und 6 Beobachtungen für den 5. bis 10.März 1986. Der mittlere Fehler der Beobachtungen wurde zu 4", derjenige von A_1 und A_2 zu 20% ihres Wertes angenommen. Der zeitliche Verlauf der mittleren Fehler in radialer, transversaler und normaler Richtung zur Bahnbewegung wurde abgebildet. Der mittlere Fehler der radialen Komponente geht demnach von Oktober bis Dezember 1985 von über 5000 km auf 500 km zurück, der in der transversalen Komponente im November 1985 von 2200 km auf 400 km und der in der normalen Komponente von September bis Dezember 1985 von 500 km auf 100 km. Die Fehlerellipse im März 1986 hat Halbachsen von 519/161 km, bei Reduzierung des mittleren Fehlers auf die Hälfte 371/102 km, bei doppelter Zahl an Beobachtungen dagegen 298/80 km, bei ursprünglicher Annahme über die Beobachtungen, aber mit einem light shift $S = 1000\,km\ /r^2$ 540/161 km[40]. Nicht nachvollziehen kann man die vertretene Meinung, daß der light shift im Februar kaum etwas ausmacht, weil man wegen der geringen Elongation etwa in radialer Richtung, mithin nur einen kleinen Teil von ihm sieht.

Bei späteren Fehlerrechnungen[41] wurden praktisch dieselben Annahmen wie bei *ESOC* gemacht und auch nahezu dieselben Ergebnisse erhalten, für den Fall einer Unbestimmtheit des light shifts $S(r = 1\,AE)$ von $\pm 500\,km$ etwa die Halbachsen der Fehlerellipse zu 342 km und 92 km. Bei der letzten Prognose[42] wurde eine Fehlerellipse mit 22 km und 8 km Halbachsen angegeben, was völlig illusorisch war[43].

4.2 Eigene Arbeiten

Der Verfasser hat unmittelbar nach der Wiederentdeckung des Kometen mit seiner Bearbeitung begonnen. Hierbei sollte die Bewegung des Kometen in mehreren Aspekten gründlich untersucht werden, insbesondere hinsichtlich seiner langzeitigen Bewegung sowie des Verlaufes der nichtgravitativen Kräfte während eines Umlaufes[44].

---

[38] IAU-Circ. **3767**(1983),**4156**(1985); IHW Newsl. **5**(1984),71,**6**(1985),41,**7**(1985),18,**8**(1986),55, **9**(1986),36, **10**(1987),14

[39] *D.K.Yeomans,R.A.Jacobson,B.G.Williams,P.W.Chodas*, in: Cometary Astrometry [Hrsg. *T.I.Gombosi*]. Budapest 1983. **3**,95

[40] Nach Auffassung des Verfassers beruhen diese Rechnungen auf völlig unangemessenen Grundlagen. Das Gewicht der Beobachtungen ist viel zu gering, dagegen der light shift als eine starre Funktion und damit sein Fehlereinfluß als erheblich zu gering angenommen

[41] *D.K.Yeomans,P.W.Chodas*, JPL Interoff.Memor. 314.6-602 (September 1985), 2

[42] angegeben bei *ESOC* pt. 4 (s.o.) Tab. 2

[43] siehe dazu §4.4 Pkt. *d)*

[44] anderweitige Versuche, den Verlauf der nichtgravitativen Kräfte zu berechnen, erfolgten auch bis heute nicht, mit Ausnahme von *ESOC* und *ITA* wurden überall auch lediglich Kräfte vom Stil 2 angewendet

Zunächst wurden die Beobachtungen von 1835 von *Struve*, *Bessel*, *Encke* und *Nicolai* neu reduziert. Dabei wurde die Auffassung gewonnen, daß lediglich die Normalorte aus Beobachtungen von *Struve* und *Bessel* verwendet werden sollten, viel später wurde noch ein Teil der Beobachtungen von *Encke* hinzugenommen und wurden auch diejenigen von *J.Lamont* in Bogenhausen reduziert und verwendet (s. §4.1.3).

Sodann wurden aus 33 Normalorten 1909-1911, 36 von 1835-6, je drei von 1759 und 1682 sowie zehn neuen Beobachtungen verbesserte Bahnelemente berechnet[45]. Dabei ergab sich eine säkulare Änderung der nichtgravitativen Kräfte von $B_2 = -0,0065 \pm 0,0025$. In Anschluß daran wurde eine Rückrechnung bis 837 durchgeführt. Die Korrelationen zwischen T und A_1 wurden erörtert[46].

Über weitere Ergebnisse wurde in einigen Tätigkeitsberichten berichtet.

Zunächst wurde bemerkt, daß in die früheren Erscheinungen erheblich etwaige Fehler der Masse des Uranus und Neptun eingehen. Insbesondere hat Uranus eine nur um 7% größere Umlaufszeit als der Komet, und befand sich bei den letzten Erscheinungen stets in der Nähe des Kometen während dessen Apheldurchgang, bei früheren Erscheinungen jedoch nicht mehr. Bis 837 zurück entsprach einer Änderung von ± 50 Einheiten der reziproken Masse von Uranus eine unkorrelierte Änderung der Perihelzeit um 0^d1. Aus 37 Normalorten 1909-11, 27 von 1835-6, je 3 von 1682 und 1759, je einem von 1607, 1301 und 837 sowie zehn Beobachtungen 1982 - 1983 wurden verbesserte Bahnelemente und die Uranusmasse bestimmt. Unter anderem wurde erhalten $B_2 = -0,0065 \pm 0,0003$ und $m_u = 1/23054 \pm 41$[47]. Die Darstellung von 837 war allerdings nicht gut. Die Elemente für den Zeitraum 837 bis 2209 wurden angegeben[48]. Die Berechnung der Massen unter Rücksicht auf den inzwischen erfolgten Periheldurchgang wird der Autor sicherlich nochmals aufgreifen.

Kurze Zeit später wurden die Modellrechnungen für den Wärmehaushalt und die nichtgravitativen Kräfte des Halleyschen Kometen von *Rickman* und *Froeschlé* (siehe §1) veröffentlicht. Sie wurden sogleich für Bahnberechnungen verwendet. Das Modell für eine große Wärmeträgheit $I_{th} = 1000$ schloß sich den Beobachtungen am besten an, entsprechende Elemente für 1607 bis 1986 und einzelne Parameter für die anderen Modelle und Lösungen mit Beobachtungen ab 1835 sind angegeben, die säkulare Änderung betrug $B = -0,0052$. Die Korrelationen zwischen e, A_1 und T werden erörtert[49].

Im Jahre 837 näherte sich der Komet auf $0,03\,AE$ der Erde. Er wurde in Aachen, Fulda und China beobachtet[50]. Daraus läßt sich die Perihelzeit verhältnismäßig genau berechnen[51]. Nun wurde bemerkt, daß sich die Perihelzeit, oder konkreter der Zeitpunkt der Annäherung an die Erde, aus den differentiellen Störungen noch wesentlich genauer berechnen läßt. Bereits eine Verspätung des Kometen um nur 0^d04 resultiert bei der gut beobachteten Erscheinung 141 in einer Verfrühung von 15 Tagen. Daraus ergab sich die Perihelzeit zu 837 Februar 28,427 $\pm\ 0^d010$ ET (formal $\pm 0^d004$). Dies stellt eine sehr wichtige Kontrollmöglichkeit für alle langzeitigen Berechnungen des Kometen dar[52].

Später wurden noch einmal verbesserte Elemente aus 105 Normalorten und Beobachtungen 1607 bis September 1984 gegeben[53]. Mehrfach wurden aktuelle Elemente für die Beobachter veröffentlicht[54].

Ab Juli 1985 ermöglichten es die vorliegenden Beobachtungen, brauchbar nach den nichtgravitativen Parametern in verschiedenen Teilen der Bahn aufzulösen. In Hinblick auf die Sichtbarkeitsperioden, die

---

45 Zu dieser Zeit stellte dies die langfristigste erreichte Anpassung der Bewegung des Kometen dar

46 Sterne u.Weltr. **22**(Februar 1983),59; IAU-Circ. **3767**(Februar 1983). Auffallend war, daß bei den ebenda und bei *ESOC* mitgeteilten verbesserten Elementen von *Yeomans* der mittlere Fehler von A_1 mehr als zehnfach höher lag, was auf erhebliche Ungenauigkeiten bei seiner Berechnung der Differentialquotienten hindeutete

47 Diese Masse für Uranus wurde auch noch bei allen weiteren Berechnungen bis Ende 1984 verwendet (allerdings nur in Bezug auf die Bewegung des Kometen, nicht der anderen Planeten), später wieder 1/23030. Auf diese unterschiedlichen Massewerte dürfte die von *Sitarski* und *Ziolkowski*, *loc.cit.* bemerkte Inkonsistenz im Vergleich mit der älteren Integration des Verfassers zurückzuführen sein.

48 Mitt.Astron.Verin.Südwestd. **23**(April 1983),47

49 *ibid.* **23**(Februar 1984),19,44; *B.G.Marsden*, Proc.IAU-Coll. **83**(1984),350

50 *A.G.Pingré*, Cometographie, Paris 1784, Tome **1**,340

51 *ibid.* **1**,345,**2**,101 (allerdings noch ohne zu wissen, daß es sich um den Halleyschen Kometen handelt); *I.Hasegawa*, Publ.Astron.Soc.Japan **31**(1979),263

52 Mitt.Astron.Verin.Südwestd. **23**(Juli 1984),92

53 *ibid.* **23**(November 1984),130

54 Der Sternhimmel[Hrsg.: *P. Wild*]. Bern. **1985**(1984),58,**1986**(1985),49; Intern.Comet.Quart. Okt.1985,106; Sterne u.Weltr. **22**(1983),65,**24**(1985),597,**25**(1986),49; MPC **8665**(April 1984),**10155**(Oktober 1985),**10376**(Januar 1986); meist Lösungen sowohl seit 1607 als auch seit 1835

Periheldistanz und die Zeitentwicklung der Kräfte auf die Position (Abb. 3.1) wurde die Bahn in drei Teile aufgeteilt mit den Grenzen bei $r_{lim} = 1\,AE$ vor und nach dem Perihel. Noch nicht alle Unbekannten konnten signifikant bestimmt werden, insbesondere hingen die Ergebnisse für den aufsteigenden Ast der Bahn von den Beobachtungen 1910-11 ab. Daher wurden Bedingungen an die Auflösung gestellt, insbesondere wurden die A_2 in den äußeren Bahnteilen als 0 angenommen oder wurde ihr Verhältnis zu den entsprechenden A_1 vorgegeben. Später verbesserte sich die Situation. Aus den Parametern in den drei Bahnteilen ließ sich die Lage der Rotationsachse berechnen (s.u.). Die orbitale Länge und Breite der Richtung des Nordpoles ergaben sich zu $l = 352°4 \pm 3°3$ und $b = +5°5 \pm 1°4$, wobei allerdings der tatsächliche Fehler weitaus größer sein kann[55].

Im Rahmen der Untersuchungen wurden häufig Rückrechnungen bis 837 durchgeführt, um die einzelnen Elemente mit dieser Erscheinung zu kontrollieren. In Anschluß an die beschriebene Berechnung der Perihelzeit für 837, die einer Anpassung der Elemente bis 141 entspricht, wurde die betreffende Bahn, beruhend auf Beobachtungen von 1607 bis Ende 1983 und 837 um etwa 0^d9 korrigiert, bis 2317 v.Chr. zurückintegriert[56]. Dabei wurde eine Übereinstimmung mit einem von *Plinius*, *Aristoteles* und anderen[57] sowie von chinesischen Autoren[58] beschriebenen Kometen im Zeitraum Mitte 467 v.Chr. bis Mitte 466 v.Chr. gefunden, dessen Identität mit dem Halley'schen Kometen schon lange vermutet wurde. Ferner liegt ein vager Bericht aus Mesopotamien über einen Kometen im Sommer 619 v.Chr. oder 618 v.Chr. vor[59], der zu der berechneten Perihelzeit passen würde. Zeitlich vorwärts wurde bis 2284 integriert.

Der Autor war aus Erfahrungen mit anderen Kometen lange der Ansicht, daß die Bahnelemente aus Beobachtungen seit 1607 eine bessere Separation der Variablen und eine genauere Vorausberechnung der Bewegung in Perihelnähe ermöglicht als solche aufgrund Beobachtungen seit 1835, zumal auch die säkulare Vergrößerung der nichtgravitativen Kräfte von etwa 1% pro Umlauf gut übereinstimmend aus den Beobachtungen von 1682, 1607, 1531, 1456 und 837 folgt[60], entsprechend etwa einer Stunde, wovon noch etwa die Hälfte kurz vor dem Perihel entsteht und daher in den weiter entfernten Beobachtungen noch nicht enthalten ist. Diese Meinung erwies sich jedoch dann als falsch. Die Fluktuationen der Kräfte in den einzelnen Erscheinungen war hier offenbar bereits größer als der säkulare Effekt, sodaß überzählige Erscheinungen nicht mehr gut dargestellt wurden (siehe §3.1 Punkt *6*).

Die insgesamt gewonnenen Kenntnisse wurden zu einer Arbeit zusammengefaßt[61]. Nach einer Beschreibung des verwendeten Beobachtungsmateriales wurden die Zusammenhänge der verschiedenen nichtgravitativen Parameter und ihr Einfluß im Lichte der Bahnbestimmungen erörtert. Dann wurde das Verfahren zur Eliminierung des light shiftes beschrieben.

Ergebnisse von Bahnrechnungen mit Beobachtungen 1607 oder 1835 bis September 1985 unter Annahme nichtgravitativer Kräfte nach Stil 2 und den fünf Modellen von *Rickman-Froeschlé* werden gegeben. Die Ergebnisse waren sehr ähnlich denen der vorangegangenen Rechnungen.

Ferner wurden die nichtgravitativen Parameter für drei Teile der Bahn (perihelnaher Teil der Bahn sowie ab $r_{lim} = 1\,AE$ vor und nach dem Perihel) berechnet. Neben allgemeinen Lösungen mit und ohne A_3^j und S_0 wurden Lösungen unter verschiedenen Annahmen für das Verhältnis A_2/A_1 in den beiden äußeren Bahnteilen durchgeführt. Die Ergebnisse waren noch am Rande der statistischen Signifikanz, sie deuteten jedoch darauf hin, daß die Kräfte in größerer Entfernung langsamer abnehmen als nach Stil 2, sowie daß A_3 für den Bahnteil nach dem Perihel erheblich größer ist. Eine auf unabhängigen Informationen beruhende Kontrolle war der Sachverhalt, daß das Verhältnis der nichtgravitativen Parameter in jedem der Bahnteile von der Rotationsachsenlage abhängt. Die Transformation von der Richtung der nichtgravitativen Kraft

---

[55] *ibid.* **24**(November/Dezember 1985),150; IAU-Circ. **4115**(1985)

[56] *W.Landgraf*, On the Motion of Comet Halley. ESTEC EP/14.7/6184 Final Report. Göttingen 1984. Tab.9; die Perihelzeiten befinden sich besser zugänglich u.a. Sterne u.Weltr. **24**,597; The Heavens **66** No.716(1985),4ff [bis 837, alle Elemente]; *I.Hasegawa*, A Story of Halley's Comet. Tokio 1984, 232-5

[57] *S.Lubienietzky*, Theatrum Cometicum. Amsterdam 1668. 4

[58] *Ho Peng Yoke*, Vistas in Astronomy **5**(1962),142

[59] *A.G.Pingré*, *ibid.* **1**,253

[60] aus der Erscheinung 1759 folgt dagegen eine Abnahme der Kräfte in derselben Größenordnung, die jedoch noch durch Beobachtungsfehler erklärt werden könnte

[61] Astron.Astroph. **163**(1986),246

zu der zum subsolaren Punkt, also dem Radiusvektor Komet → Sonne, bildet einen Breitenkreis zur Rotationsachse[62] und der lag angle ist[63] unter 180°. Aus den nichtgravitativen Parametern in zwei Teilen der Bahn folgt daraus eindeutig die Achsenlage und der Drehsinn, also der Rotationsvektor[64]. Die Parameter in einem dritten Bahnteil sind eine sehr wichtige Kontrolle. Die Anwendung ergab für die Fälle $A_2/A_1 = 0,10$ und $0,05$ eine gute Übereinstimmung, auch $0,2$ wäre noch akzeptabel gewesen. Als Mittelwert aus verschiedenen Kombinationen der überzähligen Parameter wurde die oben angegebene Richtung der Rotationsachse erhalten.

Durch Vermittlung des Institutes für Keilschriftforschung war zwischenzeitlich in Erfahrung gebracht worden, daß durch Prof. *H.Hunger* in Wien Keilschriften mit Beobachtungsberichten über den Halleyschen Kometen bei seinen Erscheinungen 87 v.Chr. und 164 v.Chr. aufgefunden und übersetzt worden waren. Die daraufhin[65] von *Hunger* mitgeteilten Einzelheiten waren für 164 v.Chr. in guter Übereinstimmung mit den vorgenannten Rückrechnungen (Perihelzeit nach diesen -163 Oktober 30,1 TDB). In der kurz darauf erschienenen Arbeit von *H.Hunger,F.R.Stephenson* und *K.K.C.Yau*[66] kamen seine Mitautoren jedoch zu der Meinung, daß der Periheldurchgang nach dem 9. November -163 stattgefunden haben müsse. Dem kann man sich nicht anschließen, vielmehr ist dieser Zeitpunkt eher der spätestmögliche. Gleichwohl wurde aber eine neue Anpassung der Perihelzeit der Erscheinung 837 durchgeführt, so daß die Perihelzeit bei -163 November 8,3 TDB zum Liegen kommt. Die Rückintegration ergab für 240 v.Chr. bereits einen Fehler von 2 Monaten, und die mutmaßlichen Erscheinungen 466 v.Chr. und 618 v.Chr. wurden überhaupt nicht mehr dargestellt, auch fanden sich keine früheren Kandidaten. Daher wurde diese Rückrechnung als eine Alternative und nicht als eine Revision der früheren bezeichnet, denn sehr wahrscheinlich sind daher die Beobachtungen 164 v.Chr. unzutreffend interpretiert worden und ist die frühere Rückrechnung die bessere[67].

Nach dem Vorbeiflug der Raumsonden wurde unter Hinzunahme der Positionsmessungen des Kometen durch *Vega 1* und *Vega 2* ein Großteil der Berechnungen wiederholt, diese Ergebnisse sind mit den früheren zusammen veröffentlicht[68]. Nun ließen sich die nichtgravitativen Parameter in den drei Bahnabschnitten mit Signifikanz berechnen[69] und bestätigte sich, daß sie in den äußeren Teilen größer sind als im perihelnahen Bereich.

Der Verlauf des light shiftes und der nichtgravitativen Kräfte waren weiterhin Gegenstand der Untersuchungen. Mit Beobachtungen bis August 1986 wurden erneut Lösungen unter Berechnung aller neun Parameter sowie unter einschränkenden Bedingungen durchgeführt[70]. Dabei wurden für 1835-1836 nur die Positionswinkel verwendet. Die Restfehler in den Elongationen und die Konsistenz bei der Ableitung der Rotationsachse dienten als Kontrolle. Demnach war A_2/A_1 im Bereich von 0 bis $0,1$ am wahrscheinlichsten. Die wahrscheinlichste Lage der Rotationsachse war nun etwa $l = 320°$ und $b = +5°$. Zu den Ergebnissen über den light shift siehe §2.7 .

Es hatte sich außerdem ergeben[71], daß ab Anfang 1984 Berechnungen des Kometen zugunsten des *Giotto*-Projektes durchgeführt wurden[72]. Zu diesem Zweck erfolgten neben der Berechnung aktueller Bahnelemente auch Abschätzungen der Positionsgenauigkeit für Mitte März 1986.

Die ersten Fehlerrechnungen[73] erfolgten Anfang 1984. Das aktuelle Fehlerellipsoid hatte damals bei Verwendung von Beobachtungen ab 1835 Halbachsen von 17200 km und 60 km in der Zielebene und von 15540 km in Flugrichtung, mit 20^0 Neigung zur Knotenlinie Zielebene/Ekliptik. Bei Hinzunahme der Beobachtungen

---

62 oder im Falle eines schiefen Rotators der Drehimpulsvektor
63 sehr wahrscheinlich
64 wobei sogar noch ein Parameter überzählig ist
65 Ende 1984
66 Nature **314**(1985),587
67 Dies wird auch durch die neueren Ergebnisse von *Sitarski,Ziolkowski, loc.cit.*, bestätigt. Eine Besprechung dieser Rückrechnung siehe *J.Meeus*, Heelal **31**(1986),276
68 Astron. Astroph. **163**(1986),246
69 *ibid.* Tab. 7'
70 für vorgegebene Verhältnisse A_2/A_1 siehe ESA SP **250**(1986) Vol.3,290
71 zunächst aufgrund eines Auftrages von *ESTEC* über vier Wochen
72 im Wesentlichen nach den Formeln des §2.8.2
73 *W.Landgraf, ibid.* (ESTEC Final Report, 1984), §5

ab 1607 war die Unsicherheit nur etwa halb so groß. Angenommen wurden sechs Beobachtungsverteilungen für Ende 1984 bis März 1986 (mittlerer Fehler 1" je Gewichtseinheit): *1*) 1000 Gewichtseinheiten, davon 30 im März 1986 [günstigster Fall]; *2*) etwa 270 Einheiten, davon 6 im März 1986 [ungünstigster Fall]; *3*) 224 Einheiten - jedoch nur ab Mitte August 1985 -, davon 24 im März 1986 [keine Verwendung von Beobachtungen mit $r > 2\,AE$ wegen des unklaren Verlaufes der nichtgravitativen Kräfte]. In diesen Fällen wurden Rektaszension und Deklination verwendet, in drei weiteren Fällen ab November 1985 nur die Positionswinkel zur Sonne zur Eliminierung des light shiftes: *4*) wie *2*); *5*) wie *3*) jedoch 30 Positionswinkel im März; *6*) dgl., jedoch nur 6 Winkel im März.

Die Hinzunahme der Beobachtungen von vor 1835 ergab nur Verbesserungen von unter 10% in den mittleren Fehlern[74]. Die Halbachsen der Fehlerellipsoide in km und Neigungen zur Knotenlinie in Grad waren in obigen Fällen: *1*) 54/21/123:45; *2*) 95/37/170:31; *3*) 79/41/158:31; *4*) 539/50/526:17; *5*) 393/45/370:16; *6*) 572/53/551:17. Erwogen wurde eine Kampagne zur Messung der Relativposition bei nahen Vorübergängen des Kometen an schwachen Sternen mit CCD-Detektoren. Nimmt man in Hinblick darauf zusätzliche 80 Beobachtungen für Oktober bis Dezember 1985 und 6 weitere für März 1986 an, wären die Fehlerellipsen im Falle *1*) 18/7/52:59, im Falle *2*) 103/26/93:5. Neben diesen Werten wurden die mittleren Fehler der heliozentrischen und geozentrischen Position und der Elemente gegeben. Demnach war bei Kenntnis oder Nichtvorhandensein des light shiftes eine Positionsunsicherheit in der Zielebene von deutlich unter $100\,km$, im ungünstigen Falle eines nicht modellierbaren light shiftes von über $400...600\,km$ zu erwarten.

Um zu überprüfen, ob die Beschränkung auf Beobachtungen der gegenwärtigen Erscheinung möglich und sinnvoll wäre, wurden des Weiteren entsprechende Fehlerrechnungen durchgeführt unter Vorgabe der Varianz einiger Parameter, die also nicht zu bestimmen sind, sondern vorgegeben werden. Im Ergebnis hatte eine Vorgabe der nichtgravitativen Parameter, egal ob mit realistischem oder verschwindendem mittleren Fehler, kaum Einfluß auf das Ergebnis. Im Falle *1*) sind die Werte des Fehlerellipsoides 122/67/360:-49, im Falle *5*) 2320/180/1060:-3. Erst die Vorgabe der großen Bahnhalbachse mit einer realistischen Genauigkeit, mit der sie unabhängig von den Kraftmodellen und -parametern bestimmt ist ($\pm 4 \cdot 10^{-7}$), ergab eine deutliche Besserung, die Werte waren nun 77/47/173:55 beziehungsweise 725/150/470:-1. Im günstigsten Fall, nämlich daß lediglich T bestimmt werden müßte und man alle anderen Unbekannten genau kennt, erhält man 27/0/25:18 und 238/0/215:18. Da man zur Vorgabe der großen Halbachse implizit auf die früheren Erscheinungen zurückgreifen muß, ergibt die alleinige Verwendung der gegenwärtigen Beobachtungen keine brauchbaren Ergebnisse.

Die mittleren Fehler der rechtwinkligen Koordinaten bei Anwendung der Modelle von *Rickman* und *Froeschlé* bei der Beobachtungsverteilung *1*) betragen ohne light shift etwa $500\,km$, mit light shift etwa $1000\ ...\ 2000\,km$. Im letzten Fall sind sie je nach Modell sehr unterschiedlich.

Schließlich wurden noch die systematischen Fehler angegeben, die entstehen, wenn Erdkoordinaten und Beobachtungen nicht auf dasselbe Bezugssystem bezogen sind. Sie betrugen etwa $1000\,km$[75].

Diese Fehlerrechnungen wurden mehrfach dahingehend kritisiert, daß die Zahl der angenommenen Beobachtungen bei Weitem zu hoch sei[76]. Tatsächlich war jedoch in Anbetracht der über 5000 Beobachtungen der letzten Erscheinung und der Anzahl der später tatsächlich angefallenen Beobachtungen die Zahl eher sehr zurückhaltend gewählt worden.

Im Januar 1986 wurden mit Rücksicht auf die tatsächliche Zahl der vorliegenden Beobachtungen die Fehlerrechnungen aktualisiert[77]: Fall *1*: etwa 3800 Gewichtseinheiten wie beobachtet zuzüglich 400 weitere für Januar und 30 für März 1986; *2*),*3*) wie *1*, jedoch für $r < 2\,AE$ die Elongationen nur mit Gewicht $0,1$ und 0 wegen der Elimination des light shifts; *4*) - *6*): wie *1*) - *3*) jedoch 60 Beobachtungen für März 1986.

Bei sechs Elementen sowie A_1 und A_2 als Parameter erhält man im Falle *1* für die Achsen und die Ausrichtung des Fehlerellipsoides 45/13/118:56, im Falle *4* etwa 20% mehr, in den anderen Fällen etwa 200/40/250:18. Das letzte Resultat dürfte für einen unbestimmten light shift als am meisten realistisch angesehen werden. Bei Annahme eines light shiftes $S(r, S_0)$ und Bestimmung von S_0 indessen vergrößern sich die erstgenannten Werte nur um etwa 20%. Das bedeutet, daß die Annahme eines light shiftes als Funktion

---

74 außer in der aktuellen Fehlerellipse, die auf die Hälfte reduziert wurde

75 die sich bei einer Annäherung des Kometen an die Erde auf $0,1\,AE$ von Größe und Verlauf her wie ein light shift von über 10" verhalten würden

76 etwa in Giotto Study Note **57**(1985),6

77 Astron.Astrophys. **157**(1986),245

der heliozentrischen Distanz fast dieselben mittleren Fehler ergibt wie die Rechnung ohne light shift, was völlig illusorisch ist, von den systematischen Unterschieden der angenommenen $s(r)$ (*Modellrauschen*) einmal abgesehen.

Entsprechende Rechnungen wurden noch für die Bestimmung von insgesamt 9 nichtgravitativen Parametern für drei Teile der Bahn gemacht. Im Falle *1* und *4* erhielt man nun 200/100/500:-21, im Falle *2* und *5* 660/110/750:0, im Falle *3* und *6* 1460/120/1600:3. Bei großer Zahl an nichtgravitativen Parametern kommt es demnach kaum noch auf eine höheren Zahl an Beobachtungen im März an, hauptsächlich, weil diese die Parameter und die aus ihnen resultierende Unsicherheit der großen Halbachse nicht mitbestimmen. Dafür hängt das Ergebnis jedoch ganz erheblich von dem Gewicht der Elongationen ab. Im Gegensatz zur Vorgabe des Verlaufes der nichtgravitativen Kräfte wird jetzt die Bewegung nicht mehr von den äußeren Beobachtungen mitbestimmt[78], sondern muß im sonnennahen Teil alleine aus dortigen Beobachtungen ermittelt werden. Da nur ein Teil der Parameter in den äußeren Bahnbereichen signifikant bestimmt werden konnte, also die Vorgabe der Funktion genauer als der Informationsgehalt der Beobachtungen ist, ist für Vorausberechnungen von Positionswerten die Auflösung nach den nichtgravitativen Parametern für unterschiedliche Bahnteile offenbar nicht geboten.

Diese Ergebnisse verdeutlichen die Abhängigkeit der Genauigkeit der Vorausberechnungen von der Kenntnis über light shift und nichtgravitative Kräfte. Zusammenfassend wäre bei genauer Kenntnis dieser Effekte die Position mit einem mittleren Fehler von etwa $50\,km$ genau berechenbar[79], die Unsicherheit infolge dieser Effekte beträgt indessen etwa $200\,km$.

4.3 Die Beobachtungen

In diesem Abschnitt soll das Beobachtungsmaterial diskutiert werden, welches für die Berechnungen verwendet wurde.

Beobachtungen des Halleyschen Kometen lassen sich bis 467 v.Chr., möglicherweise sogar bis 618 v.Chr., zurückverfolgen (siehe letzten Abschnitt). Für die Untersuchung des langzeitigen Verhaltens der nichtgravitativen Kräfte sind die Beobachtungen bis 240 v.Chr. brauchbar. Bei den vorgenannten Untersuchungen hat der Verfasser häufig Beobachtungen zurück bis 1607 verwendet, teilweise wurde eine Anpassung an noch frühere Erscheinungen durchgeführt. Daraus ergab sich eine säkulare Vergrößerung der nichtgravitativen Kräfte von knapp 1% pro Umlauf[80], aber auch eine Fluktuation der individuellen Erscheinungen in dieser Größenordnung. Deshalb war es nicht möglich, überzählige Erscheinungen ohne erhebliche systematischen Restfehler darzustellen[81]. Demgegenüber korreliert eine säkulare Änderung der Kräfte im Prozentbereich bei Verwendung von drei Erscheinungen praktisch vollständig mit den sonstigen Parametern[82] und hat dann praktisch keinen Einfluß auf die Ergebnisse. In §3.1 wurde bereits erörtert, daß von einer dritten Erscheinung nur die (ungefähre) Information über die Perihelzeit benötigt wird[83]. Daher wurden für die vorliegenden Berechnungen nur die Erscheinungen seit 1835 verwendet. Die für die früheren Arbeiten berechneten Normalorte sind für anderweitige Verwendung jedoch in Tab. 4.1 aufgeführt.

Von der Erscheinung 1835-1836 liegen etwa 900 Beobachtungen vor[84]. Diese Beobachtungen sind von sehr unterschiedlicher Qualität hinsichtlich Durchführung und Genauigkeit. Die brauchbar erscheinenden Beobachtungsserien wurden, teils unter Verwendung moderner Positionswerte für die Anschlußsterne, neu reduziert.

---

78 siehe dazu den letzten Abschnitt von Pkt. *3* in §3.1

79 siehe Lösung 1,1',1" in Tab. 4.7; die nicht erfaßbaren systematischen Fehler liegen ebenfalls in dieser Größenordnung

80 entsprechend einer Stunde in der Perihelzeit

81 Man kann die Erscheinung 1759 noch mit Hinzunahme von B darstellen, jedoch steht der hierfür nötige Wert in Widerspruch zu dem aus den früheren Erscheinungen, sodaß dies nicht sinnvoll ist

82 siehe dazu Lösung 8" gegenüber 3" in Tab. 4.7

83 Außerdem stellte sich heraus, daß bereits aus den Beobachtungen der gegenwärtigen Erscheinung die Parameter mit nur etwa doppelter Ungenauigkeit folgen

84 *P.Carl*, Repertorium der Cometen-Astronomie. München 1864. 364ff; *S.F.Röser*, Study into the Accuracy of Astrometric Observations of Comets. ESOC 5759/83/D/IM(SC) Final Report. Heidelberg 1984. 62ff.

Tabelle 4.1 *Normalörter für frühere Erscheinungen*

t				α			δ			Gewicht
837	4	29,0	ET	10	23	17,4	−0	3	42	0,1
1607	10	4,0	UT	15	4	52,8	+15	22	24	0,0004
1682	8	28,0	UT	9	15	25,23	+41	2	6,1	0,01
1682	9	10,0	UT	13	39	9,20	+8	10	45,0	0,01
1682	9	19,0	UT	14	18	58,41	−4	2	19,9	0,01
1759	1	27,8	UT	23	29	24,76	+2	8	55,3	0,08
1759	5	5,9	UT	10	33	15,95	−16	28	29,5	0,10
1759	5	24,9	UT	10	24	39,20	−5	34	43,4	0,10

Die Position für 837 entspricht dem Ort des Kometen relativ zur Erde, wie er zur Darstellung der früheren Erscheinungen durch die differentiellen Störungen nötig war. Zur Vermeidung schlechter Konvergenz bei einer Bahnverbesserung bezieht sich die Position jedoch auf einen Zeitpunkt lange nach der größten Annäherung. Die Normalörter für 1607,1682 und 1759 wurden aus den zugänglichen Beobachtungen - teilweise Entfernungen des Kometen zu Fixsternen - gebildet. Alle Positionen beziehen sich auf das FK_4-System zur Epoche B1950 und sind geozentrisch.

Tabelle 4.2 *Korrektur der Beobachtungen von Struve nach der Neureduktion mit Sternörtern aus dem SAO-Katalog*

Nr.	Δα	Δδ	Nr.	Δα	Δδ	Nr.	Δα	Δδ
3	−1"0	+2"2	18	+1"3	+1"7	33	+1"2	
4	−1,6	−0,6	19	−0,5	+0,4	34	−0,3	−1"3
5	−1,6	−0,6	21	−1,8	+0,9	35	−0,2	+1,9
7	−0,8	−0,5	22	−0,5	+1,1	36	+0,1	−1,6
8	−0,8	−0,1	27	+0,1	+2,0	38	−0,6	+10,2
10	−0,8	+0,4	28	+0,3	+1,7	39	−1,1	+1,1
12	+0,8	−0,4	29	−1,1	+1,1	40	−1,0	+1,2
14	−1,2	+3,0	30	+0,8	−0,5	41	−1,8	+0,1
16	−1,6	+1,1	31	−0,1	−0,6	42	−1,8	+0,5
17	+0,0	+1,3	32	+0,3	−1,2	43	+0,9	−1,2

Tabelle 4.3 *Korrektur der Beobachtungen von Bessel nach der Neureduktion mit Sternörtern aus dem SAO-Katalog*

Nr.	Δα cos δ	Δδ	Nr.	Δα cos δ	Δδ	Nr.	Δα cos δ	Δδ
1	−0ˢ04	+1"7	14	+0ˢ17	+0"7	27	−0ˢ02	+0"8
2	−0,38	+1,0	15	+0,14	+0,9	28	+0,11	+0,5
3	−0,04	+0,0	16	−0,03	+0,9	29	+0,02	+1,5
4	+0,01	+1,4	17	−0,06	+3,4	30	−0,06	−2,2
5	+0,03	+0,8	18	+0,13	+0,2	31	+0,04	+0,2
6	−0,16	−0,1	19	+0,19	+0,6	32	+0,04	+0,2
7	−0,02	+1,3	20	+0,04	−1,3	33	+0,05	−0,6
8	−0,13	+0,3	21	+0,07	−0,6	34	−0,04	+0,5
9	+0,01	+0,9	22	−0,01	−0,2	35	−0,02	+1,6
10	−0,03	+1,0	23	+0,10	+0,2	36	−0,01	+0,7
11	−0,09	+1,9	24	+0,27	−0,1	37	−0,01	+1,6
12	−0,10	−0,0	25	−0,09	+0,8	38	+0,16	−2,3
13	−0,12	+0,5	26	−0,08	−0,0			

F.G. W.Struve hat den Kometen vom 21. August bis zum 15. November 1835 mit dem großen Refraktor in Dorpat beobachtet. Die Messungen wurden zu 44 Positionswerten - davon in einem Fall ohne Deklination - zusammengefaßt. Nach Ausschluß der letzten Beobachtung sowie von zwei weiteren Rektaszensionen betrug der mittlere Fehler 2"5. Die Messungen und ihre Reduktion hat *Struve* sehr ausführlich in einem Buch veröffentlicht[85]. Im ersten Teil werden die Instrumente und sonstigen Hilfsmittel sowie Art und Weise der Beobachtungen erläutert. Anschließend folgen die Beobachtungswerte und sonstige Wahrnehmungen, insbesondere Beschreibungen der physikalischen Erscheinungsform des Kometen. Meist wurden Positionswinkel und Distanz des Kometen relativ zu einem nahen *Anschlußstern* gemessen, in einigen Fällen jedoch die Differenzen (*Vergleiche*) in Rektaszension und Deklination[86]. In wenigen Fällen wurden mehrere Anschlußsterne verwendet. Meist blieb ein Faden ruhend, gelegentlich wurden aber beide Fäden bewegt. Den wahren Fehler der daraus gebildeten Positionen schätzt *Struve* zu im Durchschnitt 0"5 in $\alpha \cos \delta$ und 0"4 in δ ab. Im zweiten Teil wird ebenso ausführlich über die Beobachtung der Anschlußsternörter berichtet. Von den 41 Anschlußsternen wurden 26 mit dem Meridiankreis beobachtet, bei 15 wurden die Vergleiche mikrometrisch zu ebenfalls am Kreise beobachteten helleren Sternen gemessen. Die wahren Fehler der Sternörter wurden zu etwa 0"5 in $\alpha \cos \delta$ und 0"3 in δ berechnet. Anschließend erfolgt die Reduktion der Beobachtungen. Diese wurde mit größter Sorgfalt durchgeführt, insbesondere wurden auch alle während der Beobachtungsdauer nicht linearen Anteile von Eigenbewegung, Refraktion und Parallaxe berücksichtigt. Zum Abschluß werden die Positionen mit einer Ephemeride verglichen. Im Anhang sind, teils farbige, Bilder über die Erscheinungsform des Kometen gegeben.

F. W.Bessel hat den Kometen in der Zeit vom 25. August 1835 bis zum 23. März 1836 am großen Heliometer ($15,8cm/f = 2,6m$) in Königsberg beobachtet. Dieses Instrument war vermutlich das genaueste der damaligen Zeit. *Bessel* hat seine Beobachtungen zu 38 Positionswerten zusammengefaßt. Alle einzelnen Meßwerte und sonstigen Angaben, etwa über die physikalische Erscheinungsform, sind veröffentlicht[87] und das Instrument sowie seine Konstanten ist sehr genau bekannt und dokumentiert[88]. Alle Messungen sind in sehr ähnlicher Weise erfolgt und daher verhältnismäßig homogen. Nach dem Ausschluß der letzten Beobachtung beträgt der mittlere Fehler 2"5. Die Anschlußsterne wurden in Königsberg am Meridiankreis beobachtet; in vielen Fällen außerdem auch in Dorpat[89], in diesem Fällen war die Differenz sehr klein und wurde der Mittelwert gebildet.

Die beispielhafte Dokumentierung der Einzelmessungen von *Bessel* und *Struve* erlaubt eine genaue Neureduktion ihrer Beobachtungen[90].

Die Originalbeobachtungen - im Falle von *Bessel* nach der Reduktion von *H. Westphalen*[91] - zeigten auch nach der Bahnverbesserung einen deutlichen systematischen Fehler von etwa 1" in Rektaszension, der sich augenscheinlich nicht durch einen light shift oder einen Fehler in der Erdephemeride erklären läßt[92]. Mit großer Wahrscheinlichkeit handelt es sich um den Systemfehler der damaligen Beobachtungen. Diese waren auf das *Besselsche Fundamentalsystem*[93] bezogen, welches für Sterne der verwendeten Helligkeit um etwa 0"8 gegenüber dem heute gebräuchlichen Äquinoktium abweicht (s. §2.5.3).

Von den 37 Anschlußsternen, die *Bessel* verwendete, finden sich alle im SAO-, 32 im AGK_3- und 3 im $Perth_{70}$-Katalog. Von den 41 Sternen von *Struve* finden sich 25 Sterne im SAO- und 33 im AGK_3-Katalog. Bedauerlicherweise differierten die für 1835-6 rückgerechneten Positionen in den meisten Fällen um mehr als

---

85 Beobachtungen des Halley'schen Cometen bei seinem Erscheinen im Jahre 1835 auf der Dorpater Sternwarte Angestellt von *F.G. W.Struve.* St.Petersburg 1839

86 deren Zusammenhang siehe Fußnote auf der nächsten Seite

87 Astronom. Beob. ... Königsberg **21**(1844),81-95; die physikalischen Beobachtungen in Astron.Nachr. **13**(1836),65,185 [mit Abbildungen]

88 siehe etwa *F. W.Bessel*, Astron.Nachr. **8**(1831),397; *W. Valentiner*, Handwörterbuch der Astronomie. Breslau. **2**(1898),9ff

89 ein Teil der Anschlußsterne waren bei *Struve* und *Bessel* identisch

90 siehe dazu *W. Valentiner, ibid.* **2**(1898),24,**3** Teil 1(1899),68ff

91 Astron.Nachr. **24**(1847),333f.,365f.

92 Der Fehler blieb über die gesamte Erscheinung ähnlich und wechselte insbesondere nicht das Vorzeichen während der Erdannäherung bis auf $0,19\,AE$ am 13.Oktober 1835. Eine Bahnverbesserung unter Hinzunahme der Korrektur des Äquinoktiums für 1835 ergab $E = -0"9$ (die Perihelzeit ist dabei ausreichend durch die Deklinationen bestimmt)

93 Sternörter im Berliner Astronomischen Jahrbuch der damaligen Zeit

1". Außerdem gaben sie nicht die systematische Korrektur wieder, und der mittlere Restfehler wurde nicht wesentlich verringert. Weniger zur Empfehlung einer Verwendung als zur Verdeutlichung sind in Tab. 4.2 und 4.3 die Korrekturen der mit SAO-Örtern neureduzierten Beobachtungen zu den Originalwerten angegeben. Die Korrekturen der Vergleiche dagegen waren in den meisten Fällen unter 0"2.

Demnach liefern die heute gebräuchlichen Sternkataloge die Positionen dieser Anschlußsterne nicht so genau wie die speziellen Bemühungen der damaligen Beobachter. Alles sprach daher dafür, nur die genauer bekannten systematischen Korrekturen auf das heutzutage verwendete System an die damaligen Beobachtungen anzubringen. Da außerdem die Korrekturen der Vergleiche nur sehr gering, also auch in dieser Hinsicht die damaligen Ergebnisse nicht revisionsbedürftig waren, wurde letztlich so verfahren, daß die Normalorte von *Westphalen*[94] verwendet und daran die systematischen Korrekturen $GC - (Kon\ 20/25 + Dpt\ 30)/2$ [95] und $(FK_4 - GC)_{1836}$ [96] angebracht wurden. Dabei wurden die $\triangle\alpha_m$ für die mittlere Helligkeit der beitragenden Anschlußsterne verwendet[97]. Die Korrekturen lagen im Bereich $-0^s024... - 0^s084$ in Rektaszension und $-0"43... + 0"07$ in Deklination. Bei einem der 27 aus Beobachtungen von *Bessel* und *Struve* gebildeten Normalorte fehlt die Deklination, bei dem ersten wurde sie ausgeschlossen, die restlichen Messungen erhielten das Gewicht 1 in beiden Koordinaten[98].

J.Lamont in Bogenhausen beobachtete den Kometen vom 13. Januar bis zum 17. Mai 1836 mit dem großen Refraktor ($28cm/f : 18$). Die Messungen wurden ebenfalls sehr ausführlich veröffentlicht[99]. Die Beobachtungen sind sehr unterschiedlich in Durchführung und Qualität. In der Regel wurden Positionswinkel und Distanz zwischen Stern und Komet, mitunter auch die Durchgangszeit und Deklinationsdifferenz oder eine andere Kombination dieser Größen gemessen. Allerdings sind die sonstigen Angaben unzulänglich. Nur für wenige Abende hat *Lamont* die verwendeten Anschlußsterne angegeben. Außerdem fehlte die Angabe, welches Mikrometer verwendet wurde.

An mehreren Abenden war die Zu- oder Abnahme von Positionswinkel und Distanz während der Beobachtungsdauer erheblich. Ist die Eigenbewegung des Kometen bekannt, so folgt, beispielsweise aus dem Positionswinkel und seiner zeitlichen Veränderung, oder aus einer dieser Größen und der relativen zeitlichen Änderung der Distanz, eindeutig der Ort des Sternes und zusammen mit den Distanzen der Schraubenwert[100].

Ausgehend von diesem Grundgedanke wurde die Reduktion der Beobachtungen in umgekehrter Weise als üblich durchgeführt. Aus der Ephemeride des Kometen und vorläufigen Werten für die Position des Anschlußsternes und sonstigen Unbekannten wie dem Schraubenwert, der Koinzidenz beider Fäden und der Neigung des Teilkreises, wurden unter genauer Berücksichtigung von Präzession, Nutation, Aberration und Refraktion die theoretischen Werte der Beobachtungsgrößen berechnet, ebenso ihre Ableitung nach den angenommenen Werten für die Unbekannten[101]. Daraus wurden diese ermittelt und das Verfahren iterativ wiederholt. Die reduzierte Vergleichung folgt anschließend aus der Differenz von Ephemeridenort zur gewünschten Zeit zum berechneten Sternort, die reduzierte Position selbst ist der Ephemeridenort korrigiert um die Differenz des tatsächlichen zum wie beschrieben berechneten Sternort. Dieses Verfahren ist auch wegen seiner Durchsichtigkeit den üblichen Reduktionsverfahren vorzuziehen.

---

94 *ibid.* 373

95 *B.Boss*, General Catalogue of 33342 Stars for the Epoch 1950. Washington 1937, **1**,175f.

96 *P.Brosche,H.Nowacki,W.Strobel*, Verö.Astr.Rechen-Inst. Heidelberg **15**(1964),24f

97 bei den mikrometrisch an hellere angeschlossenen Sternen waren Letztere maßgeblich

98 dabei und auch weiterhin ist der mittlere Fehler einer Gewichtseinheit 1"

99 *J.Lamont*, Observ.Astron. in Specula Regia Monachiensi Inst. **11**(1843),1; zum verwendeten Mikrometer *ibid.* **32**,289

100 Aus den für eine erste Näherung ausreichend genauen Beziehungen $\triangle_{K-*}\,\alpha\cos\delta \approx \psi\sin\theta$, $\triangle_{K-*}\,\delta \approx \psi\cos\theta$ (ψ, θ Distanz und Positionswinkel) folgen diese Beziehungen sofort durch zeitliches Differenzieren und einfaches Umformen, etwa $\mu = \psi'\triangle_{K-*}\,\alpha\cos\delta + \dot{\theta}\triangle_{K-*}\,\delta$, $\mu' = \psi'\triangle_{K-*}\,\delta - \dot{\theta}\triangle_{K-*}\,\alpha\cos\delta$ bei Verwendung der zeitlichen Variation des Positionswinkels $\dot{\theta}$, der relativen zeitlichen Änderung der Distanz $\psi' = \dot{\psi}/\psi$ und der Eigenbewegung μ, μ' in $\alpha\cos\delta$ und δ

101 Dabei wurden auch die Glieder 2.Grades in den Tangentialkoordinaten berücksichtigt, also etwa unterschieden, ob bei der Messung der Komet oder der Stern in der Mitte war

Tabelle 4.4 *Neu reduzierte Beobachtungen von Encke*

t		(UT)	α			m.F.	n	δ			m.F.	n	*
1835	10	3,928245	7	7	12ˢ089	±0ˢ47	3	+42	57	15"24	±5"1	3	A,S
1835	10	4,967093	7	17	45,397	0,42	3	+45	16	30,00	4,3	3	G,S
1835	10	11,910467	12	40	01,139	0,10	6	+61	22	53,88	0,7	6	G,S
1835	10	14,775193	15	33	17,946		1	+39	51	31,81		1	G,S
1835	10	14,849573	15	35	41,354	0,25	2	+39	13	00,54		1	G,S
1835	10	15,791542	16	00	42,847	0,36	2	+31	33	23,32	4,6	2	G=S
1835	10	20,756504	16	57	20,383		1	(+7	0	39)			A,S
1835	10	22,776385	17	06	33,310		1	+2	1	56,42		1	A,S
1835	10	24,726214	17	12	31,777	0,26	2	−1	27	21,83	5,5	2	G,S
1835	10	26,750843	17	16	45,496	0,16	5	−4	11	32,96	2,4	5	S
1835	10	30,728882	17	21	19,759	0,03	5	−7	59	24,60	0,4	5	G=S
1835	11	2,713051	17	22	35,253	0,04	5	−10	01	07,00	0,7	5	G=S
1835	11	3,725043	17	22	41,764	0,10	5	−10	36	10,98	1,5	5	G=S
1835	11	6,720394	17	22	16,978	0,20	2	−12	06	43,13	2,9	2	G=S

Positionen bezogen auf das FK_4-System zur Epoche B1950, topozentrisch. *n*: Anzahl der Einzelbeobachtungen. *: verwendete Position für den Anschlußstern. A: AGK_3 , S: SAO , G: GC. Sind zwei Kataloge angegeben, wurden Position und Eigenbewegung entsprechend den beiden Positionen zur Originalepoche, jedoch zuvor auf das FK_4-System reduziert, verwendet.

Tabelle 4.5 *Neu reduzierte Beobachtungen von Nicolai*

t		(UT)	α			δ		
1835	8	29,06844	5	54	45,846	+24	27	5,92
1835	8	29,06844	5	54	45,444	+24	27	7,79
1835	8	29,11275	5	54	48,094	+24	27	29,95
1835	8	29,11275	5	54	48,494	+24	27	24,78
1835	8	31,02519	5	56	28,270	+24	42	49,82
1835	9	1,02310	5	57	22,325	+24	51	18,17
1835	9	2,02875	5	58	15,939	+25	0	27,14
1835	9	3,02623	5	59	11,176	+25	9	50,26
1835	9	5,08693	6	1	6,677	+25	30	33,16
1835	9	18,99953	6	16	50,757	+29	10	35,90
1835	9	19,98049	6	18	20,183	+29	35	13,64
1835	9	22,03427	6	21	44,822	+30	33	13,82
1835	9	22,98924	6	23	29,698	+31	4	9,32
1835	9	24,97501	6	27	39,797	+32	17	18,20
1835	9	29,97210	6	43	0,975	+36	45	18,26
1835	9	29,97210	6	43	0,996	+36	45	22,22
1835	10	5,94871	7	30	52,365	+47	49	58,46
1835	10	7,97064	8	15	01,350	+54	23	05,60
1835	10	11,90641	12	39	38,155	+61	23	42,94
1835	10	15,76587	16	0	8,173	+31	45	3,19
1835	10	16,78085	16	19	18,577	+24	36	47,15
1835	10	17,80424	16	33	15,875	+18	40	23,23
1835	10	27,75627	17	6	28,740	+2	4	18,32
1835	10	25,73303	17	14	50,055	−2	54	37,20
1835	10	27,72856	17	18	15,782	−5	17	8,80
1835	11	7,72567	17	21	54,481	−12	33	25,25
1835	11	15,70791	17	16	3,757	−15	26	23,85
1836	1	17,23744	16	5	17,809	−27	51	51,22

Positionen bezogen auf das FK_4-System zur Epoche B1950, topozentrisch.

Die Anschlußsterne konnten so alle zweifelsfrei ermittelt werden. Etwa die Hälfte war jedoch schwächer als 11. Größe[102], sodaß die Position nur für eine Epoche gefunden werden konnte. Diese Sternörter wurden auf das FK_4-System reduziert. In einigen Fällen wurde der Stern noch aus neueren Aufnahmen ausgemessen, um die Eigenbewegung zu erhalten. Zu erheblichem Teil wurden die Positionswinkel um 180° falsch angegeben, was zweifelsfrei aus der bekannten Eigenbewegung sowie der Änderung von Positionswinkel und Distanz während der Beobachtungsdauer hervorging[103]. Außerdem wurden noch einige andere offensichtliche Fehler entdeckt.

Die Messungen wurden zu 22 Positionen zusammengefaßt. Nach Ausscheiden von je einer Rektaszension und Deklination verblieb in den restlichen Beobachtungen ein mittlerer Fehler von 4"4, der sich bei genauerer Kenntnis der Anschlußsternörter noch verringern dürfte. Qualitativ liegen damit die Beobachtungen nur geringfügig hinter denjenigen von *Bessel* und *Struve*. Ihr besonderer Wert liegt darin, daß sie den Zeitraum brauchbarer Beobachtungen um ein halbes Jahr ausdehnen. Für die vorliegenden Berechnungen wurden sie zu 4 Normalorten mit einem Gewicht von insgesamt etwa 2 in beiden Koordinaten zusammengefaßt.

Wegen dem Fehlen der Anschlußsterne, den teils entgegengesetzten Positionswinkeln und anderen Versehen, die wohl den Grund dafür darstellen, daß diese Beobachtungen bis heute nicht reduziert und verwendet wurden, war es geboten, die Reduktion dieser Beobachtungen ausführlich zu veröffentlichen[104]. Es soll davon abgesehen werden, die Werte hier nochmals zu wiederholen.

J.Encke in Berlin beobachtete den Kometen im Zeitraum 1835 September 17 bis 1836 März 19 [105], und faßte seine Beobachtungen zu 31 Positionen zusammen. Mit einer Ausnahme sind alle Anschlußsterne entweder im SAO- oder AGK_3-Katalog enthalten. Die Beobachtungen sind jedoch sehr unterschiedlich hinsichtlich Durchführung und Qualität. Es wurden verschiedene Instrumente verwendet, teils nur ein Kreismikrometer. Lediglich bei den Beobachtungen, die am großen Refraktor durchgeführt wurden (im Zeitraum vom 3. Oktober bis 6. November 1835), ist eine Neureduktion lohnend. Sie ist auch möglich, da diese Beobachtungen ebenso ausführlich dokumentiert sind wie jene der vorgenannten Beobachter.

Die Reduktionsrechnungen wurden in derselben Weise durchgeführt wie bei den Beobachtungen von *Lamont*. Wenn der Anschlußstern in zwei Katalogen vorhenden war, wurde der Ort für 1835-6 aus der Kombination beider Positionen zur Originalepoche gebildet. Die Ergebnisse der Neureduktion sind zur weiteren Verwendung in Tab. 4.4 angegeben. Für die Berechnungen wurden diese Beobachtungen zu zwei Normalorten mit jeweils Gewicht 1 zusammengefaßt.

F.B.G.Nicolai in Mannheim beobachtete den Kometen vom 29. August 1835 bis zum 17. Januar 1836[106]. Bei allen Beobachtungen wurden die Anschlußsterne angegeben, jedoch nicht die einzelnen Messungen, sondern allenfalls die bereits reduzierten Vergleiche, sodaß eine Neureduktion nur noch sehr bedingt möglich ist. Außerdem sind die Beobachtungen nur mit einem Kreismikrometer durchgeführt worden.

Soweit möglich, wurden die Sternörter aus denen zweier Sternkataloge zu ihren Originalepochen gebildet. Auch nach der Neureduktion wiesen 15 der 28 Beobachtungen eine Abweichung von über 8" zur Bahnrechnung auf. Die Positionen sind in Tab. 4.5 angegeben.

Alle anderen Beobachtungen waren bereits offensichtlichermaßen von wesentlich schlechterer Qualität, leider insbesondere die umfangreichen Beobachtungsreihen vom Südhimmel. *T.Maclear* am Kap der Guten Hoffnung[107] machte 69 mikrometrische Beobachtungen vom 28. Oktober 1835 bis zum 2. März 1836, die jedoch eine Streuung von über 1^s aufwiesen, weitere 35 am Meridiankreis erhaltene Rektaszensionen und 40 am Mauerquadranten erhaltene Deklinationen können mangels in der selben Nacht beobachteter Uhr- und Vergleichsterne nicht neu reduziert werden. *J.F.W.Herrschel*[108] beobachtete ebenda 71 Rektaszensionen und 63 Deklinationen im Zeitraum 25. Januar bis 5. Mai 1836, jedoch sind die individuellen Messungen

---

102 *Lamont* hatte beabsichtigt, die Positionen der schwachen Anschlußsterne nachträglich zu beobachten, konnte sie dann aber wohl nicht mehr zweifelsfrei finden, Astron.Nachr. **14**,58,**24**,340. Zum Glück hat er sich dennoch später entschlossen, die Meßwerte zu veröffentlichen

103 und auch durch das Fehlen eines Sternes bei der sonst anzunehmenden Position bestätigt wurde

104 Astron.Nachr. **306**(1985),251

105 Math. Abhandl. d. Königl. Akad. d.Wiss. **1836**,103

106 Astron.Nachr. **13**(1835),3,89,151,309

107 Mem. Royal Astron. Society **10**,91

108 *ibid.* **10**,325

nicht und die Zeiten nur auf die Minute gegeben, sodaß auch diese Positionen weder genau neureduzierbar noch brauchbar sind[109]. Eine weitere umfangreiche Beobachtungsserie über den Zeitraum 1835 August 21 bis 1836 April 8 und zusammengefaßt zu 21 Positionen, wurde von *C.L. v.Littrow* in Wien angestellt[110]. Die Einzelmessungen zeigen auch hier eine Streuung von über 1^s. Auch die meisten anderen Beobachtungen wurden mit Kreismikrometern erhalten, die in der Regel schlechte Positionen ergeben.

Die Beobachter beschrieben die Aktivität des Kometen und waren oftmals der Meinung, daß die hellste Stelle deutlich von der Mitte oder zumindest vom Zentrum der Ausströmungserscheinungen abweicht, und sich diese Verhältnisse von Tag zu Tag änderten; *Struve* gab mitunter die Positionsdifferenzen an. Wie auch *Westphalen* bemerkt[111], waren die täglichen Restfehler der guten Beobachter nach der Bahnverbesserung ähnlich und signifikant weit größer als die Beobachtungsgenauigkeit, wofür als Ursache die Differenz der hellsten Stelle zum tatsächlichen Kern angesehen wurde.

Dennoch war es nicht möglich, einen über längere Zeit systematischen light shift zu finden. Es wurden viele Lösungen einerseits mit den vollständigen Beobachtungen, andererseits nur mit den Elongationen durchgeführt. Im letzteren Fall waren die Restfehler meist positiv, und der Unterschied in den Ergebnissen gegenüber der Verwendung der vollständigen Beobachtungen nur gering[112]. Für die vorliegenden Rechnungen wurden daher die Normalorte für 1835-6 vollständig verwendet. Sie reichen bis $1,9\,AE$ vor und bis $3,0\,AE$ nach dem Perihelium.

Aus der Zeit 1909 bis 1911 liegen über 5000 Beobachtungen vor[113]. Davon wurden etwa 2800 Beobachtungen auf das System des GC reduziert und zu 33 Normalorten zusammengefaßt[114]. Diese wurden auf das FK_4-System reduziert und zunächst verwendet[115]. Später wurde mit der Neureduktion der Einzelbeobachtungen begonnen, diese aber nicht fortgeführt, nachdem von *ESOC* erfahren wurde, daß dies von dort bereits in Auftrag gegeben wurde (siehe §4.1). Die Ergebnisse wurden von dort mitgeteilt und verwendet. Überwiegend handelte es sich um mikrometrische Beobachtungen, bei denen die Einzelmessungen nicht überliefert sind, teilweise auch um photographische Aufnahmen, bei denen die Anschlußsterne mit angegeben wurden. Außerdem wurde eine größere Zahl an Aufnahmen neu ausgemessen. Die Streuung der Beobachtungen war sehr groß, zeitweilig über 10"; systematische Fehler sind jedoch nicht, ein light shift ist nur andeutungsweise zu erkennen[116]. Die neu ausgemessenen Aufnahmen bekamen in der Regel das Gewicht $0,4$, die sonstigen $0,2$ oder $0,1$, ein großer Teil wurde nicht verwendet. Bei $r > 2\,AE$ wurden die Beobachtungen vollständig, ansonsten wurden die Elongationen nur nahe Oppositionen oder Konjunktionen und auch dann nur mit maximalem Gewicht von $0,2$ verwendet. Bei $r > 3\,AE$ schließlich wurde nur der zur Variationslinie nach der Perihelzeit senkrechte Anteil der Beobachtungen verwendet (siehe §2.8.2), damit sich die erhebliche Streuung der äußeren Beobachtungen von über 3" nicht auf die Bestimmung der nichtgravitativen Parameter dieses Bahnbereiches auswirkt.

Insgesamt gesehen ist die Qualität der Beobachtungen von 1909-11 erheblich schlechter als die der heutigen Beobachtungen, was den Vorteil gegenüber anderen periodischen Kometen etwas vermindert. Die Beobachtungen reichen von $3,6\,AE$ vor bis $5,4\,AE$ nach dem Perihel.

In der gegenwärtigen Erscheinung wurden bisher über 8000 Beobachtungen von etwa 130 Sternwarten bekanntgegeben[117,118]. Die meisten davon erfolgten in der Zeit von Ende Juli 1985 bis Ende Juli 1986, als

---

109 man könnte allenfalls den Anteil der Positionen senkrecht zur scheinbaren Bewegungsrichtung verwenden

110 Wiener Annalen (Neue Folge) **13**,1

111 Astron.Nachr. **24**(1846),370

112 ESA SP **250**(1986) Vol.3,293

113 einen Überblick darüber gibt *P.Zadunaisky*, Astron.Journ. **71**(1966),21

114 *J.Bobone, ibid.*, 23

115 Die von *Zadunaisky, ibid.* beschriebenen Inkonsistenzen zwischen den Beobachtungen vor und nach dem Perihel traten bei den vorliegenden Berechnungen nicht auf und dürften auf die verwendeten Planetenephemeriden zurückzuführen sein

116 ESA SP **250**(1986) Vol.3,293

117 Sie sind bis auf wenige Ausnahmen fortlaufend in den MPC's veröffentlicht worden

118 Der Verfasser hat den Kometen im März 1985 in Budweiß (zusammen mit *A.Mrkos* und *Z.Vávrová*) sowie im Zeitraum Oktober 1985 bis Januar 1986 in Mainz (zusammen mit *R.Riemann*) und in Göttingen beobachtet. Von den über fünfhundert Aufnahmen aus Mainz und Göttingen ist bisher jedoch erst ein kleiner Anteil endgültig ausgewertet worden (MPC **9602**,**10069-70**,**10226**,**10469**,**10470**(1985-6), IAU-Circ. **4125**(1985); ein Bericht über die Beobachtungen in Mainz siehe Mainzer Allg.Zeitung 4./5.1.1986,9. Weitere Aufnahmen wurden mit einer geringen Anzahl

Tabelle 4.6 *Position des Halleyschen Kometen gemäß Beobachtungen der Raumsonden Vega 1/2*

Nr.	x	$\pm$	y	$\pm$	z	$\pm$
1	-80526381,68	32,89	-97904502,10	34,18	-46387199,25	52,00
2	-80526292,47	27,06	-97904467,01	26,60	-46387240,40	46,00
3	-80526370		-97904501		-46387208	

Nr.	$\dot{x}$	$\dot{y}$	$\dot{z}$	A_1	A_2
1	-42,25375341	4,39323253	-10,59103119	(0,0835)	(0,0155)
2	-42,25359633	4,39321171	-10,59109318	(0,0835)	(0,0155)
3	-42,253719	4,393212	-10,591065	0,09787	0,015532

Angegeben sind die heliozentrischen Initialwerte [in km und km/s] des Halleyschen Kometen bezogen auf das System DE118. Die ersten Werte wurden von *ESOC* aus Beobachtungen von *Vega 1* berechnet, die zweiten ebenfalls von *ESOC* aus Beobachtungen von *Vega 1* und *Vega 2*. In beiden Fällen wurden für A_1 und A_2 die aus den vorangegangenen Bahnrechnungen mit erdgebundenen Beobachtungen erhaltenen Werte angenommen. Die dritten Werte wurden bei *Interkosmos* aus den Beobachtungen von *Vega 1* und *Vega 2* sowie den erdgebundenen Beobachtungen seit 1835 erhalten.

der Komet heller als 14.Größe und damit auch kleineren Instrumenten zugänglich war. In diesem Bereich war die Güte der einzelnen Beobachter sehr unterschiedlich. Den Restfehlern nach zu schließen waren die Fehlerursachen sehr verschieden. Ab Mitte Oktober 1985 traten systematische Fehler etwa längs des Radiusvektors auf, die auf einen light shift hindeuteten. Bei den Beobachtern mit geringer Streuung der Restfehler war auch zunächst kein systematischer Fehler vorhanden, ab Anfang 1986 jedoch ebenfalls. Bei dem von Januar bis Mai 1986 in den meisten Beobachtungen auftretenden light shift von einigen " (siehe Abb. 2.5) war innerhalb kleiner Zeiträume eine deutliche Beobachterabhängigkeit zu sehen, jedoch wechselte auch der beobachterunabhängige Anteil manchmal von Nacht zu Nacht erheblich.

Im Laufe der Rechnungen wurde die Wichtung erheblich variiert. In Hinblick auf das sehr beobachterabhängige Bild der Restfehler erfolgte sie letztendlich je nach Beobachter, von einzelnen schlechten Beobachtungen abgesehen. Dabei wurde eine strenge Auswahl getroffen. Bei einem großen Teil der Beobachter lag die Streuung der Beobachtungen bei über 1", diese wurden nicht berücksichtigt, ebenso Beobachter mit weniger als 5 Beobachtungen, da sich dort die Güte nicht beurteilen läßt. Die anderen Beobachter erhielten Gewichte von $0,4$, 1, 2, 4 oder 6 (siehe dazu die Erläuterung zu Tab. 4.7)[119].

In Anbetracht der in §4.4 erläuterten Ergebnisse wurde bei allen ab Mai 1986 durchgeführten Rechnungen der light shift ausnahmslos über das in §2.7 beschriebene Verfahren eliminiert. Dazu wurden bei $r < 2,15\,AE$ nur die Positionswinkel zur Sonne verwendet, dies betraf den Zeitraum vom 15.10.1985 bis zum 7.6.1986. Lediglich nahe den Oppositionen, in der Zeit vom 15. bis 23.11.1985 und vom 18. bis 20.4.1986, wurden einige Elongationen mit maximalem Gewicht $0,4$ verwendet.

Die Qualität der Beobachtungen außerhalb des genannten Zeitraumes war ebenfalls sehr unterschiedlich. Die Beobachtungen von Majdanak, Cambridge/Mass. und Calar Alto erhielten wie auch sonst das Gewicht 4, die von Kitt Peak das Gewicht 2. Die übrigen Beobachtungen erhielten bei Restfehlern in der betreffenden Koordinate bis etwa 2" Gewicht 1, bis etwa 3" Gewicht 0,4, darüber blieben sie unberücksichtigt. Wenn der Fehler in der jeweils anderen Koordinate über 3" betrug, wurde um eine Stufe abgewichtet, wenn er in einer Koordinate über 5" betrug, blieb die gesamte Beobachtung unberücksichtigt, um den Einfluß korrelierender Fehler und Verwechslungen des schwachen Kometen mit Plattenkorn möglichst auszuschließen[120].

an Anschlußsternen vorläufig ausgewertet. Bei den vorliegenden Rechnungen sind insgesamt 8 Positionen aus Mainz und 18 aus Göttingen mit einem mittleren Fehler von 0"7 verwendet worden.

119 Die beste Beobachtungsreihe stammt aus Tautenburg, *F.Börngen*, Astron. Nachr. **307**(1986),257 (25 Beobachtungen, mittlerer Fehler 0"4)

120 Dieses Verfahren hat sich bei der Berechnung kleiner Planeten gut bewährt

Bei den in §4.5 angegebenen Ergebnissen wurden noch Beobachtungen bis zum 14. Februar 1988 verwendet, zu dieser Zeit befand sich der Komet in einer Entfernung von knapp $r = 8,0\,AE$. Die Entdeckung erfolgte bei $11,0\,AE$ heliozentrischer Entfernung.

Nach dem Vorbeiflug der *Vega*-Sonden am Kometen wurden auch die damit erhaltenen Positionen des Kometen für die Bahnberechnungen mitverwendet. Von den Weltraumbehörden wurden nicht die Einzelbeobachtungen, sondern nur die daraus berechneten Initialwerte des Kometen am 14. März 1986 bekannt gegeben (siehe Tab. 4.6). Die daraus rekonstruierten Positionswerte des Kometen für 1986 März 6,25 und 9,25 (Zeit des Vorbeifluges) stimmten auf wenige km genau untereinander überein. Definitiv verwendet wurden die aus Nr.2 in Tab. 4.6 berechneten Werte. Die mittleren Fehler wurden in x und y zu $10\,km$, in z zu $20\,km$ angenommen.

4.4 Der light shift

Ab etwa Oktober 1985 traten systematische Restfehler auf, die auf einen light shift hindeuteten, da sie zu erheblichem Anteil kurzzeitig und beobachterabhängig waren. In der nachfolgenden Zeit wurde eine große Zahl an Rechnungen durchgeführt, um den Einfluß des light shifts und der nichtgravitativen Kräfte sowie verschiedener Annahmen und das Zusammenwirken beider Effekte sowie sonstiger fraglicher Sachverhalte auf die Bahnbestimmungen zu erklären. Insbesondere wurde der light shift einerseits nach dem in §2.7 angegebenen Verfahren, andererseits durch den Ansatz einer Funktion der heliozentrischen Distanz - meist wurde $s(r) = g(r)$ (Stil 2) nach Gl. 1.4 verwendet - zu berücksichtigen versucht.

Bei der vorliegenden Untersuchung der nichtgravitativen Kräfte geht es hauptsächlich darum, den light shift auf die als bestmöglichst erscheinende Weise zu eliminieren. Daher soll sich hier auf die Erörterung der letzten Ergebnisse beschränkt werden; diese wurden kurz vor dem Vorbeiflug der Raumsonden erhalten[121].

Diese Ergebnisse sind in Tab. 4.7 zusammengestellt.

Sie erlauben folgende Schlüsse:

a) Die Änderung bei Verwendung von DE119 statt CPT-81 beträgt in x und y $+200\,km$ und $-170\,km$ bei Verwendung von Rektaszension und Deklination (1"/2") bzw. $+100\,km$ und $-140\,km$ bei Verwendung von Positionswinkel und Elongation (3"/4"), wobei die Ergebnisse mit CPT-81 besser waren. Da die Differenz im Erdort nur wenige km beträgt, liegt dies hauptsächlich an den unterschiedlichen Planetenmassen.

b) Die Abhängigkeit vom Modell für die nichtgravitativen Kräfte (3"/11"/..15",5'/..10',5/7/..10) war unabhängig von dem verwendeten Beobachtungsmaterial erheblich. Daraus folgt, daß die Kenntnis der tatsächlichen Position durch die *Vega*-Beobachtungen einen wichtigen Beitrag für die Entscheidung liefert. Die Lösungen 7-10 sollten überprüfen, inwieweit die systematischen Abweichungen in Elongation durch unterschiedliche nichtgravitative Kräfte darstellbar wären; dies war kaum der Fall.

c) Um den Einfluß des nichtgravitativen Kräfteverlaufes auf die vorausberechnete Position und auf die Darstellung des light shiftes soweit wie möglich auszuschalten, wurden als Lösungsvorschlag 9",10", 4'-11' die Beobachtungen weiter als 2 Monate von den Periheldurchgängen 1835,1910 und 1986 entfernt nicht verwendet, da während 60 Tagen auch Fehler der Größenordnung der Kräfte selbst nur etwa 200 km systematischen Effekt erzeugen können, der bei Ausschluß der weit entfernten Beobachtungen größtenteils durch die Bahnverbesserung angepaßt wird. Die mittleren Fehler stiegen dabei mehr an, als es der zu erwartenden Verringerung des systematischen Fehlers entspricht, sodaß dies nicht weiterverfolgt wurde.

d) Setzt man den light shift als eine Funktion des heliozentrischen Abstandes an und löst nach den darin vorkommenden Parametern auf, wird er nur unzulänglich eliminiert. Der Ort des Kometen ändert sich um $800\,km$ (3/1), der Fehler zum tatsächlichen Ort war über $500\,km$. Es verblieben noch deutliche Restfehler in Elongation. Sie können prinzipiell schon deshalb nicht auf diese Weise eliminiert werden, weil sie beobachterabhängig sind, d.h. nicht bestimmt ist, welche Größe der light shift zu einer bestimmten Zeit hat. Im Gegensatz zu der Situation bis Ende 1985 war es später auch nicht länger möglich, diejenigen der Beobachtungen mit den geringsten Restfehlern[122] zu verwenden (siehe auch Bahn 5 und *e)*), weil auch bei ihnen Diskrepanzen zu der vorangegangenen Bewegung auftraten, die auf einen systematischen Fehler hindeuten.

---

[121] Diese Ergebnisse mögen auch Hinweise für Vorausberechnungen anderer Kometen, etwa für Sondenprojekte, geben

[122] also vermutlich der geringsten Belichtungszeit

Tabelle 4.7 *Die Abhängigkeit der Elemente und Ephemeridenrechnung von light shift und nichtgravitativen Kräften*

Nr.	T(TDB)	±	q	e	ω	Ω	i	-x	±	-y	±	-z	±	α	±	δ	±
1"	1986 Feb 9,45870	1	0,58710192	0,96727444	111,84636	58,14342	162,23937	80527238	49	97904311	37	46387359	9	20 0 29"724	3	-22 1 22,66	4
2"	9,45870	1	0,58710157	0,96727525	111,84644	58,14343	162,23937	7434	49	4139	37	7375	9	,715	3	,81	4
3"	9,45885	4	0,58710155	0,96727431	111,84648	58,14355	162,23936	6712	139	4283	55	7306	35	,772	11	,46	9
4"	9,45888	4	0,58710113	0,96727493	111,84656	58,14357	162,23935	6810	142	4120	55	7316	36	,771	11	,58	9
5"	9,45886	6	0,58710155	0,96727435	111,84648	58,14355	162,23936	6682	189	4280	54	7298	48	,775	15	,44	12
6"	9,45874	1	0,58710245	0,96727436	111,84633	58,14342	162,23937	6958	69	4477	49	7324	11	,740	6	,46	6
7"	9,45885	4	0,58710147	0,96727428	111,84648	58,14355	162,23936	6748	164	4260	77	7310	36	,770	15	,49	12
8"	9,45885	4	0,58710156	0,96727433	111,84648	58,14355	162,23936	6712	139	4285	55	7307	34	,772	11	,46	9
9"	9,45869	7	0,58709973	0,96727326	111,84634	58,14385	162,23943	6784	177	4456	141	7585	51	,757	13	,77	12
10"	9,45858	7	0,58710044	0,96726851	111,84619	58,14410	162,23939	6184	243	5062	211	7814	75	,779	14	,63	13
11"	9,45884	4	0,58710289	0,96727307	111,84631	58,14355	162,23936	6193	138	4797	55	7289	35	,792	10	,06	9
12"	9,45884	4	0,58710208	0,96727424	111,84639	58,14355	162,23936	6528	139	4520	55	7314	35	,776	11	,31	9
13"	9,45884	4	0,58710168	0,96727492	111,84644	58,14355	162,23936	6693	140	4381	55	7326	35	,769	11	,44	9
14"	9,45884	4	0,58710330	0,96727210	111,84625	58,14355	162,23937	5997	137	4955	55	7273	34	,801	11	-,09	9
15"	9,45884	4	0,58710211	0,96727422	111,84639	58,14355	162,23936	6520	139	4530	55	7314	35	,777	11	,30	9
1'	9,45873	1	0,58710190	0,96727523	111,84642	58,14343	162,23938	7220	48	4265	38	7347	9	,727	2	,66	4
2'	9,45873	1	0,58710231	0,96727442	111,84635	58,14342	162,23938	7035	50	4429	38	7332	9	,736	3	,51	4
3'	9,45895	3	0,58710171	0,96727456	111,84651	58,14355	162,23935	6377	112	4308	55	7224	28	,801	9	,25	7
4'	9,45887	6	0,58710031	0,96727375	111,84645	58,14383	162,23941	6237	142	4460	142	7424	42	,805	10	,41	10
5'	9,45887	8	0,58709992	0,96727418	111,84644	58,14383	162,23939	6328	203	4395	148	7438	63	,801	17	,48	13
6'	9,45875	8	0,58710113	0,96727206	111,84617	58,14384	162,23941	5976	201	5008	149	7498	63	,800	17	,18	13
7'	9,45883	8	0,58710047	0,96727399	111,84634	58,14383	162,23940	6184	202	4647	148	7461	64	,800	17	,35	13
8'	9,45887	8	0,58710014	0,96727502	111,84644	58,14383	162,23939	6286	202	4461	148	7441	64	,801	17	,44	13
9'	9,45871	8	0,58710146	0,96727063	111,84606	58,14385	162,23941	5849	201	5213	149	7516	62	,801	17	,07	13
10'	9,45883	8	0,58710050	0,96727393	111,84634	58,14383	162,23940	6177	202	4662	149	7463	64	,800	17	,35	13
11'	9,45874	9	0,58710060	0,96726948	111,84629	58,14408	162,23935	5798	254	4988	219	7677	50	,817	18	,38	14
1	9,45876	1	0,58710283	0,96727437	111,84632	58,14343	162,23938	6781	47	4584	37	7301	9	,750	2	,33	4
2	9,45905	3	0,58710193	0,96727482	111,84654	58,14355	162,23934	6048	92	4341	54	7144	24	,828	7	,04	6
3	9,45884	1	0,58710392	0,96727417	111,84626	58,14343	162,23936	6194	41	4927	38	7229	9	,834	4	-,23	4
4	9,45897	1	0,58710179	0,96727464	111,84652	58,14354	162,23934	6320	137	4316	55	7207	35	,805	11	,21	9
5	9,45878	1	0,58710214	0,96727410	111,84641	58,14351	162,23937	6822	61	4426	50	7343	14	,755	4	,47	4
6	9,45875	2	0,58710182	0,96727423	111,84643	58,14351	162,23937	7014	70	4322	51	7368	15	,743	4	,61	5
7	9,45877	1	0,58710333	0,96727298	111,84626	58,14351	162,23937	6374	59	4879	50	7330	14	,771	4	,12	4
8	9,45876	1	0,58710227	0,96727478	111,84637	58,14351	162,23937	6826	60	4521	51	7368	14	,750	4	,46	4
9	9,45877	1	0,58710367	0,96727205	111,84621	58,14351	162,23938	6199	59	5013	49	7313	14	,780	4	-,01	4
10	9,45876	1	0,58710265	0,96727408	111,84633	58,14351	162,23937	6666	68	4653	52	7356	14	,757	4	,34	5
	9,45892	0	0,58710233	0,96727476	111,84643	58,14350	162,23934	6365	6	4475	7	7218	12				

Nr.	A_1	±	A_2	±	M	P	B	Anm.
1"	0,0959	28	0,01555858	33	0	1	0	
2"	0,0757	28	0,01554051	33	0	2	0	
3"	0,0995	60	0,01555898	48	0	1	1	
4"	0,0837	61	0,01554167	49	0	2	1	
5"	0,0986	66	0,01555904	52	0	1	4	
6"	0,0970	29	0,01555894	33	0	1	0	$s(r) = g(r)$, $S_0 = -140 \pm 28\,km$
7"	0,1003	63	0,01555902	52	0	1	4	$S_0 = +25 \pm 58\,km$
8"	0,0995	60	0,01555907	48	0	1	1	$B_2 = -0,003 \pm 0$ angenommen
9"	0,126	23	0,0155501	15	0	1	2	
10"	0,236	36	0,0155601	29	0	1	2	
11"	0,84	4	3,3401	1	1	1	1	
12"	0,75	4	1,5492	1	2	1	1	
13"	0,71	4	1,0624	0	3	1	1	
14"	0,95	4	6,3138	6	4	1	1	
15"	0,78	4	1,7774	8	5	1	1	
1'	0,0758	29	0,01554061	34	0	2	0'	
2'	0,0960	29	0,01555839	34	0	1	0'	
3'	0,0935	58	0,01555948	47	0	1	1	
4'	0,114	23	0,0155523	14	0	1	2	
5'	0,105	25	0,0155512	14	0	1	3	
6'	1,02	17	3,3384	3	1	1	3	
7'	0,81	17	1,5483	2	2	1	3	
8'	0,71	17	1,0619	1	3	1	3	
9'	1,19	17	6,3133	23	4	1	3	
10'	0,85	17	1,7778	33	5	1	3	
11'	0,213	39	0,0155607	29	0	1	3	$A_3 = 0,048 \pm 13$
1	0,0964	30	0,01555823	34	0	1	0	
2	0,0870	57	0,01556004	46	0	1	1	
3	0,0995	29	0,01555951	34	0	1	0	$s(r) = g(r)$, $S_0 = -432 \pm 20\,km$
4	0,0915	62	0,01555969	48	0	1	4	
5	0,1037	48	0,01555899	46	0	1	5	
6	0,1010	48	0,01555882	45	0	1	6	
7	0,851	32	3,3401	1	1	1	5	
8	0,730	33	1,0624	0	3	1	5	
9	0,953	33	6,3138	5	4	1	5	
10	0,797	33	1,7778	6	5	1	5	
	0,0879	50	0,01555687	49	0	1	7	$A_3 = -0,005 \pm 2$, $S_0 = -234 \pm 36\,km$

Angegeben sind die oskulierenden Elemente zur Epoche 1986 Februar 19,0 *TDB*, die heliozentrischen äquatorealen und geozentrischen astrometrischen Koordinaten zur Epoche 1986 März 14,0 *TDB*, die nichtgravitativen Parameter, sowie ggf. ein Parameter für den light shift. Die Ergebnisse für x,y,z beziehen sich auf das System von DE118, alle anderen Ergebnisse auf das FK5-System (Äquator und Äquinoktium B1950).

M = Modell (0=Stil 2, 1-5 = betreffendes Modell nach *Rickmann-Froeschlé*)

P=Planetenkoordinaten: 1: CRT-81, jedoch bezogen auf das FK5-Äquinoktium und die reziproken Massen 1047,348/3498,0/23030 für Jupiter/Saturn/Uranus (siehe §2.6). Von Datei eingelesen. Betreffende Ergebnisse bezogen auf Standardkoordinaten der Schwarzschildmetrik 2: DE119. Mitintegriert. Isotrope Koordinaten.

B=Beobachtungen:

0: Rektaszensionen, Deklinationen. Gewichte wie unten angegeben, jedoch einzelne schlechte Beobachtungen nicht berücksichtigt. 0': Wie 0, jedoch Rektaszensionen im Februar 1986 wurden trotz systematischer Restfehler (light shift) nicht abgewichtet 1: Positionswinkel, Elongationen. Gewichte für Positionswinkel wie unten angegeben. Elongationen wurden mit maximalem Gewicht 0,4 (bei Beobachtern mit Gewicht 6 oder 4; sonst 0,2 oder 0,1) nur in folgenden Zeiträumen (mit $r > 2$ AE oder nahe Gegenschein oder Konjunktion) verwendet: August 1909 - 4.1.1910, 6.3.1910-13.4.1910, 10.5.1910-1.6.1910, 4.8.1910-20.2.1911, Juli 1985-15.10.1985, 15.11.1985-23.11.1985, 15.1.1986 ff. Im Zeitraum 20.2.1911-April 1911 wurde nur der Anteil senkrecht zur Variationslinie nach der Perihelzeit verwendet. 2: wie 1, jedoch wurden nur Beobachtungen innerhalb ± 2 Monate von den Periheldurchgängen berücksichtigt wegen Fehlern des Verlaufes der nichtgravitativen Kräfte 3: wie 2, jedoch wurden die Elongationen im Januar und Februar 1986 nicht verwendet 4: wie 1, aber ohne Elongationen von Januar bis März 1986 5: wie 1, aber bei allen Beobachtungen mit Gewicht 4 oder 6 auch die Elongation mit gleichem Gewicht berücksichtigt, unabhängig von der Zeit 6: wie 5, aber ohne Elongationen von Januar bis März 1986 7: wie 1, aber ohne Elongationen Januar bis März 1986, für $r > 2$ nur den Anteil senkrecht zur Variationslinie der Bahnbewegung, und einschließlich der *Vega*-Beobachtungen für 1986 März 6,25 und 9,25

Lösungen 1"-15": Beobachtungen bis zum 23.2.1986 berücksichtigt (berechnet am 25./26.2.1986 (1"-4"), 27/28.2.1986 (5"-15"), Lösungen 1'-11': Beobachtungen bis 27.2. 1986 (berechnet 2./3.3.1986), Lösungen 1-10: Beobachtungen bis 4.3.1986 (berechnet 6./7.3.1986), in Anschluß daran zum Vergleich eine Lösung einschließlich der *Vega*-Daten und Beobachtungen bis 21.3.1986

Gewichte :

Gewicht 6: Flagstaff(nur CCD-Beobachtungen), Tautenburg 4: Abastuman, Bosque Alegre, Majdanak, Calar Alto, Cambridge/Mass., La Silla 2: Cambridge(GB), Göttingen, Greenwich, Hoher List, Kitt Peak, Moskau, Oxford, Pulkowa, Toroun, Zelenschukskaya(Engelhardt Obs.) 1: Cavrina, El Leoncito, Heidelberg, Kap der Guten Hoffnung, Kiew, Kiew-Golossejow, Krakau, Mainz, Mt.Palomar, Turku, Victoria, Wien, Wiesbaden, Zo-Se 0,4: Bologna, Mauna Kea, Nanking, Nauchnij, Nikolajew, Odessa, Stakenbridge

Alle restlichen Beobachter wurden weggelassen.

Diese Wichtung gilt nur für die Bereiche mit $r > 2$ AE (s.o.). In größeren heliozentrischen Entfernungen wurden die Bedingungsgleichungen in allen Fällen in der Richtung senkrecht und parallel zur Variationslinie der Perihelzeit aufgestellt und gewichtet.

Funktionelle Darstellungen $s(r)$ wurden außerdem in keinster Weise dem gerecht, daß die Positionsunsicherheit durch das Vorhandensein eines light shifts erheblich größer ist als ohnedem; infolge des geringeren mittleren Restfehlers wurde die formale Positionsunsicherheit sogar geringfügig kleiner (5"/7",1/3).

e) Die teilweise oder völlige Nichtverwendung der Elongationen ergab eine um etwa 600 km geringere heliozentrische Distanz. Dies betrifft die wesentlichste Auswirkung des light shiftes auf die Berechnungen (siehe §2.7)[123]. Festzuhalten ist besonders, daß weder die Variation des Kräftemodelles noch die der verwendeten Planetenephemeride (*a-c)*) die heliozentrische Distanz des Kometen bei einer vorgegebenen heliozentrischen Länge veränderten, sondern hauptsächlich den Ort entlang seiner Bewegungsrichtung, die Annahme eines entfernungsabhängigen light shift (*d)*) verringerte die Distanz nur unzulänglich[124]. Als Kontrolle, ob noch signifikante Reste des light shift in der geringen Anzahl verwendeter Elongationen um die Oppositionszeiten enthalten sind, wurde Lösung 7" durchgeführt; offensichtlich war dies nicht der Fall. Mit Lösung 5-10 sollte überprüft werden, ob sich die systematischen Abweichungen in den besten Beobachtungen durch die nichtgravitativen Kräfte darstellen lassen. Dies war nicht der Fall. Systematische Restfehler sind somit auch in den offenbar sehr kurz belichteten Beobachtungen. Auch hier blieb die heliozentrische Distanz fast unverändert.

Es war insofern vorabzusehen, daß die Lösungen ohne Verwendung der Elongationen die genauesten Vorausberechnungen ermöglichen, was sich bei dem Vorbeiflug der *Vega*-Sonden dann auch bestätigte (siehe Tab. 4.6).

Aus den Restfehlern in Elongation der Beobachtungen bis August 1986 wurde später der Verlauf des light shift wie in §2.7 angegeben abgeschätzt.

In Bezug auf die Behandlung des light shift beim Halleyschen Kometen ist daher zu sagen: Der light shift existiert. Er beträgt in Perihelnähe einige Bogensekunden, entsprechend über 1000 km. Insbesondere die Berechnung der nichtgravitativen Kräfte in verschiedenen Bahnteilen ist empfindlich gegen systematische Beobachtungsfehler dieser Größenordnung (siehe Abb. 3.1). Sie lassen sich mit keinem bekannten Verfahren beseitigen.

Aus diesen Gründen wurde bei allen weiteren Rechnungen so verfahren, daß, mit Ausnahme der Beobachtungen sehr nahe den Oppositionen, bei $r < 2\,AE$ die Elongationen nicht verwendet wurden.

4.5 Ergebnisse für die nichtgravitativen Kräfte in verschiedenen Bahnteilen

Wie bei den vorangegangenen Rechnungen wurde die Bahn in drei Teilstücke unterteilt, für welche die nichtgravitativen Parameter bestimmt wurden.

Die Wahl der Grenzen fiel aufgrund der folgenden Erwägungen auf $r_{lim} = 1\,AE$. Die nichtgravitative Beschleunigung nimmt zum Perihel hin zu, ebenso die Anzahl der vorliegenden Beobachtungen. Wird der untere Bahnabschnitt verhältnismäßig klein gewählt, wirkt sich die Diskretisierung bei einem fehlerhaften Verlauf weniger auf die Ergebnisse für den äußeren Bereich aus (siehe Pkt. *8)* in §3.1), dennoch sind die Parameter im unteren Teil noch immer gut bestimmbar (siehe Tab. 4.8). Außerdem macht sich eine nichtgravitative Beschleunigung in einem Bahnabschnitt erst in größerer Distanz im Ort bemerkbar (siehe Abb. 3.1). Zur möglichst guten Bestimmung der Beschleunigungen sollte am Anfang des äußeren Intervalles der Ort des Kometen noch durch möglichst viele Beobachtungen festgelegt sein. Die Konjunktionen Mitte 1985 und 1986, welche den Zeitraum der meisten Beobachtungen einschließen, ergeben eine Lücke im Bereich $r \approx 2,5 \ldots 4\,AE$.

In Tab. 4.8 sind die Ergebnisse der Bahnrechnungen unter Annahme eines Kräfteverlaufes nach Stil 2 angegeben. Neben der allgemeinen Lösung nach allen 9 Parametern (Bahn 1) sind noch diverse Lösungen unter zusätzlichen Bedingungen durchgeführt worden. Davon sind diejenigen aufgeführt, bei denen für das Verhältnis A_2/A_1 vor und nach dem Perihel derselbe Wert angenommen wurde (Bahn 4-8), sowie jene mit der Annahme desselben Wertes für A_1 (Bahn 2) und A_2 (Bahn 3) für die beiden äußeren Bahnbögen.

---

[123] ebenso auf Vorbeiflugdistanz und -richtung (*miss vector*) der Raumsonden

[124] nach *ESOC*, *loc.cit.* 4, Abb. 12 wurde sie sogar vergrößert

Tabelle 4.8 *Parameter für nichtgravitative Kräfte nach Stil 2*

Nr.	T(*TDB*)	±	q	±	e	±	ω	±	Ω	±	i	±
1	1986 Feb 9,458855	17	0,58710198	12	0,96726931	130	111,846281	24	58,143456	12	162,239456	10
2	9,458838	14	0,58710202	12	0,96726840	120	111,846270	23	58,143458	12	162,239454	10
3	9,458898	16	0,58710243	9	0,96727320	115	111,846380	17	58,143461	12	162,239450	10
4	9,458904	11	0,58710242	9	0,96727354	94	111,846385	15	58,143461	12	162,239451	10
5	9,458899	12	0,58710245	9	0,96727322	102	111,846383	15	58,143461	12	162,239451	10
6	9,458889	14	0,58710248	8	0,96727243	113	111,846375	16	58,143462	12	162,239451	10
7	9,458855	17	0,58710244	7	0,96727000	129	111,846337	20	58,143462	12	162,239452	10
8	9,458846	15	0,58710209	7	0,96726963	109	111,846291	23	58,143460	12	162,239449	10

Nr.	-x	±	-y	±	-z	±
1	80526360,3	14,7	97904503,7	8,1	46387168,3	10,3
2	340,3	9,5	497,6	7,2	162,8	9,7
3	368,9	14,7	492,6	7,8	171,7	10,3
4	374,9	8,9	494,2	7,2	173,4	9,7
5	369,5	10,0	491,7	7,3	171,7	9,8
6	360,3	11,2	488,4	7,4	168,6	9,9
7	335,1	12,8	482,9	7,0	160,5	10,1
8	332,6	10,7	494,2	5,8	161,7	9,7

Nr.	A_1^j	±	A_2^j	±	A_3^j	±	j
1	,196	16	,046	18	-,005	2	1
	,345	79	-,104	30	,082	12	2
	,109	84	,058	24	,210	12	3
2	,188	15	,015	0	-,005	2	1
	,233	47	-,057	14	,081	12	2
	"	"	,095	12	,207	12	3
3	,104	5	,022	17	-,007	2	1
	,195	75	,012	23	,074	12	2
	,135	84	"	"	,198	12	3
4	,105	5	,031	1	-,006	2	1
	,225	46	(0)		,074	12	2
	,100	48	"		,198	12	3
5	,103	5	,024	2	-,006	2	1
	,209	40	(0,05	A_1)	,074	12	2
	,135	55	"		,198	12	3
6	,105	6	,016	4	-,006	2	1
	,200	34	(0,1	A_1)	,074	12	2
	,190	62	"		,198	12	3
7	,124	9	-,007	7	-,006	2	1
	,163	19	(0,2	A_1)	,076	12	2
	,326	68	"		,199	12	3
8	,154	12	-,020	7	-,007	2	1
	,035	8	(0,4	A_1)	,082	12	2
	,297	47	"		,202	12	3

Angegeben sind die oskulierenden Elemente zur Epoche 1986 Februar 19,0 TDB (bezogen auf das FK_5-System B1950), die heliozentrischen rechtwinkligen Koordinaten zur Epoche 1986 März 14,0 TDB (bezogen auf das System von DE118), und die nichtgravitativen Parameter für den perihelnahen Teil der Bahn mit $r < 1,0\,AE$ ($j = 1$) und den absteigenden und aufsteigenden Ast der Bahn mit $r > 1,0\,AE$ ($j = 2,3$). Bei Bahn 1 wurde nach allen neun Parametern aufgelöst. Bei Bahn 2 wurde A_1, bei Bahn 3 wurde A_2 für die beiden äußeren Bahnteile als gleich angenommen. Bei den anderen Bahnen wurde das Verhältnis A_2/A_1 für die beiden äußeren Bahnteile vorgegeben.

Tabelle 4.9 *Parameter für nichtgravitative Kräfte nach Rickman/Froeschlé*

Nr.	T(*TDB*)	±	q	±	e	±	ω	±	Ω	±	i	±
1	1986 Feb 9,458839	15	0,58710200	13	0,96726856	120	111,846267	23	58,143457	12	162,239454	10
2	9,458836	15	0,58710196	13	0,96726823	123	111,846258	24	58,143457	12	162,239455	10
3	9,458835	16	0,58710193	13	0,96726810	126	111,846253	24	58,143457	12	162,239455	10
4	9,458838	15	0,58710203	13	0,96726852	119	111,846271	24	58,143457	12	162,239454	10
5	9,458834	15	0,58710197	14	0,96726809	123	111,846257	24	58,143457	12	162,239455	10
1'	9,458838	14	0,58710201	11	0,96726851	118	111,846268	23	58,143457	12	162,239454	10
2'	9,458833	15	0,58710200	11	0,96726809	121	111,846261	23	58,143458	12	162,239454	10
3'	9,458830	15	0,58710199	12	0,96726787	123	111,846256	24	58,143458	12	162,239454	10
4'	9,458839	14	0,58710202	11	0,96726856	117	111,846269	22	58,143457	12	162,239454	10
5'	9,458832	15	0,58710201	11	0,96726799	122	111,846261	23	58,143458	12	162,239454	10

Nr.	A_1^j	±	A_2^j	±	A_3^j	±	j
1	1,24	11	5,66	5,48	-,006	2	1
	1,88	65	-4,02	2,20	,082	12	2
	1,67	62	6,17	1,78	,207	12	3
2	1,33	12	3,22	2,35	-,005	2	1
	2,71	81	-3,93	1,74	,081	12	2
	1,93	79	4,07	1,28	,208	12	3
3	1,40	12	2,42	1,52	-,005	2	1
	3,60	1,00	-4,35	1,70	,080	12	2
	2,21	98	3,83	1,27	,208	12	3
4	1,22	11	7,33	11,01	-,006	2	1
	1,53	61	-5,40	3,64	,082	12	2
	1,73	58	10,15	2,68	,207	12	3
5	1,37	12	3,63	2,77	-,005	2	1
	2,80	86	-4,52	2,05	,081	12	2
	2,01	83	4,54	1,43	,208	12	3
1'	1,23	9	4,60	9	-,005	2	1
	1,77	34	-3,62	81	,082	12	2
	"	"	6,47	87	,207	12	3
2'	1,29	10	1,86	5	-,005	2	1
	2,31	43	-3,00	64	,081	12	2
	"	"	4,73	61	,207	12	3
3'	1,35	11	1,14	4	-,005	2	1
	2,89	54	-3,03	64	,081	12	2
	"	"	4,77	61	,207	12	3
4'	1,23	9	9,42	16	-,006	2	1
	1,63	31	-6,05	1,33	,082	12	2
	"	"	9,71	1,31	,207	12	3
5'	1,34	10	2,09	6	-,005	2	1
	2,40	46	-3,46	73	,081	12	2
	"	"	5,25	67	,207	12	3

Nr: Modell-Nr. (siehe Abb. 1.4). Angegeben sind die oskulierenden Elemente zur Epoche 1986 Februar 19,0 *TDB* (bezogen auf das FK_5-Äquinoktium B1950) und die nichtgravitativen Parameter für den perihelnahen Teil der Bahn mit $r < 1,0\,AE$ ($j = 1$) und den absteigenden und aufsteigenden Ast der Bahn mit $r > 1,0\,AE$ ($j = 2,3$). Bei den entsprechenden Lösungen ' wurde A_1 für die beiden äußeren Bahnteile als gleich angenommen.

Die Lösungen 4-8 wurden hauptsächlich zum Vergleich mit den früheren Resultaten aufgeführt[125]. Obwohl sich die statistische Signifikanz seither nicht mehr wesentlich verbessert hat, treten in den inzwischen erfolgten sonnenfernen Beobachtungen Unterschiede in den Restfehlern auf, die nahelegen, daß die allgemeine Lösung diesen Annahmen vorzuziehen ist.

Die allgemeine Lösung hat allerdings den Mangel, daß die nichtgravitative Kraft in der zweiten Bahnhälfte kleiner als in der ersten ist. Der Komet ist nach dem Periheldurchgang heller als zuvor, was eher das Gegenteil vermuten läßt. Um dem Rechnung zu tragen, wurde die Lösung 2 durchgeführt. Dabei wurde die Bedingung gestellt, daß A_1 in beiden äußeren Bahnteilen gleich ist[126]; infolge der Werte von A_3 ist damit die nichtgravitative Kraft nach dem Perihel etwas größer. Diese Lösungen beruhen insofern nicht ausschließlich auf den astrometrischen Beobachtungen, sondern es wird noch eine weitere, unabhängige Kenntnis mit eingebracht. In Bezug auf die Restfehler der äußeren Beobachtungen war diese Lösung noch akzeptabel.

Bei Lösung 3 wurde versuchsweise A_2 in den äußeren Bahnteilen gleich gesetzt, was aber eine deutlich schlechtere Darstellung der äußeren Beobachtungen ergab.

Um Aussagen zu erhalten, die von dem zufällig gewählten Verlauf $g(r)$ möglichst unabhängig sind (siehe §3.1 Pkt. *8)*), ist es erforderlich, diesen zu variieren. Auch wenn die den Modellen von *Rickman* und *Froeschlé* zugrunde liegenden Annahmen über die physikalische Beschaffenheit des Kometen äußerst fragwürdig sind, so spricht nichts dagegen, alleine im vorgenannten Sinne statt willkürlich gewählten anderen Funktionen diese Modelle weiterhin zu verwenden.

In Tab. 4.9 sind die Ergebnisse einer allgemeinen Lösung nach den neun Parametern sowie einer Lösung unter der Annahme desselben Wertes für A_1 in den äußeren Bahnbögen für jedes der fünf Modelle gegeben. Als nichtgravitative Parameter wurden hier die Korrekturfaktoren der aus Abbildung 1.4 ersichtlichen Modelle verwendet. Beim Vergleich mit den Ergebnissen von Tab. 4.8 ist insofern zu bedenken, daß die Modelle für beide Komponenten unterschiedlich verlaufen. Für A_3 sind keine Modelle vorhanden, hier wurde $g(r)$ nach Stil 2 beibehalten, was zumindest ersehen läßt, inwieweit die A_3 von den anderen Parametern und Elementen unabhängig sind.

Bei allen Komponenten nimmt das Ergebnis für die Parameter zu, wenn der Modellverlauf geringer wird und umgekehrt, sodaß der Wert der Beschleunigungen zumindest ähnlich ist. Für A_2 im perihelnahen Teil allerdings ist die Übereinstimmung der um seine Werte verschobenen Kurven nicht gut.

Außer den angegebenen Lösungen wurden auch noch zahlreiche weitere mit anderen Bedingungen an die Auflösung nach den Unbekannten durchgeführt. Neue grundsätzliche Lösungen ergaben sich dabei aber nicht. Die Ergebnisse waren entweder schlechter, wobei als Kriterium ebenfalls die Restfehler der sehr fernen Beobachtungen und Plausiblitätsbetrachtungen herangezogen wurden, oder im Prinzip ähnlich den angegebenen Lösungen, sodaß davon abgesehen wurde, sie detailliert aufzuführen.

Die wesentlichsten Ergebnisse sind die Werte für A_3 in den drei Bahnabschnitten, welche die Lage der Rotationsachse festlegen (siehe §4.2). Diese Ergebnisse haben sich gegenüber den früheren kaum verändert.

Des Weiteren ist gemäß allen Lösungen sowohl die nichtgravitative Kraft als auch der lag angle in den äußeren Bereichen signifikant größer als im perihelnahen Teil der Bahn. Dies ist maßgeblich bedingt durch die Komponente A_3, jedoch auch A_1 nimmt sehr wahrscheinlich langsamer mit zunehmender Distanz ab als gemäß allen Modellen.

Der Sachverhalt, daß die berechneten Parameter für die äußeren Bahnbereiche signifikant von Null verschieden sind, widerspricht dem Impulsmodell.

In Tab. 4.10 sind für alle Modelle die Ergebnisse der allgemeinen Lösung unter Verwendung nur der Beobachtungen aus der gegenwärtigen Erscheinung gegeben. Bemerkenswerterweise sind die mittleren Fehler der Parameter nur etwa doppelt so groß wie bei Verwendung der Beobachtungen seit 1835. Für weitergehende Schlußfolgerungen sind diese Ergebnisse zwar nicht geeignet, denn in den Beobachtungen seit 1982 sind Informationen über die Umlaufszeit sowie über die säkulare Änderung derselben nur sehr ungenau enthalten, und die Ergebnisse sind daher wesentlich anfälliger gegen jegliche systematischen Fehler. Zumindest

---

[125] ESA SP **250**(1986),290

[126] Der sehr kleine mittlere Fehler von A_2^1 in Lösung 2 von Tab. 4.8 und Lösung 1'-5' in Tab. 4.9 bringt zum Ausdruck, daß bei symmetrischem Verlauf von A_1 die Umlaufszeitänderung nur durch A_2 bedingt sein kann, siehe Pkt. *3)* in §3.1

Tabelle 4.10 *Nichtgravitative Parameter aus Beobachtungen 1982 - 1988*

Nr.	T(TDB)	±	q	±	e	±	ω	±	Ω	±	i	±
0	1986 Feb 9,458811	19	0,58710282	18	0,96726490	157	111,846316	33	58,143446	11	162,239449	15
1	9,458803	19	0,58710272	21	0,96726447	160	111,846293	37	58,143446	11	162,239445	15
2	9,458804	20	0,58710274	21	0,96726451	166	111,846297	40	58,143445	11	162,239448	15
3	9,458806	21	0,58710276	22	0,96726453	172	111,846301	41	58,143445	11	162,239450	15
4	9,458802	18	0,58710270	21	0,96726444	153	111,846290	37	58,143446	11	162,239443	15
5	9,458804	21	0,58710274	22	0,96726439	171	111,846296	42	58,143445	11	162,239448	15

Nr.	A_1^j	±	A_2^j	±	A_3^j	±	j
0	,175	26	,012	27	,001	3	1
	,514	166	-,158	64	,049	21	2
	,672	123	-,163	83	,133	37	3
1	1,21	18	5,0	8,6	,002	3	1
	4,22	1,27	-11,8	5,0	,044	21	2
	4,21	95	-22,1	6,9	,120	37	3
2	1,24	20	2,4	3,7	,002	3	1
	5,22	1,65	-9,4	3,4	,043	21	2
	5,53	1,15	-11,0	4,3	,126	37	3
3	1,28	21	1,6	2,4	,002	3	1
	6,31	2,09	-9,4	3,2	,043	21	2
	7,00	1,37	-8,3	4,0	,131	37	3
4	1,22	18	10,1	17,0	,002	3	1
	3,95	1,18	-19,5	8,7	,044	21	2
	3,74	90	-39,5	11,3	,117	37	3
5	1,30	21	3,0	4,4	,002	3	1
	5,49	1,77	-11,1	3,9	,043	21	2
	5,68	1,19	-11,5	4,7	,127	37	3

Nr: Modell-Nr. (siehe Abb. 1.4). Angegeben sind die oskulierenden Elemente zur Epoche 1986 Februar 19,0 TDB (bezogen auf das FK_5-Äquinoktium B1950) und die nichtgravitativen Parameter für den perihelnahen Teil der Bahn mit $r < 1,0\,AE$ ($j = 1$) und den absteigenden und aufsteigenden Ast der Bahn mit $r > 1,0\,AE$ ($j = 2,3$).

wiedersprechen diese Ergebnisse aber den hauptsächlichen Befunden nicht, daß der lag angle mit der Entfernung zunimmt, sowie daß in den äußeren Bahnteilen A_3 signifikante positive Werte annimmt, im inneren Bahnteil dagegen effektiv verschwindet.

Der Sachverhalt, daß bereits aus einer Erscheinung diese Parameter nahezu signifikant berechnet werden können[127], ist für die künftige Zeit von großem Wert, um Veränderungen der einzelnen Komponenten während einer Erscheinung überprüfen zu können[128]. Allerdings läßt der Sachverhalt, daß sich die Um-

[127] im Wesentlichen ist dies hier durch die jährliche Parallaxe und das lange Zeitintervall der sonnenfernen Beobachtungen möglich

[128] Statt aus den beiden einzelnen Erscheinungen jeweils 9 (oder mehr) Parameter zu bestimmen, ist es dann vorteilhafter, aus beiden Erscheinungen kombiniert die insgesamt 18 Parameter (und die Elemente) zu bestimmen, weil dann die Bewegung des Kometen stetig dargestellt wird und die beobachtete Umlaufszeit in die Rechnung eingeht

laufszeitänderung, also der integrale Effekt der Kräfte, säkular nur um weniger als 1% pro Umlauf ändert, vermuten, daß dies auch für die Kräfte in den einzelnen Bahnteilen der Fall ist.

Für die Erarbeitung und Kontrolle von Modellrechnungen (§1) wäre es von sehr großem Wert, die Größe der nichtgravitativen Beschleunigung bei bestimmten Werten der heliozentrischen Entfernung zu kennen. Es ist nicht unmittelbar möglich, von den nichtgravitativen Parametern auf diese zu schließen. Die Ergebnisse für die Parameter stellen qualitativ eine Faltung des wahren Verlaufes mit dem angenommenen $g(r)$ sowie mit der Verteilung der Beobachtungen dar.

Die Abhängigkeit von dem angenommenen Verlauf läßt sich aber zumindest verringern, indem man in Abbildung 1.4 die Modelle um die Werte der entsprechenden nichtgravitativen Parameter verschiebt. Schneiden sich die so erhaltenen Kurven in einem Punkt, und geht man davon aus, daß der wahre Verlauf im Bereich der Modelle liegt, kann man folgern, daß auch dieser den Punkt schneidet. Der betreffende Wert der heliozentrischen Distanz stellt daher gewissermaßen einen Mittelwert des Bahnabschnittes dar, auf den die berechneten Beschleunigungen zutreffen.

Für A_1 war es im perihelnahen Teil nicht möglich, hierüber ein Ergebnis zu erhalten, weil in diesem Bereich der Verlauf aller Modelle praktisch gleich ist. Für die äußeren Bereiche erhält man für die Ergebnisse sowohl aus Tab. 4.8 als auch aus Tab. 4.9 einen Schnittpunkt bei etwa $r \approx 1,5\,AE$. Der Wert für die Beschleunigung ist jedoch bei den beiden Arten von Lösungen erheblich unterschiedlich, was besagt, daß diese Entfernung nur eine Mittelung hinsichtlich der $g(r)$, nicht jedoch auch hinsichtlich der Beobachtungsverteilung, darstellt.

Für A_2 war es ebenfalls nicht möglich, im perihelnahen Teil ein Ergebnis zu erhalten, weil sich die Kurven nicht deckten und sich auch nicht mit dem Ergebnis nach Stil 2 schnitten. Für die äußeren Bereiche ergab sich eine gute Übereinstimmung bei $r \approx 1,8\,AE$.

Bei Modellrechnungen empfiehlt es sich daher, die Ergebnisse mit denen der Bahnrechnungen bei den genannten Werten der heliozentrischen Distanz zu vergleichen.

Schlußbetrachtung

Mit der gegenwärtigen Erscheinung des Halleyschen Kometen war es erstmals möglich, Aussagen über den Verlauf der nichtgravitativen Kräfte eines Kometen zu machen. Wenn dies auch noch mit gewissen Einschränkungen behaftet ist, so stellt es - etwa über Modellrechnungen mit zahlreichen Annahmen hinaus - den Anfang der *direkten* Lösung dieser schon seit langem vorliegenden Fragestellung dar, nämlich anhand der Bewegung zu berechnen, wie die Bewegung tatsächlich *ist*. Umgekehrt können dann anhand geeigneter Modellrechnungen Aussagen über physikalische Parameter der betreffenden Kometen erfolgen. Darüber hinaus sind bessere Kenntnisse der nichtgravitativen Kräfte von großer Bedeutung für die genaue Vorausberechnung der Kometen.

Es erscheint äußerst fragwürdig, ob sich die hier erhaltenen Ergebnisse grundsätzlich auf andere Kometen verallgemeinern lassen, denn abgesehen von den individuellen physikalischen Zustandsgrößen ist der Halleysche Komet offenbar ein sehr alter, bereits strukturell differenzierter Komet. Insofern wäre es wünschenswert, entsprechende Rechnungen auch für andere Kometen durchzuführen. Eine Fehlerabschätzung ergibt, daß sich bereits mit einer verhältnismäßig geringen Zahl an Beobachtungen der entfernteren Bahnteile signifikante Aussagen erhalten lassen. Bedauerlicherweise fehlt es jedoch an entsprechenden Beobachtungen.

Der Verfasser regt daher an, astrometrische Beobachtungen von periodischen Kometen in möglichst großer heliozentrischer Distanz durchzuführen.

Anhang

Nachfolgend ist eine Liste des für die Berechnungen verwendeten Programmes gegeben. Das Programm hat der Verfasser während seines Studiums in Siegen und Göttingen erstellt und fortlaufend erweitert. Es ermöglicht Bahnrechnungen von großen und kleinen Planeten, Kometen und entfernteren Monden, und ist daher vermutlich auch unabhängig von der vorangegangenen Untersuchung der Bewegung des Halleyschen Kometen von Interesse.

Zur Verwendung des Programmes ist die Beachtung der darin enthaltenen Kommentare notwendig und ausreichend. Dennoch sind einige Beispiele zur Dateneingabe für verschiedene Anwendungsfälle vorangestellt.

Integration von 9 Planeten, Schrittweite -0,4 Tage, 105 Schritte, Startepoche *JD* 2447400,5. Eingabe oskulierende Elemente, Ausgabe eine binäre Datei mit den Koordinaten aller Planeten für jeden Schritt (Datei 8) sowie der Initialwerte und Elemente im Eingabeformat für alle 20 Schritte (Datei 9).

```
 9 00105     -0.400    020-020 2447400.5  1000.   122 1 0 1 0 1   bin.File erz.
.01720209895
19880827.00 134.1131997101034   .387099220262044  .205628584679129 6023600.000 2
 2 2447400.5  29.0508449290462  47.6893052017849   7.0017508912624
19880827.00 250.1672433250016   .723327366919832  .006791830994669  408523.500 3
 3 2447400.5  54.9614234773582  76.1215468104835   3.3939158564254
19880827.00 232.6934103666568   .999998702025347  .016732299589298  328900.200 4
 4 2447400.5 287.2702720242431 174.9471380246817    .0051131057549
19880827.00   7.5706971129674  1.523652518392231  .093273134325224 3098710.000 5
 5 2447400.5 286.2609288079170  49.0612119289268   1.8469260383833
19880827.00  34.3625583969123  5.203157692128119  .048191160793583    1047.348 6
 6 2447400.5 274.9203726069469 100.0463881615100   1.3065136084337
19880827.00 179.5080559084577  9.523549922835115  .054690402215697    3498.000 7
 7 2447400.5 338.0529427518168 113.1184501641368   2.4894628477570
19880827.00  95.3331040796335 19.169027264347867  .046313116796772   23030.000 8
 8 2447400.5  94.9052826851921  73.8137732591728    .7717481584707
19880827.00 236.1425235728920 30.046994556820747  .010382598058937   19314.000 9
 9 2447400.5 272.1873131803084 131.2490300656676   1.7739323042459
```

Erste Bahnbestimmung eines Kometen. Die Planeten sollen mitintegriert werden. Schrittweite 2 Tage. Bis zu 3 Bahnverbesserungen, die Koeffizienten der Bedingungsgleichungen werden maximal 1 mal berechnet. Nach der letzten Bahnverbesserung soll eine Ephemeride vom 1.11.1985 bis zum 23.11.1985 im Intervall von einem Schritt gerechnet werden, dazu auch die mittleren Fehler der Ephemeridenörter.

```
 9 00015     02.000     500500 2446400.5  1000.   122 3 0 1 1
.01720209895
19851131.00   1.7799572289711   .387097608130708  .205631665013277 6023600.000 2
 2 2446400.5  29.0430567877802  47.6931146886166   7.0018723626744   DT=0.40
19851131.00  88.3961266849295   .723328075762686  .006822712219762  408523.500 3
 3 2446400.5  54.5962898388336  76.1289383820882   3.3937949109433   DT=0.40
19851131.00 327.0213580880998   .999983145128089  .016698423325071  328900.200 4
 4 2446400.5 287.8943689523527 174.3847122320452    .0047123152671   DT=0.40
19851131.00 203.5504404331170  1.523715650331214  .093317360098820 3098710.000 5
 5 2446400.5 286.2410184847998  49.0670944340371   1.8470179969678   DT=0.40
19851131.00 311.2740462092247  5.202522181699525  .048070936894363    1047.348 6
 6 2446400.5 274.9176970631991 100.0455239846385   1.3065189778000   DT=0.40
19851131.00 145.4857001881455  9.554059406113802  .051490477679338    3498.000 7
 7 2446400.5 338.6350918324832 113.1443084391902   2.4878553845108   DT=0.40
19851131.00  77.4182846632826 19.267019524843588  .046303770015014   23030.000 8
 8 2446400.5 101.1026496746954  73.8372117539682    .7734387809595   DT=0.40
19851131.00 268.0241431420762 30.239730681156155  .007845656150393   19314.000 9
 9 2446400.5 234.2961749318016 131.2571247880773   1.7735113268881   DT=0.40
*** Komet 1985p Ciffreo ***
19851131.0     101 00   19851101.   19851123.
19851131.0
R 10    6.85    309.       293.      INAG-CERGA ST. VALLIER DE THIEY
R707  254.56    330.       270.      CHAMBERLIN FIELD STATION (EVERHART)

               1985 11 08.10312  04 32 47.49 +23 24 56.4                      010
               1985 11 15.01771  04 29 31.82 +25 20 13.5                      010
               1985 11 22.48333  04 24 29.52 +27 20 47.2                      707
```

Bahnverbesserung eines Kometen mit zahlreichen nichtgravitativen Parametern. Angenommen werden nichtgravitative Kräfte vom Stil 2 (Eingabe K 2), die Bahnstücke sind bei $r = 1\,AU$ vor und nach dem Perihel begrenzt. Die in der letzten Eingabezeile mit 1 kodierten Unbekannten werden nicht verbessert.

```
 9 00505     +1.200   500 500 2446200.5  1000.   122 2 0-1 1 0 0
8 9 E
*** Halley'scher Komet ***
F
N
K 2  +0.00   0.000    0.0000  0.000   0.000  -1.0    +1.0
19860219.0     101 0    19860219.   19860219.
19860209.458884645248 0.0      .58710264617337          .967271578842814
    111.846408242306           58.143474575028          162.239328752362
A11 0.105003704720
A21 0.002718686850
A31 0.007787709287
A12 0.169093912002
A22 0.033818782400
A32 0.002035486849
A13 0.249027030062
A23 0.049805406012
A33 0.216728273729
$
R576    0.38    269.      330.      Burwash
R 95   34.02    303.      299.      Crimea-Nauchnij
R190   68.68    334.      264.      Gissar
R892  141.      312.      290.      Japan.
R801  288.44    315.      287.      Cambridge (USA)
               1987 03 23.73610  10 09 27.31 -10 53 05.9                    190
               1987 04 20.80417  09 51 26.61 -07 39 16.3                    095
               1987 04 20.80978  09 51 26.47 -07 39 18.6                  5 095
               1987 04 23.68246  09 50 17.97 -07 22 11.3                    190
               1987 04 24.47882  09 50 00.17 -07 17 30.9                  5 892
               1987 04 24.52101  09 49 59.58 -07 17 18.5                    892
               1987 04 24.65104  09 49 56.58 -07 16 40.2                    190
               1987 04 25.65451  09 49 35.10 -07 10 54.1                 5  190
               1987 04 25.89132  09 49 30.82 -07 09 34.2                    576
               1987 04 26.04908  09 49 27.27 -07 08 42.9                    801
               1987 05 01.06211  09 47 56.33 -06 41 43.9                    801

000000010011011
```

Bahnverbesserung eines Asteroiden. Die Planeten sollen nicht mitintegriert, sondern von Datei E:9 gelesen werden. Eingabe der Elemente formatfrei. Anschließend Berechnung einer Ephemeride mit mittlerem Fehler.

```
 9 00015      00.800     500050 2446400.5   1000.    122 2 0-1 1
8 9 E
*** (3683) 1987 MA *** Entd. 1987 Jun 23 v. W.Landgraf, GPO-Tel. ESO/Chile
F
19870724.0     101 00    19870727.   19871201.
19870724.0  047.2306  3.132938  0.115337  139.6607  102.2506  15.6954
R809  289.27    372.      -207.      European Southern Observatory, La Silla

               1987 06 22.32153  20 31 34.91 -23 20 03.2                 809
               1987 06 23.35174  20 31 09.60 -23 27 41.7                 809
               1987 06 24.29688  20 30 45.01 -23 34 44.0                 809
               1987 06 25.06563  20 30 24.29 -23 40 29.8                 809
               1987 06 25.31771  20 30 17.01 -23 42 22.1             5 5 809
               1987 06 26.42188  20 29 44.84 -23 50 50.4                 809
               1987 06 27.06979  20 29 25.90 -23 55 48.0                 809
               1987 06 27.43056  20 29 14.32 -23 58 36.2                 809
               1987 06 29.24949  20 28 16.62 -24 12 42.6                 809
               1987 06 31.42569  20 27 01.45 -24 29 50.8                 809
```

Bahnverbesserung eines Mondes mit anschließender Ephemeride. Der Zentralkörper ist Planet 9 (Eingabe Z 9). Verwendet werden Relativpositionen zum Zentralkörper.

```
 9 02015       0.80     020 020 2445000.5   1000.    122 2 0-1 1
8 9 E
Z 9
*** Nereide ***
F
19801227.0     105 00 0 19801120.   19810204.
19810104.000  122.9692533377  0.036925137991  0.755599320668
              295.3225241862  320.0032690027   5.0050643934
R809  289.27    372.      -207.      European Southern Observatory
R568  204.53    401.       144.      Mauna Kea

               1981 04 06.333   D      12.19         41.62          9393 809
               1981 04 06.361   D      11.96         41.56          9393 809
               1981 04 11.361   D      03.26         41.42          9393 809
               1981 04 12.354   D      01.28         41.20          9393 809
               1982 03 20.61181 D      47.85         41.22          9393 568
               1982 03 20.63333 D      48.00         41.34          9393 568
               1982 03 21.61806 D      46.13         41.28          9393 568
               1982 05 04.28264 D     -32.24         36.90          9393 809
               1982 05 04.34757 D     -32.04         37.22          9393 809
               1982 05 04.35417 D     -32.63         37.10          9393 809
               1982 05 05.35069 D     -33.92         36.84          9393 809
               1982 05 05.41042 D     -34.19         37.08          9393 809
```

```
CUNI  COMPILER(PAGESIZE=32K)
C     COMPILER(NBRPAGES=120)
CUNI  COMPILER(NBRPAGES=185)
C     VIRTUAL /BD800/
CUNI  VIRTUAL(UNPACKED) /BD800/,/ANFG/,/KOEFF/,/BEOB/,/GEWI/,
CUNI .    /BE1/,/BE2/,/STERNW/
C    NBRPAGES=237,PAGESIZE=32K,LREC=70000
C      PROGRAM BAHN(INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT,TAPE9=PUNCH)
C    Entworfen an der Sternwarte der Gesamthochschule Siegen und der
C      Universitäts-Sternwarte Göttingen  von W.Landgraf
C**************************************************************************
C* Programm zur Bahnbestimmung und numerischen Integration von Himmelskörpern.
C*   Im Wesentlichen können folgende Rechnungen durchgeführt werden :
C*      1) Integration von mehreren Himmelskörpern und Ausdruck von
C*         Ort, Geschwindigkeit und oskulierenden Elementen
C*      2) Einlesen und Mitintegration eines zusätzlichen Körpers
C*         zwecks Berechnung einer Ephemeride und/oder Nachrechnen von
C*         Beobachtungen
C*      3) Bahnbestimmung und Bahnverbesserung des zusätzlich
C*         eingelesenen Körpers incl. Berechnung evtl. weiterer Unbekannter
C*         wie Planetenmassen o.ä., ggf. anschließend Berechnung einer Ephemeride.
C*         U.a. können dabei beliebige Kombinationen oder einzelne der
C*         Unbekannten konstant gehalten werden.
C**************************************************************************
C    Bedeutung der verwendeten Größen

C* TZ,IEPHE,IANFG,IENDE,IUT,IOBS
C    Zeit, zu welcher der Zusatzkörper hinzukommt; Schrittweite
C    sowie Anfang und Ende der Ephemeride in Schritten von TZ an gezählt;
C    Angabe,ob Ephemeride für ET oder UT erwünscht ist; Anzahl der Beobachtungen
C* TOBS,RA,DEKL,DW,DY,DZ,P,RES,NTOBS
C    Zeit;Rektaszension;Deklination; Parallaxe in X,Y,Z bzw. nach der ersten
C    Bahnverbesserung, heliozentrische Koordinaten des Beobachters;
C    Gewicht in RA und Dekl; Residuals in RA und Dekl. nach vorangegangener
C    Bahnverbesserung; und Anzahl der Schritte seit der Oskulationsepoche
C    der evtl. eingegebenen Beobachtungen des Zusatzkörpers
C* NSTW,DXY,DZ0,STWL,NSTW
C    Anzahl der vorkommenden Sternwarten; parallaktische Faktoren;
C    östliche geographische Länge; MPC-Nr. oder andere Kennnummer der Sternwarte
C* N,NF,NZENTZ
C    Steuerungsgrößen. N  Gesamtzahl der momentan integrierten Objekte.
C    Anfangs Anzahl der großen Planeten, dann 1 oder 7+NGR mehr,jenachdem
C    ob IBV0=0 oder>1, nach der IBV0 -ten Bahnverbesserung aber nur
C    noch 1 mehr.   NF Index des letzten Himmelskörpers (anfangs Index
C    des letzten Planeten, dann Index des Zusatzkörpers). NZENTZ Index desjenigen
C    Körpers, auf den ein- und ausgegebene Elemente des Zusatzkörpers bezogen
C    sind, falls nicht der Zentralkörper (z.Bsp.bei Monden des betr. Planeten).
C* NANZ,DT,ID,IELEM,ANF,DGESCH,IFELEM,IBV0,IFBV0,IEND,IBZ,NGLEI
C    Anzahl der auszuführenden Integrationsschritte (wird beim Zusatz-
C    körper aus allen anderen Angaben berechnet);  Integrationsschritt-
C    weite in Tagen (bei kleinen Planeten z.Bsp. 1.0 d, bei Kometen usw.
C    mit q<0.5 AE etwa 0.4 oder 0.5 d);   Intervall zum Ausdrucken
C    von Ort bzw.von Geschwindigkeit incl.oskulierenden Elementen
C    (falls IELEM mit einem Minuszeichen versehen, zusätzliches Ausstanzen der
C    Ergebnisse im Eingabeformat); Anfangszeitpunkt der Integration, für welchen
C    die eingegebenen Initialwerte oder Elemente der großen Planeten gelten;
C    Zeiteinheit in Tagen  für die Eingabe der Geschwindigkeiten und
C    von M(s.dieses); Angabe ob Elemente oder rechtwinklige Initialwerte für die
C    Planeten eingegeben werden (IFELEM=1 BZW.=0), bei IFELEM<0 ein Teil von
C    Datei zu lesen, die restlichen im Format -IFELEM;
C    Angabe, ob eine Bahnverbesserung durchzuführen ist oder nur Beobachtungen
C    nachgerechnet und ggf.eine Ephemeride erstellt werden soll
C    (IBV0 > BZW. = 0), im ersten Falle zugleich Anzahl, wie oft insgesamt
C    die Koeffizienten der Bedingungsgleichungen der Bahnverbesserung zu
C    berechnen sind (d.h. ab der wievielten Bahnverb. die dann berechneten
```

```
C   Werte beibehalten werden);  Angabe, ob Letzteres zum momentanen Zeitpunkt
C   der Rechnung (noch) der Fall ist;   evtl. Beschränkung der Anzahl an
C   durchzuführenden Bahnverbesserungen (ansonsten wird IEND=10 gesetzt);
C   Anzahl der außer der Bewegungsgrößen des Zusatzkörpers evtl. weiteren
C   zu bestimmenden Größen (s.SUBR.ZCOEFF), Anzahl der über die Menge
C   der Unbekannten hinausgehenden vorhandenen Bedingungsgleichungen.
C* NRBV,ABERR,GK
C   Anzahl, wie oft seit Start des Programmes die Bahn verbessert wurde,
C   außer:  NRBV=-1, wenn keine vorläufige Bahn eingegeben wurde,  sondern
C   diese erst aus vier Beobachtungen bestimmt werden muß, NRBV=101, wenn die
C   Bahnverbesserung abgeschlossen ist oder bei IBV0=0;  Aberrationskonstante;
C   Gaußsche Konstante des Zentralkörpers unter (jeweiliger) Berücksichtigung
C   der Masse des betreffenden zweiten Körpers (Zeiteinheit 1 Tag).
C* EXZ,OMEGA,ASCD,OBL,GROESE,EPOCHE,AMO,HALBA,IEXZ,IBAHN
C   ggf.einzugebende Kegelschnittelemente   Exzentrizität, Argument des
C   Perihels, Länge d.aufsteigenden Knotens, Bahnneigung, reduz. Helligkeit,
C   sowie wahlweise entweder eine Epoche mit der zugehörigen mittleren Anomalie
C   und großen Halbachse,  oder Perihelzeit und Periheldistanz (IEXZ=0
C   bzw. 1); Angabe, was für eine Art von Bahn bei einer ersten Bahnbestimmung
C   zu bestimmen ist (s.SUBR.BAHN0).
C* IFR,NG,IFMOND,IFREL,NGR,IFM,IFREL0,IFVW,IRES
C   Angabe über die Berücksichtigung relativistischer Effekte (s.
C   SUBR.REL); Anzahl der nichtgravitativen Parameter (S.SUBR.NGR);
C   Angabe, ob die Störungen des Mondes separat zu berücksichtigen sind;
C   momentane Werte für IFR, NG und IFMOND im betreffenden Programmteil;
C   Angabe über die Zahl der Körper mit relativist. Effekten;   Angabe,
C   ob gerade zeitlich vor- oder rückwärts integriert wird; Angabe, ob beim
C   Zusatzkörper die Restfehler in Rektaszension mit oder ohne COS(Dekl.)
C   und ob mit oder ohne Gewichten auszudrucken sind (s.SUBR.OUTRES).
C* NG6,IF0,CEK,CXE,CXK,IFEST,NGLEI,NG6IBZ
C   Anzahl der Bestimmungsstücke der Bewegung des Zusatzkörpers (NG+6);
C   Angabe, ob Funktionen derselben bei der Bahnverbesserung festzuhalten
C   sind; Funktionalmatrix der Kegelschnittelemente nach den dann verwendeten
C   modifizierten Elementen, der rechtwinkl. Initialwerte nach den Kegel-
C   schnitt- und den modifizierten Elementen, sowie Angabe darüber, ob das
C   betreffende mod. Element (Zeile in CEK) konstant zu halten ist;
C   Determiniertheitsgrad d.Gleichungen (Anz.-Unb.); Anzahl der insgesamt
C   vorkommenden Unbekannten ohne Abzug der festzuhaltenden Bedingungen
C* X,DX,DDX,M
C   Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung der Körper für einen Zeitpunkt,
C   Masse, multipliziert mit der Gravitationskonstante und dem Quadrat
C   von DGESCHW (beim Einlesen) bzw. DT (später beim Rechnen).
C   Bei der Indizierung von X,DDX und DX folgt zuerst die Nummer der
C   Koordinate (1=x, 2=y, 3=z), dann die lfnd. Nr. des Körpers.
C   Im Allgemeinen ist K die Koordinate und I der Index des Körpers.
C* Y,DDY
C   Y enthält bezüglich des dritten Index von 1...LI die Koordinaten des
C   Körpers für LI Zeiten der Integrationsrichtung entgegenlaufend.
C   Bei dem Index LI+1 ist die Differenz der beiden letzten Koordinaten
C   (LI-1 und LI) enthalten. In DDY sind die rückschreitenden Differenzen
C   der Beschleunigungen (bezogen auf den LI-ten Ort) enthalten, begonnen
C   mit der Beschleunigung selbst (mit Index 1).     Die beiden ersten
C   Indizes geben wie bei X etc. Koordinate und Körper an.
C   Bei der Bahnverbesserung des Zusatzkörpers werden die mind. 18 Differ-
C   entialquotienten der momentanen Koordinaten nach den Initialwerten
C   wie sechs Körper mit je drei Koordinaten mitintegriert.
C* YANF
C   Matrix Y für TZ als mittlere Zeit (J=6).
C* NP1,IBAND,NP,ANFP,DTP,NRECP,BD8,NREC1,NREC2,NREC,IUNIT,IDIR
C   Index des ersten zu integrierenden Körpers (falls nicht 2, von 2
C   bis NP1 von Band o.Datei lesen); IBAND=1 falls Datei für Planeten
C   erzeugen;  NP Anzahl der Planeten auf Datei; ANFP,DTP Anfang und
C   Schrittweite derselben; NRECP Anzahl an Zeilen bei der Datei;
C   BD8 derzeit eingel. Teil (von NREC1+1 bis NREC2); NREC mom.aktuelle Zeile;
C   IUNIT Ein-/Ausgabekanal d.Planetendatei, IDIR=0/1 bei seq./dir.File
```

```
C* MERR0,MERR,IFKOKO,STA,STA0
C   Angabe ob zu einer ggf. Ephemeride nach Bahnverbesserung Fehler-
C   abschätzung erfolgen soll (MERR=0 bzw. 1 o.2, im letzten Fall zusätzlich
C   Eingabe weiterer Normalgleichungen über Kanal 14 und nur
C   eine Bahnverbesserung); Angabe ob Korrelationsmatrix auszudrucken ist;
C   STA/STA0 in /BAHN mittl.Fehler einer gesamten Beobachtung
C   vom Gewicht p=1   aus den letzten Residuals, in /K2 dagegen einer
C   Bedingungsgleichung aus letzter Auflösung der Normalgleichungen
C* IH,IHEQ,TIH,TIH1,TIH2
C   IH>0 falls für ein Sondenprojekt genaue Positionswerte ausgedruckt werden
C   sollen.  Bei MERR0>0 wird dazu eine Fehlerrechnung durchgeführt,
C   IH=1/2 falls dabei der tatsächliche mittlere Fehler nach der aktuellen
C   Rechnung oder STA0=1" (langfristige Prognose) angenommen werden soll;
C   Vorbeiflugzeit; Zeitraum der genauen Ephemeridenrechnung
C
C*  Primäre Parameter:
C    LI=11    Grad der Integrations- und Interpolationspolynome
C             (LI muß ungerade sein)
C             Achtung ! SUBR.IK funktioniert bisher nur für LI=11 !
C    LI2=4    dgl. f.d.Prediktor der Geschwindigkeit, falls diese in
C             der Bewegungsgleichung auftritt (LI2=4 stets ausreichend)
C    LN=27    max. Anzahl der insgesamt zu integrierenden Objekte
C             (große Planeten + 1 + NG6)
C    LU=16    max. Gesamtzahl NG6IBZ der bei TZ.NE..0D0 ggf.zu bestimmenden
C             Unbekannten
C    LBE=500  max. Anzahl der dazu verwendeten Beobachtungen
C    LST=200  max. Anzahl der zugehörigen Sternwarten
C*******************************************************************************
C   Ablauf des Programmes

C   Im Hauptprogramm werden zunächst die Hauptsteuergrößen eingelesen.
C   In SUBR.ANZ erfolgt die Berechnung der jeweils aktuellen Werte der
C   Steuergrößen wie N,NF,IFREL,NGF,IFBV0 usw. je nach Stand der Rechnung.
C   In SUBR.INPUT1 erfolgt die Eingabe der Initialwerte der großen Planeten.
C   In SUBR.ANFANG werden diese in Randwerte als Ausgang der späteren
C   Integration umgewandelt, in SUBR.DIFF wird dazu das Differenzenschema
C   der dazugehörigen Beschleunigungen gebildet. Beim Aufruf von
C   SUBR.INPUT2 sollen die Initialdaten eines evtl. hinzukommenden, zu
C   berechnenden Körpers eingelesen werden. Ist hier nur eine Leerkarte,
C   d.h. TZ=0, so kommt kein solcher Körper hinzu, sondern es sollen
C   lediglich die zuvor eingelesenen Planeten integriert werden.
C   Ansonsten ist TZ die Oskulationsepoche, und die Anfangswerte für den
C   Körper werden eingelesen. Ist hierbei für seine Elemente nichts
C   eingegeben, muß eine erste Bahn erst aus vier Beobachtungen bestimmt
C   werden (NRBV=-1).- Falls kein Körper hinzukommt, erfolgt beim Aufruf
C   von SUBR.NBODY noch die gewünschte Integration der großen Planeten
C   und das Programm ist beendet.  Ansonsten werden in SUBR.INOBS eventuelle
C   Beobachtungen des Zusatzkörpers eingelesen. Soll die Bahn nicht verbes-
C   sert, sondern nur eine Ephemeride oder/und oskulierende Elemente berech-
C   net werden (IBV0=0), brauchen keine Beobachtungen eingegeben zu werden,
C   es sei denn, daß keine vorläufige Bahn eingegeben wurde und diese
C   erst aus 4 Beobachtungen bestimmt werden müßte. Anschließend werden
C   in SUBR.NBODY die großen Planeten zur Oskulationsepoche TZ integriert,
C   und ggf. in SUBR.YANF2 zeitlich umgekehrt,falls die Oskulationsepoche
C   zeitlich hinter der Epoche der Planeten liegt. Jetzt beginnt die
C   Prozedur der Bahnverbesserung (bzw.Berechnung der Ephemeride),
C   wobei immer zuerst zeitlich vorwärts, dann rückwärts integriert wird.
C   Bei jeder Bahnverbesserung wird der nun folgende Bereich des
C   Hauptprogrammes durchlaufen.  Die Koeffizienten der Bedingungs-
C   gleichungen müssen als 6+NGR weitere Körper mitintegriert werden.
C   Ihre 'Initialwerte' werden nachfolgend in SUBR.ELEM bzw. SUBR.INDIFF
C   eingegeben.-   Nach der letzten Bahnverbesserung werden
C   in SUBR.MF1(und MF2) die mittleren Fehler der Endresultate
C   berechnet und zusammen mit diesen in SUBROUTINE ELEM ausgedruckt.
C   Von den jeweils bei der letzten Bahnverbesserung (bzw.zu Beginn aus
```

```
C   SUBR.INPUT) erhaltenen Initialwerten des Körpers werden in SUBR.
C   ANFANG und SUBR.DIFF die Randwerte  und die Differenzen der Beschleu-
C   nigungen berechnet, falls erforderlich, in SUBR. CXK0 außerdem die Funktio-
C   nalmatritzen CXE und CXK. In SUBR.YANF1 werden die zur Oskulationsepoche
C   gehörenden Planetenkoordinaten (und die des Zusatzkörpers) gespeichert,
C   um bei jeder Bahnverb. wieder von ihnen auszugehen. Zur Nachrechnung
C   der Beobachtungen erfolgt beim ersten Aufruf von SUBR. NBODY zuerst die
C   Vorwärtsintegration. In SUBR. YANF2 werden die bei YANF1 gespeicherten
C   Werte wieder aufgerufen und in SUBR.NBODY wird nun rückwärts integriert.
C   Nur falls keine Bahnverbesserung mehr durchzuführen ist (NRBV=101), wird
C   eine ggf. gewünschte Ephemeride  (bzw. oskulierende Elemente) ausgedruckt.
C   Wenn keine Beobachtungen eingegeben waren (IOBS=0 und NRBV=101), ist nun
C   die gewünschte Ephemeride berechnet und das Programm ist fertig.
C   Falls keine vorläufige Bahn eingegeben wurde, wird diese jetzt in
C   SUBR.BAHN0 berechnet, und es wurden bisher nur die Planeten zwecks Erhalt
C   der hierzu nötigen Erdkoordinaten integriert.   Ansonsten werden
C   in SUBR.OUTRES die gerade berechneten Restfehler ausgedruckt und wird in
C   SUBR.BV die Bahnverb. durchgeführt. Hat sich der mittlere Fehler
C   der Beobachtungen seit der letzten Bahnverbesserung um weniger als
C   1/10000 geändert,  ist der nächste Durchgang der letzte und dient
C   nur noch dem Ausdruck der Elemente und der Berechnung der entgültigen
C   Restfehler.  In SUBR.YANF2 schließlich werden die Planetenkoordinaten
C   wieder durch die vorher abgespeicherten Werte ersetzt, sodaß zusammen
C   mit den neuen Initialwerten des Zusatzkörpers die selbe Situation
C   wie am Anfang besteht und die nächste Bahnverb. erfolgen kann.-
C   Handelt es sich z.Bsp. um einen Mond eines Planeten (NZENTZ>1), so sind
C   bei Ein- und Ausgabe die Elemente, sowie bei Ephemeridenrechnung die
C   Position auf den Planeten bezogen, die Rechnung selbst wird aber wie
C   bei allen anderen Körpern relativ zum ersten Körper (Sonne) durchgeführt.
C******************************************************************************
C   Datenkarten

C*    1) N,NANZ,DT,ID,IELEM,ANF,DGESCH,IFR,IFREL0,IFMOND,IEND,IBZ,IFELEM,MERR,IBA
C*        (FORMAT 1, Hauptprogramm).  Falls IELEM<0, Integrationsergebnisse
C*        auch auf Kanal 9 im Eingabeformat ausgeben; falls IFELEM<0 einige oder
C*        alle Planeten von Datei lesen; IBAND>1 diese erzeugen (Kanal 8).
C*    2) X,Y,Z UND M(s.o.) sowie Name des Planeten , auf zweite Karte DX,DY,DZ
C*        in Einheiten von DGESCH, also für jeden Planeten hintereinander
C*        zwei Karten.  Als erster Körper ist derjenige einzugeben, der
C*        den Ursprung bildet,    falls ein Zusatzkörper hinzukommt, als vierte
C*        stets (!) die Erde.-  Wahlweise stattdessen oskulierende Elemente und
C*        rezipr. Masse zum jeweiligen Zentralkörper (NZENTZ), für den ersten
C*        Körper nur eine Karte mit M, bezogen auf DT=1 Tag (Gaußsche
C*        Konstante). Vgl. FORMAT 1 in SUBR.ININV bzw FORMAT 46 in SUBR.ININV0.
C*       Falls Planeten von Datei zu lesen, zuvor bzw. stattdessen eine Karte
C*        mit Datei-Nr. und Anzahl der einzul.Planeten (s.FORMAT 1 in SUBR.BD8A)
C*    3a) wahlweise: 'K',ISTIL,ISTIL0,L0 falls nötig (NGR>0), 'F' bzw. 'N'
C*        falls bei 4) Eingabe der Elemente bzw. nichtgrav. Parameter per
C*        NAMELIST, etc, je auf eine Karte.
C*        Siehe SUBR.NGF,NGF1,  FORMAT 7 in SUBR.INPUT2
C*    3b) TZ,IBV0,IEPHE,IUT,NGR,IRES,IFRECT,TANFG,TENDE, max.4 nichtgr.Parameter
C*        Eine Karte, FORMAT 2 von SUBROUTINE INPUT2. Falls keine Ephemeride
C*        erwünscht ist, IEPHE=0 oder TANFG>TENDE setzen.
C*    3c) ggf. weitere Parameter nichtgrav. oder sonstiger Kräfte (falls NGR>4)
C*        (FORMAT 3 SUBR.INPUT2)
C*    Falls kein Zusatzkörper hinzukommt (Integration und Ausdrucken
C*        nur der Planeten), anstattdessen Leerkarte und danach nichts mehr.
C*    4) Falls IFRECT=0:  Oskulierende Bahnelemente für Epoche=TZ,
C*        FORMAT 45 von SUBROUTINE ININV0   (Masse bei kl.Planeten=0);
C*        falls keine vorläufige Bahn bekannt ist und diese erst berechnet
C*        werden muß, entweder eine Leerkarte (allgemeine Bahnbestimmung),
C*        oder ein anzunehmender Wert für a, im Falle einer Parabelbahnbestim-
C*        mung e=1., ablochen.  Angabe ob die Eingabe auf FK4- oder FK5 bezogen.
C*        Wenn unter 3a) angegeben, Eingabe der Elemente als NAMELIST 'ELDBL'
C*        (s. SUBR.ININV0) bzw der nichtgrav. Parameter als 'PARAM' (s.SUBR.
```

```
C*        INNGF) wobei ggf. Eingabe unter 3b) überschrieben wird
C*       Falls IFRECT=1:  Rechtwinklige Initialwerte wie bei 2) für
C*        die Planeten (2 Karten), falls vorl. Initialwerte unbekannt,
C*        IFRECT=0 verwenden. FORMAT 45 in SUBR.ININV0 bzw. FMT.1 i. SUBR.ININV
C*    Falls nur eine Ephemeride des Zusatzkörpers gerechnet werden soll
C*        (weder Nachrechnen von Beobachtungen noch Bahnverbesserung),
C*        anschließend Leerkarte und dann nichts mehr.
C*    5)  Alle bei den Beobachtungen vorkommende Sternwarten, für jede
C*        eine Karte:  Form der eingeg.Länge, lfnd.Nr., geogr.Länge und
C*        Breite, Höhe, Name, FORMAT 1 in SUBROUTINE INSTW.   Wahlweise auch
C*        stattdessen Länge, dxy,dz  (FORMAT 9 und 6 in SUBR.INSTW)
C*    6)  Leerkarte nach letzter Sternwarte
C*    7)  Beobachtungen, für jede eine Karte:  Zeit(UT), RA,Dekl,IFK5, Gewichte
C*        nebst Bezugssystem und Nr.der Sternwarte (FORMAT  2 in SUBR. INOBS)
C*    8)  Anschließend eine Leerkarte, falls bei der Bahnverbesserung alle
C*        Elemente zu verbessern sind, anschließend keine weiteren Daten mehr.
C*    9)  Eine Datenkarte mit IFEST (FORMAT 1 in SUBR.INFEST)
C*   10)  Die Koeffizienten der durch INFEST als ungleich 0 angegebenen Elemente
C*        von CEK (FORMAT 12, SUBR.INFEST)
C*****************************************************************************
C*    Fehler, nach denen man lange sucht
C*
C*    *Völlig falsche vorl.Elemente für Kometen ausgedruckt:
C*       Überprüfen ob bei der Eingabe Wert für T zu lang (in Bereich
C*       für AM0 fortgesetzt)
C*    *Fehlerabbruch bei Ausgabe von Residuals, sonstige unerklärliche
C*       Abbrüche:  LBE ungerade, ungünstige Größe der virtuellen Seiten
C*    *Auftauchen völlig falscher Werte (für Residuals, für vorl.
C*       Elemente [meist 0] &c.): irgendwo wurden Zeichen wie :,* usw.
C*       im Format A1 auf INTEGER-Variablen eingelesen (z.Bsp.für IFK5),
C*       dadurch geraten sämtliche (!) anderen Variablen durcheinander
C*       (Compiler-Fehler d.UNIVAC1100 unabh.von Option b.Aufruf usw)
C*****************************************************************************
C*    *Kompatiblität auf andere Rechenanlagen
C*
C*    Nötige Änderungen kommentiert   (Spalte 1-4,72-80)
C*    CUNI=Univac1100, CVAX=Vax11/780, CATA=Atari520ST+, CHON=Honeyw.B.660
C*          Mit $ in Spalte 72-80 absolut nötige Änderungen/Anweisungen,
C*          alle anderen kann man so lassen da i.Allg. nur auf die günstigste
C*          Peripherie (Terminal,Batchbetrieb) bezogen.  Daher: zum Implementi-
C*          ren alle $ in Sp. 72-80 suchen und Umgebung sinngemäß ändern,
C*          andere mit C versehenen Änderungen später ggf. auch.  Bei Atari:
C*          Pro-Fortran 77 / AC-Fortran - Compiler mit CATA,$ATA und */# gekennz.
C*          Wechsel große Anlage/Atari: PARAM. LBE,LREC sowie MXREC abändern.
C*          Alle EXTERNAL in INTRINSIC oder Kommentare umwandeln!         $UNI$VAX
C*          Bei Übertragen m. KERMIT Umlaute u.Sequenzen ,'<ESC!x>' weg! $UNI$VAX
C*          Beides auch bei Atari mit AC-Fortran. Dabei werden außerdem     $ATA#
C*          die ERR= -Klauseln bei inkompatiblen Daten ignoriert, sodaß die $ATA#
C*          Daten genau zu überprüfen sind; vor dem <EOF> kein <CR><LF>!    $ATA#
C*          Wegen der dynamischen Speicherplatzverwaltung von AC-Fortran    $ATA#
C*          muß damit das Programm in einem Stück übersetzt werden.         $ATA#
C*    *Generell:  möglichst mit FORTRAN77-Compiler übersetzen,
C*          alle Variablen mit 0 vorbesetzen, alle CHAR-Deklarationen können
C*          weggelassen werden (FTN5),  bei weitgehend virtueller Speicherungs-
C*          weise alle COMMON-Blöcke so ändern daß die 4-Byte-Größen
C*          erst nach den 8-Byte-Größen kommen (werden sonst ggf.halbiert)
C*          Empfehlenswert im Normalgebrauch die gr. Planeten von einer Datei
C*          zu lesen (nur bei sehr ausgedehnten Integrationen mitintegr.),
C*          welches am Anfang zu erzeugen ist (s.SUBR.BD80ff.). Wenn möglich
C*          (große Anlage oder VIRTUAL) sollte bei Gebrauch die ganze Datei
C*          eingelesen werden (dann nur einmal anfangs nötig), dazu MXREC=LREC
C*          und IDIR=0 (sequentiell) wählen. Bei kleineren Anlagen in Blöcken
C*          zu LREC Zeilen (bei jeder Bahnverb.erneut) einlesen, IDIR=1 (dir.).
C*          Erzeugen d.Planetendatei: Planeten integrieren und IBAND=1 eingeben.
C*
```

```
C*    * Kanal  5:  Eingabedatei
C*             6:  Ausgabedatei
C*             7:  Konsole, Tätigkeitsprotokoll (ggf. auf temp.Datei umleiten)
C*             *:  Konsole, ansonsten nicht sinnvoll, ggf. herausnehmen/ersetzen
C*             8:  Planetenkoordinaten für jeden Schritt auf Datei
C*             9:  Ausgabe Initialwerte/Elemente im Eingabeformat zur Weiterverw.
C*            14:  ggf. zusätzl. Normalgleichungen f.d.Zusatzkörper
C*
C*    *Dauer (sek.) pro Integrationsschritt bei Rechenanlage/Übersetzeroption:
C*
C*                                       Univac1100    VAX780/VMS  Atari520ST+/TOS
C*                                    FTN,OFW VAST,OZ  FOR/D  FOR *F77/IN #F77/CNU
C*                                                                ohne:mit Koproz.
C*    #Integr.v.9 Planeten(mit rel.
C*      Eff.u.Mond),Erst.v.Datei 8     0.06   0.016         0.06  2.0:1.2  1.6
C*    #Ephemeride alle 5 Schritte,
C*      9 Planeten v.Datei lesen                                   1.5:0.50
C*    #Objekt u. 15 Unbekannte,
C*      9 Planeten v.Datei lesen                                    2.5
C*    #Objekt ohne Unbekannte,
C*      9 Planeten v.Datei lesen                                   1.2:0.42
C*    #Eingabe einer Beobachtung                                      :0.18
C*    #Nachrechnen einer Beob.                                        :0.40
C*    #Anfangsiteration 9 Planeten                                    :176
C*    #Anfangsiteration 1 Objekt                                      :46
C*    #Schreiben d.Plan.koord.(Dat.8)
C*      auf RAM(Atari)/Platte(Univac)          0.004                0.012
C*      auf Festpl.(Atari)                                          0.029
C*      auf Diskette (Atari)                                        0.11
C*
C*******************************************************************************
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LI2=4)
      PARAMETER (LBE=500,LBE2=LBE*2,LST=200,LU=16,LU1=LU+1)
      PARAMETER (LU2=LU*2,LU3=LU-3,L1=LU-6,LS=3,LELIM=500,LLIM=LS-1)       $ATA#
      PARAMETER (LG=28,LREC=180)
      CHARACTER*1 IDISK                                                    $ATA#
      CHARACTER*4 ISTRIN
      CHARACTER*12 IZEIT                                                   CATA
      DOUBLE PRECISION M
      COMMON/BD800/BD8(LG,LREC)
      COMMON/BD8000/NREC1,NREC2,NREC,NREC00
      COMMON/BAND1/NP1,IBAND,NP0,XM(3)
      COMMON/BAND/NP,ANFP,DTP,NRECP,IUNIT,IDIR
      COMMON/GEWI/P(2,LBE)
      COMMON/BEOB/TOBS(LBE),RA(LBE),DEKL(LBE),DW(LBE),DY(LBE),DZ(LBE),
     .NTOBS(LBE),IART(LBE)
      COMMON/STERNW/RHO(LST),THE(LST),PHI(LST),NSTWT(LST)
      COMMON/EQUIN/EQ,IRES,IUT,IEXZ
      COMMON/ZUSK/TZ,IEPHE,IOBS,IANFG,IENDE,IBV0,NGR,GR,IFREL,IFREL0,IFR
     .,NG
      COMMON/MASSE/M(LN),NZENTZ,GK
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
      COMMON/ANZAHL/N,NF,DGESCH,DT,IFBV0,NB1,NB2,NB6,IFM,IFMOND
      COMMON/POLYNO/F(LI),G(LI1),ABERR,H(LI2)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
      COMMON/BE1/ISTRIN(LBE,3)
      COMMON/BE2/RES(2,LBE)
      COMMON/ANFG/YANF(3,LN,LI1)
      COMMON/BAHN/E(LU),NRBV,STA0,IBAHN
      COMMON/KOEFF/C(LU1,LBE2)
      COMMON/REL1/DXR(3,LN),IFVW,IT,CL,ANF
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU),CEX(LU,LU)
      COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ,B(2,LU),B0(2,L1),U(L1)
```

```
      COMMON/IO/GD(LU),IFMT,IEPC
      COMMON/ERR/MERR,MERR0,IFKOKO
      COMMON/ZIEL/IH,IHEQ,TIH,TIH1,TIH2
C   Nachfolgende COMMON-Bl. hier nur bei automat. Speicherplatzverw. nötig
      COMMON/ERRAN/MERRAN,ZEIT1,DXDU(LU,3)                              $ATA#
      COMMON/STIL/ISTIL,ISTIL0,L0(L1)                                   $ATA#
      COMMON/POLYN1/E0(LI,LI)                                           $ATA#
      COMMON/NG/G0(3,LU3),DG0(3,3)                                      $ATA#
      COMMON/NG1/APAR(3,LS),BPAR(3,LS),IPAR(3,LS,2),IRTVM,IS,           $ATA#
     .           FRTV(3,LS),DFRTV(3,LS),BP(3,LS),DBP(3,LS)              $ATA#
      COMMON/METRIK/BETA,GAMMA                                          $ATA#
      COMMON/EPH0/DEDAE(2,2),XO,YO,ZO,RAO,DEO,DISTO                     $ATA#
      COMMON/EPH1/ZEIT,TE,T0,OX0(LI),OY0(LI),OZ0(LI)                    $ATA#
      COMMON/ELIM/NELIM,JELIM(LELIM),DRELIM(LELIM),DDELIM(LELIM)        $ATA#
      COMMON/K2/C00(LU1,LU1),STA                                        $ATA#
      COMMON/EL/GEL(LU),GFEL(LU)                                        $ATA#
      COMMON/SOLUT/VERB(LU2)                                            $ATA#
      COMMON/LS1/LS0                                                    $ATA#
      COMMON/XYZ/IXYZ                                                   $ATA#
      COMMON/DISK/IDISK                                                 $ATA#
      COMMON/DISK1/MXREC                                                $ATA#
      COMMON/LIM/NLIM,RLIM(LLIM),E1,E2,E3,R1,R11,CR(3),ALPHA(3)         $ATA#
      DIMENSION UNW(3),UNW0(3)
      DATA NGLEI,I1,STA1 /0,1,.0D0/
      CALL START
      READ(5,1)NF,NANZ,DT,ID,IELEM,ANF,DGESCH,
     .      IFR,IFREL0,IFMOND,IEND,IBZ,IFELEM,MERR0,IBAND,IH
    1 FORMAT(I2,I6,D14.8,I3,I4,2D10.3,3I1,6I2)
      IF(IELEM.LT.0)CALL FILE(9)
C   Vorsichtshalber nicht mehr als zehn Bahnverbesserungen:
      IF(IEND.EQ.0)IEND=11
      IEND=IEND-1
      ABERR=499.004783679D0/86400.D0/DT
      CL=1.D0/ABERR**2
      IF(DT.LT..0D0)IFVW=-1
      CALL INPUT1(ANF,NF,DT,DGESCH,1-IFELEM)
      CALL INPUT2(ANF,NF+1,DT,DGESCH,NG)
      IF(IBAND.NE.0)CALL BD8A(NF,ANF,NANZ,DT*IFVW)
      IF(IBV0.NE.0.AND.MERR0.NE.0)IFKOKO=1
      IF(IENDE.LE.IANFG.OR.IBV0.EQ.0)MERR0=0
      IF(IFR.GE.1)CALL OUTP(IFR,IFREL0)
      IF(IEPC.EQ.1)CALL FILE(9)
      IF(TZ.NE..0D0)GOTO9
      DO8I=NP1,NF
    8 CALL ELEM(I,ANF,DT*IFVW,5-5*IELEM/IABS(IELEM))
    9 CALL ANZ(1)
      IF(TZ.EQ..0D0)GOTO2
      NG6=NG+6
      NG6IBZ=NG6+IBZ
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),' Beginn Eingabe Beobachtungen'
      CALL INOBS(IOBS,TZ,DT,IRW,NRBV,IBV0,NGLEI,IEND)
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),' Ende Eingabe Beobachtungen'
      NANZ=NINT(DABS(TZ-ANF)/DT)
    2 CONTINUE
      CALL IK
      IF(TZ.NE..0D0.AND.NP1.GT.NF)GOTO13
      IF(TZ.NE..0D0)
     .WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),' Beginn Planeten bis Epoche integrieren'
      CALL ANFANG(NP1,NF,0,IFREL,IFREL0)
      IF(NANZ.NE.0.OR.TZ.EQ..0D0) CALL
     .   NBODY(NANZ,ANF,DT*IFVW,IFVW*1,0,0,0,0,ID,IELEM,0,IFREL,IFREL0)
      IF(TZ.EQ..0D0)CALL STOP
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),' Ende Planeten bis Epoche integrieren'
      IF(TZ.LT.ANF)CALL YANF2(2,NGR,IFREL,IFREL0,IFVW)
   13 IF(NRBV.EQ.-1)GOTO6
```

```
      CALL ANZ(2)
      IF(NZENTZ.NE.1)CALL DYANFZ(1,NZENTZ,TZ,DT,UNW,UNW0)
    7 CONTINUE
C   Jetzt befindet man sich bei der Oskulationsepoche des zu ber.Körpers und
C   d. Prozedur der Berechn.v.Residuals u.neuen Elementen kann erneut beginnen.
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),' Beginn Rechnung mit neuen Elementen'
      WRITE(6,15)'*',IZEIT(0)
      IF(IBV0.NE.0.AND.NRBV.GE.101)CALL MF1(0,TZ)
      CALL ELEM(NF,TZ,DT,1)
      IF(IFBV0.NE.0.AND.NRBV.LT.101)CALL CXK0
      CALL ANFANG(NF,N,NGR,IFREL,IFREL0)
    6 CALL YANF1
      CALL NBODY(NTOBS(MAX0(IOBS,1))*I1,TZ,DT,IRW+1,IOBS,
     .IANFG,IENDE*I1,IEPHE,ID,IELEM,NGR,IFREL,IFREL0)
      IF(NRBV.EQ.101.AND.MERR0.NE.0)CALL ANZ(3)
      CALL YANF2(1,NGR,IFREL,IFREL0,IFVW)
      CALL NBODY(-NTOBS(1),TZ,-DT,IRW*I1,1,-IENDE,-IANFG,IEPHE,
     .ID,IELEM,NGR,IFREL,IFREL0)
      IF(IH.NE.0.AND.NRBV.GE.101.AND.MERR0.NE.0)CALL ERAN
      IF(IOBS.NE.0.AND.NRBV.NE.-1)CALL OUTRES(IOBS,NGLEI,STA0,NRBV,IBV0)
      IF(NRBV.NE.101.AND.IBV0.NE.0.AND.IOBS.NE.0)GOTO14
      WRITE(6,15)'*',IZEIT(0)
   15 FORMAT(/,A1,A12)
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0)
      CALL STOP
   14 IF(NRBV.NE.-1)GOTO3
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),' Beginn erste Bahnbestimmung'
      CALL BAHN0(NF+1,IOBS,IEND)
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),' Ende erste Bahnbestimmung'
      GOTO4
    3 CONTINUE
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),'    Beginn Bahnverbesserung'
      CALL BV(NF,NGR,IOBS,NGLEI)
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),'    Ende Bahnverbesserung'
      IF((DABS(STA1/STA0-1.D0).LT.1.D-4.AND.NRBV.LT.100).OR.
     .NRBV.EQ.IEND)NRBV=100
      NRBV=NRBV+1
      STA1=STA0
      IF(NRBV.EQ.IBV0.OR.NRBV.EQ.101)CALL ANZ(1)
      IF(NRBV.EQ.101.AND.MERR0.NE.0)CALL ANZ(3)
    4 CALL YANF2(0,NGR,IFREL,IFREL0,IFVW)
      GOTO7
      END
      BLOCK DATA BDMAIN
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16)
      COMMON/EQUIN/EQ,IRES,IUT,IEXZ/BAHN/E(LU),NRBV,STA0
      COMMON/REL1/DXR(3,LN),IFVW/ERR/MERR,MERR0,IFKOKO
      DATA IFKOKO,NRBV,IFVW,IEXZ,EQ,STA0 /0,0,1,0,1950.0D0,1.D-10/
      END
      SUBROUTINE ANZ(I)
C   Berechnet zur Ersparnis von Rechenzeit bei der Integration oft gebr.Größen
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16)
      COMMON/BAHN/E(LU),NRBV/REL1/DXR(3,LN),IFVW,IT,CL,ANF
      COMMON/ERR/MERR,MERR0
      COMMON/ZUSK/TZ,IEPHE,IOBS,IANFG,IENDE,IBV0,NGR,GR,IFREL,IFREL0,IFR
     .,NG
      COMMON/ANZAHL/N,NF,DGESCH,DT,IFBV0,NB1,NB2,NB6,IFM,IFMOND
      COMMON/BAND1/NP1
C   Falls nur vom Zusatzkörper (nicht auch v.d.Planeten,IFREL0.NE.2) relativis-
C   tische oder nichtgrav.Effekte zu berücks.,bei d.ersten Integration nur der
C   Planeten v. ANF nach TZ (I.EQ.1.AND.NRBV.NE.0.AND.TZ.NE..0D0) IFREL=0 setzen
```

```
      NB1=0
      NB2=0
      NB6=0
      IFBV0=0
      IFREL=IFR
      MERR=0
      IF(TZ.EQ..0D0.AND.IFMOND.EQ.1)IFMOND=0
      IF(IFMOND.EQ.1)IFM=NF
      IF(IFMOND.EQ.2)IFM=2
      NGR=NG
      IF(I.EQ.1.AND.TZ.NE..0D0.AND.IFMOND.NE.2.AND.NRBV.EQ.0)IFM=0
      IF(I.EQ.1.AND.TZ.NE..0D0.AND.IFREL0.NE.2.AND.NRBV.EQ.0)IFREL=0
      IF(I.EQ.1.AND.TZ.NE..0D0.AND.NRBV.EQ.0)NGR=0
      IF(IFREL0.NE.2)IFREL0=NF
      IF(IFREL0.EQ.2)IFREL0=NP1
C   Bei IFREL0=2 von allen Körpern,sonst nur vom Zusatzkörper relativist.Effekte
      N=NF
      IF(I.NE.1)ANF=TZ
      IF(I.EQ.1.OR.NRBV.EQ.-1)RETURN
      IF(I.NE.3)NF=NF+1
      N=NF
      IF(IFMOND.EQ.1)IFM=NF
      IF(IFREL0.NE.2)IFREL0=NF
      IF(IBV0.EQ.0)RETURN
      IF(I.EQ.3)MERR=MERR0
      N=NF+6+NGR
      IFBV0=1
      NB1=NF-1
      NB2=NF+1
      NB6=NF+6
      RETURN
      END
      SUBROUTINE YANF1
CUNI  VIRTUAL /ANFG/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Abspeichern der Koordinaten aller Körper um die Oskulationsepoche des
C   Zusatzkörpers, um bei den Bahnverbesserungen von dort aus neu zu starten.
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1)
      COMMON/ANFG/YANF(3,LN,LI1)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1)
      COMMON/ANZAHL/N/BAND1/NP1
      DO1I=NP1,N
      DO1K=1,3
      DO1J=1,LI1
      YANF(K,I,J)=Y(K,I,J)
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE YANF2(L,NGR,IFREL,IFREL0,IFVW)
CUNI  VIRTUAL /ANFG/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Setzt die aktualen Koordinaten für alle Körper wieder gleich denen
C   um die Oskulationsepoche des Zusatzkörpers (siehe SUBROUTINE YANF1),
C   um mit der Integration dort erneut zu beginnen.
C   L=0,1,2 wenn keine Zeitumk.,Zeitumk.,oder Zeitumk.nur der aktualen Koord.
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1)
      COMMON/ANFG/YANF(3,LN,LI1)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1)
      COMMON/ANZAHL/NN,NF/BAND1/NP1
      COMMON/MASSE/AM0(LN),NZENTZ
      IFVW=-IFVW
      IF(L.EQ.0)N=NF-1
      IF(L.NE.0)N=NN
```

```
      IF(L.EQ.2)GOTO2
      DO1I=NP1,N
      DO1K=1,3
      DO1J=1,LI1
      Y(K,I,J)=YANF(K,I,J)
    1 CONTINUE
    2 CONTINUE
      AM=AM0(NF)
      IF(L.EQ.0)AM0(NF)=.0D0
      CALL UMKEHR(L,NP1,N,NGR,IFREL,IFREL0)
      IF(L.EQ.0)AM0(NF)=AM
      CALL DIFF(NP1,N,L)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DYANFZ(L,NZENTZ,T,DT,X0,DX0)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Setzt zur Ableitung der Elemente von Monden (NZENTZ.NE.1) zur Epoche T
C    die Geschwindigkeit ihres Planeten in DX(K,NZENTZ) ein
C    L=1/-1: Berechnen und zu den Initialgeschwindigkeiten addieren/subtrahieren
C    L=0: nur rückholen auf DX.    Bei L=-1 werden die X,DX nicht verändert.
C    TE=LM bei TZ, sonst TE=0.
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LM=LI/2)
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1)/ANZAHL/N,NF
      COMMON/REL1/D00X(3,LN),IFVW,IN,CL,ANF/ZUSK/TZ
      DIMENSION YANF(3),DYANF(3),X0(3),DX0(3)
      IF(L.EQ.0)GOTO2
C    Folgenden Weg d.Berechnung d.Geschw.irgendwann mal durch e.a.ersetzen
      TE=.0D0
      IF(DABS(T-TZ).LT.1.D-5)TE=LM*1.D0
      CALL PLANET(NZENTZ,T,TE,DT,0,YANF)
      CALL PLANET(NZENTZ,T,TE,DT,1,DYANF)
      DO3K=1,3
      DYANF(K)=DYANF(K)*DT
      X0(K)=X(K,NF)+YANF(K)*L
    3 DX0(K)=DX(K,NF)+DYANF(K)*L
      IF(L.EQ.-1)GOTO5
      DO6K=1,3
      X(K,NF)=X0(K)
      DX(K,NF)=DX0(K)
    6 CONTINUE
    5 CONTINUE
      RETURN
    2 CONTINUE
      DO4K=1,3
      X(K,NZENTZ)=YANF(K)
    4 DX(K,NZENTZ)=DYANF(K)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE NBODY(NANZ,ANF,DT,NOBSE,NOBSF,IANFG,IENDE,IEPHE,
     .ID,IELEM,NGR,IFREL,IFREL0)
CUNI  VIRTUAL /BEOB/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      DOUBLE PRECISION M
      CHARACTER*12 IZEIT                                              CATA
C    Unterprogramm zur numerischen Integration des Mehrkörperproblemes
C    nach der Formel von Adams und Störmer.
C    NOBSE und NOBSF= Nummer der nächsten und letzten nachzur. Beobachtung.
      SAVE
      EXTERNAL DADD,DSUB,DMUL,DDIV
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LM=LI/2,LM1=LM+1,LI0=LI-1)
      PARAMETER (LBE=500,LST=200,LU=16)
      COMMON/BEOB/TOBS(LBE),RA(LBE),DEKL(LBE),DW(LBE),DY(LBE),DZ(LBE),
     .NTOBS(LBE)
```

```
      COMMON/ZUSK/TZ/MASSE/M(LN)/ERR/MERR
      COMMON/POLYNO/F(LI),G(LI1),ABERR
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
      COMMON/ANZAHL/N,NF,DGESCH,DT0,IFBV0/BAND1/NP1
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
      COMMON/REL1/DXR(3,LN),IFVW,IN/IO/GD(LU),IFMT,IEPC
      COMMON/BAHN/E(LU),NRBV/EQUIN/EQ,IRES,IUT
      IF((NRBV.NE.101.OR.(IELEM.EQ.0.AND.IEPHE.EQ.0)
     ..OR.IANFG.GE.IENDE).AND.IENDE.NE.0)IENDE=0
      NANZ=MAX0(NANZ,IENDE)+LM
      IF(NANZ.LT.LM1)RETURN
      WRITE(7,71)IZEIT(0),NANZ,DT                                       CATA
   71 FORMAT(' *',A12,'  Beginn Integration, ',I6,' Schritte  ',F5.2,
     .  ' Tage Intervall')
      DO10IN=LM1,NANZ
C   Durch nachfolgende Schleife werden die nächsten Differenzen der
C   Koordinaten gebildet und werden zugleich alle Koordinaten zeitlich
C   einen Schritt zurückversetzt.
C   Auf Y(1-LI) sind die Koordinaten, auf Y(LI1) deren letzte Differenzen.
      IF(MOD(IN,50).EQ.0)WRITE(7,72)IN,100*IN/NANZ                      CATA
   72 FORMAT(17X,' Integrationsschritte: ',I7,' (',I3,'% ) ...')        CATA
      DO11I=NP1,N
      DO12K=1,3
      DO13L=1,LI
COP   Y(K,I,LI1)=Y(K,I,LI1)+F(L)*DDY(K,I,L)
      Y(K,I,LI1)=DADD(Y(K,I,LI1),DMUL(F(L),DDY(K,I,L)))
      Y(K,I,L)=Y(K,I,L+1)
   13 CONTINUE
C   Es erfolgt die Bildung der neuen Koordinaten.
COP   Y(K,I,LI)=Y(K,I,LI)+Y(K,I,LI0)
      Y(K,I,LI)=DADD(Y(K,I,LI),Y(K,I,LI0))
      X(K,I)=Y(K,I,LI)
   12 CONTINUE
   11 CONTINUE
      IF(NGR.NE.0.OR.IFREL.NE.0)CALL GESCH1(IFREL0,N)
      CALL BESCHL
      IF(MOD(IN,IELEM).EQ.0.AND.(TZ.EQ..0D0.OR.(NRBV.EQ.101.AND.
     .IN.LE.IENDE.AND.IN.GE.IANFG)))IDR=1
      DO8K=1,3
      DO8I=NP1,N
      A=DDY(K,I,1)
      DDY(K,I,1)=DDX(K,I)
      L0=LI+IDR
C   Bildung der neuen Differenzen der Beschleunigungen
      DO9L=2,L0
      B=DDY(K,I,L)
COP   DDY(K,I,L)=DDY(K,I,L-1)-A
      DDY(K,I,L)=DSUB(DDY(K,I,L-1),A)
    9 A=B
    8 CONTINUE
      IF(IDR.NE.0)CALL GESCH(NP1,N)
      IF(MOD(IN,ID).EQ.0.AND.TZ.EQ..0D0)IDR=IDR+2
      IF(IDR.EQ.3.AND.IELEM.LT.0)IDR=4
      IF(IDR.NE.0)CALL OUTPUT(DT*IN+ANF,IDR,DT)
C   Jetzt wird noch geprüft, ob von dem zu berechnenden Körper eine Beob-
C   achtung oder Ephemeride zu berechnen ist oder beides.
      IF(MERR.EQ.1.AND.IN.GT.IENDE)CALL ANZ(1)
      IF(IEPHE.EQ.0.OR.IN.LT.IANFG.OR.IN.GT.IENDE.OR.NRBV.NE.101)GOTO56
      IF(MOD(IN,IEPHE).NE.0)GOTO56
COP   T=DT*IN+ANF
      T=DADD(ANF,DMUL(DT,DBLE(IN)))
      TT=0.0D0
COP   IF(IUT.EQ.0)CALL EPH(T,TT,ABERR*IFVW,NF,DT,0,NRBV,IFBV0)
      IF(IUT.EQ.0)CALL EPH(T,TT,DMUL(ABERR,DBLE(IFVW)),NF,DT,
     .                     0,NRBV,IFBV0)
```

```
COP    IF(IUT.NE.0)CALL EPH(T,-DTET(T)/DT,ABERR*IFVW,NF,DT,-1,NRBV,IFBV0)
       IF(IUT.NE.0)CALL EPH(T,-DDIV(DTET(T),DT),DMUL(ABERR,DBLE(IFVW)),
     .                     NF,DT,-1,NRBV,IFBV0)
    56 CONTINUE
       IF(NOBSE-IFVW.EQ.NOBSF)GOTO57
       IF(NTOBS(NOBSE).NE.IN*IFVW)GOTO57
COP    T=DT*IN+ANF
COP    T1=(T-TOBS(NOBSE))/DT
       T=DADD(ANF,DMUL(DT,DBLE(IN)))
       T1=DDIV(DSUB(T,TOBS(NOBSE)),DT)
COP    CALL EPH(T,T1,ABERR*IFVW,NF,DT,NOBSE,NRBV,IFBV0)
       CALL EPH(T,T1,DMUL(ABERR,DBLE(IFVW)),NF,DT,NOBSE,NRBV,IFBV0)
       NOBSE=NOBSE+IFVW
       GOTO56
    57 CONTINUE
    10 CONTINUE
       WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),'  Ende Integration'
       IF(IEPC.NE.1)RETURN
C    Zur Fortführung ggf. Status am Integrationsende ausstanzen
       CALL GESCH(NP1,NF)
       CALL OUTPUT(DT*NANZ+ANF,5,DT)
       RETURN
       END
       SUBROUTINE IK
       IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Berechnet die Koeffizienten der Integrationsformeln der numerischen
C    Integration und der Anfangsiteration.  LI Integrationsgrad
C    *** Dieses Unterprogramm funktioniert vorerst nur für LI=11 ! ***
       SAVE
       PARAMETER (LI=11,LI1=LI+1,LI2=4,LM=LI/2,LM1=LM+1)
       COMMON/POLYNO/F(LI),G(LI1),AB,H(LI2)/POLYN1/E(LI,LI)
C    Integrationskoeffizienten
       F(1)=1.D0
       F(2)=0.0D0
       F(3)=1.D0/12.D0
       F(4)=1.D0/12.D0
       F(5)=19.D0/240.D0
       F(6)=3.D0/40.D0
       F(7)=863.D0/12096.D0
       F(8)=275.D0/4032.D0
       F(9)=33953.D0/518400.D0
       F(10)=8183.D0/129600.D0
       F(11)=3250433.D0/53222400.D0
       G(1)=.5D0
       G(2)=-1.D0/6.D0
       G(3)=-1.D0/24.D0
       G(4)=-1.D0/45.D0
       G(5)=-7.D0/480.D0
       G(6)=-107.D0/10080.D0
       G(7)=-199.D0/24192.D0
       G(8)=-6031.D0/907200.D0
       G(9)=-5741.D0/1036800.D0
       G(10)=-1129981.D0/239500800.D0
       G(11)=-0.0040919706740019224D0
       G(12)=-0.0035997549720267974 2D0
       H(1)=0.5D0
       H(2)=1.D0/3.D0
       H(3)=7.D0/24.D0
       H(4)=97.D0/360.D0
C      H(5)=367.D0/1440.D0
C    Koeffizienten der Anfangsiteration
       E(7,1)=-14797.D0/191600640.D0
       E(7,2)=90817.D0/95800320.D0
       E(7,3)=-1763939.D0/319334400.D0
       E(7,4)=166919.D0/7983360.D0
```

```
      E(7,5)=-10111819.D0/159667200.D0
      E(7,6)=31494553.D0/79833600.D0
      E(7,7)=14797.D0/82944.D0
      E(7,8)=-60917.D0/1900800.D0
      E(7,9)=466157.D0/63866880.D0
      E(7,10)=-79829.D0/68428800.D0
      E(7,11)=87299.D0/958003200.D0
      E(8,1)=-263.D0/1871100.D0
      E(8,2)=263.D0/149688.D0
      E(8,3)=-131.D0/12474.D0
      E(8,4)=159.D0/3850.D0
      E(8,5)=-41543.D0/311850.D0
      E(8,6)=111973.D0/124740.D0
      E(8,7)=35932.D0/31185.D0
      E(8,8)=263.D0/5670.D0
      E(8,9)=3587.D0/623700.D0
      E(8,10)=-707.D0/534600.D0
      E(8,11)=109.D0/935550.D0
      E(9,1)=-1063.D0/3942400.D0
      E(9,2)=6511.D0/1971200.D0
      E(9,3)=-10833.D0/563200.D0
      E(9,4)=1029.D0/14080.D0
      E(9,5)=-88827.D0/394240.D0
      E(9,6)=280821.D0/197120.D0
      E(9,7)=4345149.D0/1971200.D0
      E(9,8)=464187.D0/492800.D0
      E(9,9)=7443.D0/71680.D0
      E(9,10)=-529.D0/78848.D0
      E(9,11)=1693.D0/3942400.D0
      E(10,1)=-52.D0/467775.D0
      E(10,2)=758.D0/467775.D0
      E(10,3)=-356.D0/31185.D0
      E(10,4)=8368.D0/155925.D0
      E(10,5)=-6584.D0/31185.D0
      E(10,6)=280124.D0/155925.D0
      E(10,7)=532184.D0/155925.D0
      E(10,8)=2704.D0/1485.D0
      E(10,9)=23756.D0/22275.D0
      E(10,10)=122.D0/1701.D0
      E(10,11)=-124.D0/93555.D0
      E(11,1)=-77425.D0/38320128.D0
      E(11,2)=62875.D0/2737152.D0
      E(11,3)=-1539875.D0/12773376.D0
      E(11,4)=208625.D0/532224.D0
      E(11,5)=-5942875.D0/6386688.D0
      E(11,6)=10314625.D0/3193344.D0
      E(11,7)=22426625.D0/6386688.D0
      E(11,8)=5650375.D0/1596672.D0
      E(11,9)=21348625.D0/12773376.D0
      E(11,10)=21621125.D0/19160064.D0
      E(11,11)=202025.D0/3483648.D0
      DO1I=1,LM
      DO2J=1,LI
      E(LM1-I,J)=E(LM1+I,LI1-J)
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
      DO3J=1,LI
      E(LM1,J)=.0D0
    3 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ANFANG(N1,N2,NGR,IFREL,IFREL0)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      EXTERNAL DSQRT,DADD,DSUB,DMUL,DDIV
```

```
      DOUBLE PRECISION M,LM2D
      CHARACTER*12 IZEIT                                                  CATA
      PARAMETER(LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LM=LI/2,LM1=LM+1,LM2=LM**2,LABBR=2)
      PARAMETER(LM2D=LM2*1.D0,LI13=LI1*3)
      COMMON/ANZAHL/N,NF/REL1/DXR(3,LN),IFVW,IN/BAND1/NP1
      COMMON/MASSE/M(LN)
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
      COMMON/POLYN1/E(LI,LI)
C    Programm wandelt für die Körper N1 bis N2 zu Integrationsbeginn
C    Ort und Geschwindigkeit um in die Örter für LI Zeitpunkte um die Epoche.
C    Iteration bis Abbrkrit. SV erfüllt ist, zzgl. noch LABBR weitere Male.
C    YZ Koordinaten des Zentralkörpers (bei Monden)
      WRITE(7,71)IZEIT(0),N1,N2
   71 FORMAT(' *',A12,'  Beginn Anfangsiteration,  Objekt',I3,' bis',I3)
      SV=.0D0
      NSV=0
      NSV0=50
      DO1I=N1,N2
      DO2K=1,3
      DO3J=1,LI
C    Bildung von ersten Näherungswerten.
COP   Y(K,I,J)=X(K,I)+DX(K,I)*(J-LM1)
      Y(K,I,J)=DADD(X(K,I),DMUL(DX(K,I),DBLE(J-LM1)))
    3 CONTINUE
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
C    Es erfolgt die iterative Berechnung der Anfangsrandwerte für LI Zeitpunkte.
   12 CONTINUE
      S=SV
      SV=.0D0
      NSV=NSV+1
      DO4J=1,LI
      DO5I=NP1,N2
      DO6K=1,3
C    Aus der allgemeinen Koordinatenmatrix Y,welche die Positionen aller
C    Körper für alle (11) Zeiten enthält, wird die Matrix X dieser Koordinaten
C    nur für einen Zeitpunkt, entnommen, um damit die Beschleunigungen zu ber.
      X(K,I)=Y(K,I,J)
    6 CONTINUE
    5 CONTINUE
      IN=J-LM1
      IF(NGR.NE.0.OR.IFREL.NE.0)CALL GESCHW(J-1,IFREL0,N)
      CALL BESCHL
C    Nach der Berechnung der Beschleunigungen DDX für einen Zeitpunkt
C    werden diese Ergebnisse in die Beschleunigungsmatrix für alle Zeiten,
C    DDY, abgelegt und diese so aufgebaut.
      DO16I=N1,N2
COP   X0=DSQRT((DX(1,I)**2+DX(2,I)**2+DX(3,I)**2)*LM2
COP  .        +X(1,I)**2+X(2,I)**2+X(3,I)**2)
COP   IF(X0.EQ..0D0)X0=DSQRT(DDX(1,I)**2+DDX(2,I)**2+DDX(3,I)**2)*LM2

      X0=DHYPOT(DMUL(DHYPOT(DX(1,I),DHYPOT(DX(2,I),DX(3,I))),LM2D),
     .        DHYPOT(X(1,I),DHYPOT(X(2,I),X(3,I))))
      IF(X0.EQ..0D0)
     .X0=DMUL(DHYPOT(DDX(1,I),DHYPOT(DDX(2,I),DDX(3,I))),LM2D)

      IF(X0.EQ..0D0)X0=1.D0
      DO17K=1,3
COP   SV=SV+DABS(DDY(K,I,J)-DDX(K,I))/X0
      SV=DADD(SV,DDIV(DABS(DSUB(DDY(K,I,J),DDX(K,I))),X0))
      DDY(K,I,J)=DDX(K,I)
   17 CONTINUE
   16 CONTINUE
    4 CONTINUE
```

```
      DO7J=1,LI
      DO8I=N1,N2
      DO9K=1,3
COP   Y(K,I,J)=Y(K,I,LM1)+(J-LM1)*DX(K,I)
      Y(K,I,J)=DADD(Y(K,I,LM1),DMUL(DX(K,I),DBLE(J-LM1)))
C   Durch die Kombination der Differenzen der Beschleunigungen werden
C   verbesserte Werte der Anfangswerte berechnet.
      DO10L=1,LI
COP   Y(K,I,J)=Y(K,I,J)+E(J,L)*DDY(K,I,L)
      Y(K,I,J)=DADD(Y(K,I,J),DMUL(E(J,L),DDY(K,I,L)))
   10 CONTINUE
    9 CONTINUE
    8 CONTINUE
    7 CONTINUE
      IF(NSV.GT.50)GOTO20
      IF(DABS(S-SV).LT.2.D-15.AND.NSV0.EQ.50)NSV0=NSV
      IF(NSV-NSV0.LT.LABBR)GOTO12
      GOTO25
   20 WRITE(6,21)DABS(S-SV)
   21 FORMAT(/' Schlechte Konvergenz in Anfangswertberechnung für',
     . ' die Integration.',/,' Die Werte nach der fünfzigsten ',
     . 'Iteration werden beibehalten.',/,' Summe der Ungenauigkeit',
     . ' aller Koordinaten ',G8.1/)
   25 CONTINUE
      CALL DIFF(N1,N2,-1)
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),'  Ende Anfangsiteration'                CATA
      RETURN
      END
      SUBROUTINE BESCHL
CUNI  VIRTUAL /BD800/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      EXTERNAL DSQRT,DPOW,DADD,DSUB,DMUL,DDIV
      DOUBLE PRECISION M,M0
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU3=LU-3,LG=28,LREC=180)
      PARAMETER (LI=11,LM=LI/2,LI1=LI+1,LM1=LM+1)                     CATA
      PARAMETER (D53=5.D0/3.D0)
      COMMON/BD800/BD8(LG,LREC)/BD8000/NREC1,NREC2,NREC
      COMMON/ANZAHL/N,NF,DGE,DT,IFBV0,NB1,NB2,NB6,IMOND
      COMMON/ZUSK/TZ,IEPHE,IOBS,IANF,IENDE,IBV0,NGR,GROESE,IFREL,IFREL0
      COMMON/MASSE/M(LN)/BAHN/E(LU)/NG/G(3,LU3),DG(3,3)
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN)/REL1/DX(3,LN),IFVW,IN,CL,ANF
      COMMON/BAND/NP,ANFP,DTP/BAND1/NP1,IBAND,NP0,XM(3)
      DIMENSION D(LN,LN),D00(LN)
      DIMENSION BD8ANF(LG,LI)                                         CATA
      EQUIVALENCE (D(1,4),D00(1))
      DATA IANFG /0/                                                  CATA
C   Programm zum Berechnen der Fallbeschleunigung von zahlreichen Körpern
C   in ihrem eigenen zusammengesetzten Schwerefeld.
C   Koordinaten und Beschleunigungen sind auf denjenigen Körper mit der
C   Nummer 1 bezogen, dessen Koordinaten und Geschwindigkeiten =0 sind.
C   D ist die Distanz der Körper zueinander, hoch 3.
C   Auf BD8ANF werden die während der Anfangsiteration benötigten Planeten-
C   koordinaten abgelegt falls von Datei zu lesen, damit nicht mehrmals ganze
C   Blöcke gelesen werden müssen wenn ihre Grenze in diesen Bereich fällt.
C   Diese Anweisungen kann man weglassen, wenn die gesamte Datei auf BD8
C   gelesen wird (MXREC=LREC in SUBR.BD8A ff.). Nur b.NP1=NF (alle Pl.v.Band)!
      T=ANF+DT*IFVW*IN
      IF(NP1.GT.2.OR.IBAND.NE.0)NREC=NINT((T-ANFP)/DTP)
      IF(NP1.LE.2)GOTO554
      IF((IN.LT.LM1.AND.IANFG.EQ.LI).AND.NP1.EQ.NF)GOTO547            CATA
      IF(NREC.LE.NREC1.OR.NREC.GT.NREC2)CALL BD80(0)
      NREC0=NREC-NREC1
CT  Später nachf.Anw.sowie die unten beim Schreiben raus und LG=27 statt 28
      if(dabs(bd8(28,nrec0)-t).lt..001d0)goto999
```

```
      write(6,998)nrec,nrec0,nrec1,t,bd8(28,nrec0)
  998 format(/' Planetenfile falsch: NREC,NREC0,NREC1,T,T auf File:',/,
     . 2X,3I8,2F14.2)
      stop
  999 continue
      DO543K=1,3
      XM(K)=BD8(K,NREC0)
      DO543I=2,NP0
      X(K,I)=BD8((I-1)*3+K,NREC0)
  543 CONTINUE
      GOTO554                                                           CATA
  547 CONTINUE                                                          CATA
      if(dabs(bd8anf(28,lm1+in*ifvw)-t).lt..001d0)goto997
      write(6,996)in,t,bd8anf(28,lm1+in*ifvw)
  996 format(/' BD8ANF falsch: IN,T,T von BD8ANF:',I8,2F14.2/)          CATA
      stop                                                              CATA
  997 continue                                                          CATA
      DO548K=1,3                                                        CATA
      XM(K)=BD8ANF(K,LM1+IN*IFVW)
      DO548I=2,NP0                                                      CATA
      X(K,I)=BD8ANF((I-1)*3+K,LM1+IN*IFVW)
  548 CONTINUE                                                          CATA
  554 CONTINUE
      DO1I=2,NF
      MO=I-1
      DO2J=1,MO
      D(I,J)=.0D0
      DO3K=1,3
COP   D(I,J)=D(I,J)+(X(K,I)-X(K,J))**2
      D(I,J)=DHYPOT(D(I,J),DSUB(X(K,I),X(K,J)))
    3 CONTINUE
COP   D(I,J)=D(I,J)*DSQRT(D(I,J))
      D(I,J)=DPOW(D(I,J),3.0D0)
      D(J,I)=D(I,J)
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
C    Jetzt sind alle Distanzen bekannt und es kann zur Berechnung
C    der Beschleunigungen übergegangen werden.
      DO5I=NP1,NF
COP   M0=M(1)+M(I)
      M0=DADD(M(1),M(I))
      DO6K=1,3
COP   DDX(K,I)=-M0*X(K,I)/D(I,1)
      DDX(K,I)=-DDIV(DMUL(M0,X(K,I)),D(I,1))
      DO7J=2,NF
      IF(I.EQ.J)GOTO7
COP   DDX(K,I)=DDX(K,I)+M(J)*((X(K,J)-X(K,I))/D(I,J)-X(K,J)/D(J,1))

      DDX(K,I)= DADD(DDX(K,I), DMUL(M(J),
     . DSUB(DDIV(DSUB(X(K,J),X(K,I)),D(I,J)) ,DDIV(X(K,J),D(J,1)))))

    7 CONTINUE
    6 CONTINUE
    5 CONTINUE
C    Ggf. Erde+Mond-Baryz., relativist. Effekte, nichtgrav.o.ä.Zusatzkr. add.
      IF(IMOND.NE.0)CALL MOND1(IMOND,NF,D00,T)
      IF(IFREL.NE.0)CALL REL(IFREL,IFREL0,NF)
      IF(NGR.NE.0.AND.TZ.NE..0D0)CALL NGF(NF,NGR,IFBV0)
      IF(IBAND.EQ.0)GOTO555
C     IF(IBAND.EQ.0.OR.TZ.NE..0D0)GOTO555   falls Planeten vollst.int.o.gelesen
      NREC0=NREC-NREC1
CT   Später weg:
      bd8(28,nrec0)=t
      DO544K=1,3
      BD8(K,NREC0)=XM(K)
```

```
      DO544I=2,NP
      BD8((I-1)*3+K,NREC0)=X(K,I)
  544 CONTINUE
      IF(NREC.EQ.NREC2)CALL BD80(1)
  555 CONTINUE
      IF(NP1.LE.2)GOTO549                                                CATA
      IF((IN.GE.LM1.OR.IANFG.EQ.LI).OR.NP1.NE.NF)GOTO549                 CATA
      bd8anf(28,lm1+in*ifvw)=t
      DO550K=1,3                                                         CATA
      BD8ANF(K,LM1+IN*IFVW)=XM(K)
      DO550I=2,NP                                                        CATA
      BD8ANF((I-1)*3+K,LM1+IN*IFVW)=X(K,I)
  550 CONTINUE                                                           CATA
      IANFG=IANFG+1                                                      CATA
  549 CONTINUE                                                           CATA
C   Jetzt werden noch ggf. die Differentialquotienten der Bahnverbesserung nach
C   der Methode von Sitarski, Acta Astronomica 21,Seite 87 (1971), berechnet.
C   Siehe auch 'Die Sterne' 59 Heft 3 S. 153f.,  Gl. [4, 17a]
      IF(IFBV0.EQ.0)RETURN
COP   D0=3.D0/D(NF,1)**D53*(M(1)+M(NF))
      D0=DDIV(DMUL(3.D0,DADD(M(1),M(NF))),DPOW(D(NF,1),D53))
      DO11L=1,3
      DO10K=1,3
      IF(NGR.EQ.0)G(K,L)=.0D0
COP   G(K,L)=G(K,L)+X(K,NF)*X(L,NF)*D0
      G(K,L)=DADD(G(K,L),DMUL(DMUL(X(K,NF),X(L,NF)),D0))
   10 CONTINUE
COP   G(L,L)=G(L,L)-(M(1)+M(NF))/D(NF,1)
      G(L,L)=DSUB(G(L,L),DDIV(DADD(M(1),M(NF)),D(NF,1)))
   11 CONTINUE
C   Die Summierung über J ergibt den Zusatz wegen den Planetenstörungen
      DO12J=2,NB1
COP   D0=3.D0/D(NF,J)**D53*M(J)
      D0=DMUL(DDIV(3.D0,DPOW(D(NF,J),D53)),M(J))
      DO13L=1,3
      DO14K=1,3
COP   G(K,L)=G(K,L)+(X(K,NF)-X(K,J))*(X(L,NF)-X(L,J))*D0
      G(K,L)=DADD(G(K,L),
     .     DMUL(DMUL(DSUB(X(K,NF),X(K,J)),DSUB(X(L,NF),X(L,J))),D0))
   14 CONTINUE
COP   G(L,L)=G(L,L)-M(J)/D(NF,J)
      G(L,L)=DSUB(G(L,L),DDIV(M(J),D(NF,J)))
   13 CONTINUE
   12 CONTINUE
C   gem. [21] und nachf. Anm.
      DO15I=NB2,N
      DO15K=1,3
      DDX(K,I)=G(K,1)*X(1,I)+G(K,2)*X(2,I)+G(K,3)*X(3,I)
     .+DG(K,1)*DX(1,I)+DG(K,2)*DX(2,I)+DG(K,3)*DX(3,I)
   15 CONTINUE
      IF(NGR.LT.1)RETURN
      DO17I=1,NGR
      DO17K=1,3
   17 DDX(K,NB6+I)=DDX(K,NB6+I)+G(K,3+I)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE NGF(NF,NGR,IFBV0)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Berücksichtigung zusätzlicher Kräfte, deren Konstanten (Parameter)
C   auch bestimmt werden können (z.B.nichtgravitative Kräfte oder
C   zu korrigierende Planetenmasse).  NGR=Anzahl der Kräfte bzw.
C   Parameter, NF=Index des Zusatzkörpers. IFVW wird gebraucht, falls eine
C   Kraft in Richtung der Geschw. wirkend angen.wird o.ä. (Zeitumkehr).
C   ISTIL=0: Zusatzkräfte fester Richtung (s.SUBR.NGF1)
C   ISTIL>0: Nichtgravitative Kräfte beliebiger Sorte (s.SUBR.NGF0)
```

```
C   Formeln gem.allgem. Formulierung in 'Die Sterne' 59(1983) H.3 S.153ff. in []
C   Die nichtgravitativen Kräfte werden in der allgemeinsten Form ({}=Summe)
C             Kraft(K)={A(K,IRTV)*F(IRTV)}  über IRTV=1 bis IRTVM   [6]
C   mit       F(IRTV)={APAR(IRTV,IS)*B(IRTV,IS)*FRTV(IRTV,IS)}  über IS
C   angesetzt. Dabei ist K=1,2,3 der Index für x,y,z, IRTV=1,2,3 für
C   radial, toroidal und vertikal zum Kometen, IS=<LS der Index des
C   betr. Summanden der gesamten radialen, toroidalen bzw. vertikalen
C   Kraftfunktion (r:=s:=t in [6]).   B(IRTV,IS) ist von einem Parameter
C   BPAR(IRTV,IS) und der Zeit abhängig [14].  Die vorkommenden Parameter
C       APAR(1,1) BPAR(1,1)      APAR(1,2) BPAR(1,2)  ....
C       APAR(2,1) BPAR(2,1)      APAR(2,2) BPAR(2,2)  ....
C       APAR(3,1) BPAR(3,1)      APAR(3,2) BPAR(3,2)  ....
C         (Hauptterme)             (weitere Terme)
C   können als Unbekannte berechnet werden, wobei die ersten davon (IS=1)
C   z.Bsp. den nichtgrav. Parametern A und deren zeitl.Veränd. B nach
C   Marsden entsprechen, die zweiten (IS=2) ggf. Zusatzgliedern dieser
C   Formel usw (je nach Ansatz in SUBR.NGF0).   DFRTV und DB sind die
C   Differentialquotienten von FRTV nach r div.durch r,  bzw. B nach BPAR.
C   Damit ohne große Anzahl an Unbekannten (LU) die i.d.R. wenigen zu
C   berücks. Parameter möglichst flexibel wählber sind, gibt
C   IPAR(IRTV,IS,IAB) =1 bzw. =0 an, welche der Parameter APAR oder BPAR
C   (IAB=1 bzw.2) berücksichtigt werden sollen und welche nicht. Ist z.Bsp.
C   ISTIL=2 und IPAR (1,1,1),(2,1,1) und (2,1,2) =1, so werden A1,A2,B2
C   nach Marsden Stil 2 verwendet.
C   IRTVM,ISM die aktuell max. vorkommenden Werte fuer IRTV,IS
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU3=LU-3,LS=3)
      EXTERNAL DSQRT
      DIMENSION A(3,3),F(3),DF(3),DFDPAR(3,4)
      COMMON/NG1/APAR(3,LS),BPAR(3,LS),IPAR(3,LS,2),IRTVM,ISM,
     .          FRTV(3,LS),DFRTV(3,LS),B(3,LS),DB(3,LS)
      COMMON/STIL/ISTIL/REL1/DX(3,LN),IFVW,IT,CL,ANF
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN)/BAHN/E(LU)/NG/G(3,LU3),DG(3,3)
      COMMON/ANZAHL/NN0,NF0,DG0,DT
      EQUIVALENCE (ANF,T0)
      DATA A,F,DF /9*.0D0,3*.0D0,3*.0D0/
      DATA DFDPAR /12*.0D0/
      M(I)=MOD(I+2,3)+1
      IF(ISTIL.EQ.0)GOTO7
C  ### Berechnung nichtgravitativer Kräfte bei Kometen ###
C   Berechnung der begleitenden Einheitsvektoren A am Körper, usw.[7,8]
      DO3K=1,3
C   Berücksichtigung der Integrationsrichtung
    3 DX(K,NF)=DX(K,NF)*IFVW
      R2=(X(1,NF)*X(1,NF)+X(2,NF)*X(2,NF)+X(3,NF)*X(3,NF))
      R=DSQRT(R2)
      RV=DX(1,NF)*X(1,NF)+DX(2,NF)*X(2,NF)+DX(3,NF)*X(3,NF)
      V2=DX(1,NF)*DX(1,NF)+DX(2,NF)*DX(2,NF)+DX(3,NF)*DX(3,NF)
      V=DSQRT(V2)
      RV2=RV*RV
      A0=R*DSQRT(R2*V2-RV2)
      DO10K=1,3
      A(K,1)=X(K,NF)/R
      A(K,2)=(R2*DX(K,NF)-RV*X(K,NF))/A0
      IF(IRTVM.EQ.3)A(K,3)=(X(M(K+1),NF)*DX(M(K+2),NF)-
     .     X(M(K-1),NF)*DX(M(K-2),NF))*R/A0
   10 CONTINUE
C   Aufruf der jeweiligen Kraftfunktion, zeitl. Veränderung usw
      TB=(ANF+IT*DT*IFVW-T0)/1.D4
      CALL NGF0(NGR,ISTIL,TB,R,R2,RV,IFBV0,DFDPAR)
C   Aufsummierung der gesamten radialen,transv. und vertikalen Kräfte
C   F entspricht den Summen in [6], DF denen in [17a]
      DO102IRTV=1,IRTVM
      F(IRTV)=.0D0
      DF(IRTV)=.0D0
```

```
      DO102IS=1,ISM
      IF(IPAR(IRTV,IS,1).EQ.0)GOTO102
      F(IRTV)=F(IRTV)+APAR(IRTV,IS)*B(IRTV,IS)*FRTV(IRTV,IS)
      IF(IFBV0.NE.0)
     .DF(IRTV)=DF(IRTV)+APAR(IRTV,IS)*B(IRTV,IS)*DFRTV(IRTV,IS)
  102 CONTINUE
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO9
C    Berechnung der Zeitentwicklungsterme der nichtgrav. Parameter [17b,17c]
C    IAB=1 bzw. 2 für die Parameter APAR [17b] bzw. BPAR [17c]:
      IUNB0=3
      DO103IS=1,ISM
      DO103IRTV=1,IRTVM
      DO103IAB=1,2
      IF(IPAR(IRTV,IS,IAB).EQ.0)GOTO103
C    E(3+IUNB0)= je nach IAB: APAR bzw. BPAR(IRTV,IS)
      IUNB0=IUNB0+1
      DO101K=1,3
      IF(IAB.EQ.1)G(K,IUNB0)=A(K,IRTV)*FRTV(IRTV,IS)*B(IRTV,IS)
      IF(IAB.EQ.2)
     .G(K,IUNB0)=A(K,IRTV)*APAR(IRTV,IS)*FRTV(IRTV,IS)*DB(IRTV,IS)
  101 CONTINUE
  103 CONTINUE
C    Hinzufügung der Zusatzterme zu den G(K=1-3,L=1-3)  [17a,17d]
      DO11K=1,3
      DO12L=1,3
      G(K,L)=-X(K,NF)*X(L,NF)/R2/R*F(1)+((R2*RV*DX(L,NF)
     .   -(2.D0*R2*V2-RV2)*X(L,NF))*A(K,2)/A0
     .   +2.D0*DX(K,NF)*X(L,NF)-X(K,NF)*DX(L,NF))/A0*F(2)
     .   +R2/A0/A0*A(K,3)*(RV*DX(L,NF)-V2*X(L,NF))*F(3)
     .   +A(K,1)*DF(1)+A(K,2)*DF(2)+A(K,3)*DF(3)
      DG(K,L)=-F(2)*((R2*R2*DX(L,NF)-R2*RV*X(L,NF))*A(K,2)/A0
     .+X(K,NF)*X(L,NF))/A0+R2/A0/A0*A(K,3)*(RV*X(L,NF)-R2*DX(L,NF))*F(3)
   12 CONTINUE
      G(K,K)=G(K,K)-RV*F(2)/A0+F(1)/R
      DG(K,K)=DG(K,K)+R2*F(2)/A0
C    Falls nur Kräfte in der Bahnebene, nachfolgende Anweisungen belanglos
      IF(IRTVM.LT.3)GOTO11
      G(K,M(K+1))=G(K,M(K+1))+DX(M(K+2),NF)*R/A0*F(3)
      G(K,M(K-1))=G(K,M(K-1))-DX(M(K-2),NF)*R/A0*F(3)
      DG(K,M(K+1))=DG(K,M(K+1))+X(M(K+2),NF)*R/A0*F(3)
      DG(K,M(K-1))=DG(K,M(K-1))-X(M(K-2),NF)*R/A0*F(3)
   11 CONTINUE
      IF(ISTIL.NE.5.AND.ISTIL.NE.6)GOTO9
C    Terme bei Variation des Kräfteverlaufes
      DO104I=1,4
      IU1=NGR-1+I
      DO104K=1,3
      G(K,IU1)=.0D0
      DO104IRTV=1,IRTVM
  104 G(K,IU1)=G(K,IU1)+F(IRTV)*A(K,IRTV)*DFDPAR(IRTV,I)
    9 CONTINUE
C    Hinzufügen zu der Beschleunigung des Körpers   [5,6]
      DO2K=1,3
      DDX(K,NF)=DDX(K,NF)+F(1)*A(K,1)+F(2)*A(K,2)+F(3)*A(K,3)
    2 CONTINUE
      RETURN
    7 CONTINUE
C   ### Zusatzkräfte mit fester Richtung    (Stil 0):
      DO8ING=1,NGR
      CALL NGF1(NF,ING,F)
      DO8K=1,3
      DO14L=1,3
   14 G(K,L)=.0D0
      IF(IFBV0.NE.0)G(K,3+ING)=F(K)
      DDX(K,NF)=DDX(K,NF)+F(K)*E(6+ING)
```

```
    8 CONTINUE
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDNGF
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU3=LU-3,LS=3,LS6=6*LS,LDATA=3*LU+LS6)
      COMMON/NG1/APAR(3,LS),BPAR(3,LS),IPAR(3,LS,2),IRTVM,ISM,
     .          FRTV(3,LS),DFRTV(3,LS),B(3,LS),DB(3,LS)
      COMMON/NG/G(3,LU3),DG(3,3)
      DATA IRTVM,ISM,IPAR /0,0,LS6*0/
      DATA B,DB,FRTV,DFRTV,G,DG /LS6*1.D0,LDATA*.0D0/
      END
      SUBROUTINE NGF0(NGR,ISTIL,TB,R,R2,RV,IFBV0,DFDPAR)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Vorgabe verschiedener Funktionen fuer nichtgravitative Kräfte.
C    FRVT(IRVT,IS) radiusabhängige Funktion fuer radiale, toroidale und
C    vertikale Kraftkomponente (IRTV=1,2,3),  B(IRTV,IS) ggf. zugehöriger
C    zeitlicher Wichtungsfaktor.  DFR=dFR/dR/R ,  DB0=dB0/dB
C    Bei Hinzunahme/Änderung der Modelle, die der zeitl. Änd. in FUNCT. BDB
C    nicht vergessen !
C    Stil 3 allg., bei E1=-2.15, E2=5.093, E3=-4.6142, R1=R11=2.808  wie Stil 2.
C    Bei gr.Distanz  dFR/dR prop. r**(E1+E2*E3). Bei Halley war Helligk. prop.
C    r**-7 ab R11=6 AE (IHW Newsl.No.7 S.26), daher Bedingg E1+E2*E3=-6 sinnvoll
C    Bei E1=0 (Kraft r-unabh.nahe Sonne) etwa E2=2,E3=-3, b.E1=-2: E2=2,E3=-2 .
      SAVE
      PARAMETER (LS=3,LLIM=LS-1,LU=16)
      EXTERNAL DEXP
      COMMON/LIM/NLIM,RLIM(LLIM),E1,E2,E3,R1,R11,CR(3),ALPHA(3)
      COMMON/BAHN/E(LU)
      COMMON/NG1/APAR(3,LS),BPAR(3,LS),IPAR(3,LS,2),IRTVM,ISM,
     .          FRTV(3,LS),DFRTV(3,LS),B(3,LS),DB(3,LS)
      DIMENSION FRTV0(3),DFRTV0(3),DFDPAR(3,4),U(4)
      EQUIVALENCE (FRTV0(1),FR),(FRTV0(2),FT),(FRTV0(3),FV)
      EQUIVALENCE (DFRTV0(1),DFR),(DFRTV0(2),DFT),(DFRTV0(3),DFV)
      DATA AL,AM,AN,AK,R0 /.111262D0,2.15D0,5.093D0,4.6142D0,2.808D0/
C     DATA IS,IS0 /1,1/
      IF(ISTIL.NE.1.AND.ISTIL.NE.6)GOTO2
C    Stil 1: Formel nach Whipple  (Stil 6: mit Verb. der Parameter d.Verlaufes)
      IF(ISTIL.NE.6)GOTO31
      CR(1)=E(NGR+3)
      ALPHA(1)=E(NGR+4)
C     IF(IRTVM.EQ.1)GOTO31
      CR(2)=E(NGR+5)
      ALPHA(2)=E(NGR+6)
   31 CONTINUE
      DO35IRTV=1,IRTVM
   35 FRTV0(IRTV)=DEXP(-R2/CR(IRTV))/R**ALPHA(IRTV)/1.6D7
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO10
      DO36IRTV=1,IRTVM
   36 DFRTV0(IRTV)=-(ALPHA(IRTV)/R+2.D0/CR(IRTV)*R)*FRTV0(IRTV)/R
      IF(ISTIL.NE.6)GOTO10
      DFDPAR(1,1)=R2/CR(1)/CR(1)*FRTV0(1)
      DFDPAR(1,2)=-DLOG(R)*FRTV0(1)
      IF(IRTVM.EQ.1)GOTO10
      DFDPAR(2,3)=R2/CR(2)/CR(2)*FRTV0(2)
      DFDPAR(2,4)=-DLOG(R)*FRTV0(2)
      GOTO10
    2 CONTINUE
      IF(ISTIL.NE.2)GOTO3
C    Stil 2: Formel nach Delsemme, Marsden und Sekanina
      FR=AL/(R/R0)**AM/(1.D0+(R/R0)**AN)**AK/1.D8
      FT=FR
      FV=FR
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO10
```

```
      DFR=-(AM+AK*AN*(1.D0-1.D0/(1.D0+(R/R0)**AN)))*FR/R2
      DFT=DFR
      DFV=DFR
      GOTO10
    3 CONTINUE
C    Stil 3: allgemein  f = AL * (R/R1)**E1 * (1+(R/R11)**E2)**E3
      IF(ISTIL.NE.3)GOTO4
      A0=R/R1
      B0=1.D0+(R/R11)**E2
      FR=AL*(A0**E1)*(B0**E3)/1.D8
      FT=FR
      FV=FR
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO10
      DFR=(E1+E2*E3*(1.D0-1.D0/B0))*FR/R2
      DFT=DFR
      DFV=DFR
      GOTO10
    4 CONTINUE
      IF(ISTIL.NE.4)GOTO5
C    Stil 4: explizit f.d.betr. Kometen vorgegebener Verlauf der
C    nichtgrav. Komponenten FR,FT,FV in Abhängigkeit von r und r*v  .
      CALL EXPL(R,RV,FR,FT,FV)
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO10
      CALL EXPL(R+1.D-8,RV,FR1,FT1,FV1)
      DFR=(FR1-FR)*1.D8/R
      DFT=(FT1-FT)*1.D8/R
      DFV=(FV1-FV)*1.D8/R
      GOTO10
    5 CONTINUE
C    Wie Stil 3 aber mit Verbesserung der Parameter E1,E2,E3,R11 [=U(1...4)]
      DO21I=1,4
   21 U(I)=E(NGR+2+I)
      DO23I=1,5
      IF(I.NE.1)U(I-1)=U(I-1)+1.D-7
      A0=R/U(4)
      B0=1.D0+(R/U(4))**U(2)
      FR=(A0**U(1))*(B0**U(3))/1.D8*AL
      IF(I.NE.1)GOTO22
      FR0=FR
      FT=FR
      FV=FR
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO22
      DFR=(U(1)+U(2)*U(3)*(1.D0-1.D0/B0))*FR/R2
      DFT=DFR
      DFV=DFR
      GOTO23
   22 CONTINUE
      U(I-1)=U(I-1)-1.D-7
      DO24IRTV=1,IRTVM
   24 DFDPAR(IRTV,I-1)=(FR-FR0)*1.D7/FR
   23 CONTINUE
C     GOTO10
   10 CONTINUE
C    ggf. stückeweise Berechnung von A1,A2 ... (IS=Index). Als Beispiel
C    Unterscheidung: IS0=1 für perihelnah mit r<RLIM1, IS0=2 für r>RLIM1
C    und vor dem Perihel, IS0=3 für r>RLIM1 und nach dem Perihel
C    Falls RV> bzw. <0 , nach bzw. vor dem Perihel.
      IS0=1
      IF(NLIM.EQ.0)GOTO16
      DO15ILIM=1,NLIM
      IF(RLIM(ILIM)*RV.LE..0D0.OR.R.LE.DABS(RLIM(ILIM)))GOTO15
      IF(IS0.EQ.1)GOTO115
      IF(DABS(RLIM(ILIM)).LT.DABS(RLIM(IS0-1)))GOTO15
  115 IS0=ILIM+1
   15 CONTINUE
```

```
   16 CONTINUE
      DO11IS=1,ISM
      DO12IRTV=1,IRTVM
      FRTV(IRTV,IS)=.0D0
      B(IRTV,IS)=1.D0
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO12
      DFRTV(IRTV,IS)=.0D0
      DB(IRTV,IS)=.0D0
   12 CONTINUE
C    Abfrage ob im betr. Bahnabschnitt
      IF(IS.NE.IS0)GOTO11
C    Bei Halley über 6 AU keine nichtgrav. Kräfte angenommen !!
      if(nlim.gt.0.and.r.gt.6.0D0)goto11                              HALLEY
      DO14IRTV=1,IRTVM
      IF(IPAR(IRTV,IS,1).NE.0)FRTV(IRTV,IS)=FRTV0(IRTV)
      IF(IPAR(IRTV,IS,2).NE.0)B(IRTV,IS)=BDB(ISTIL,1,TB,BPAR(IRTV,IS))
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO14
      IF(IPAR(IRTV,IS,1).NE.0)DFRTV(IRTV,IS)=DFRTV0(IRTV)
      IF(IPAR(IRTV,IS,2).NE.0)DB(IRTV,IS)=BDB(ISTIL,2,TB,B(IRTV,IS))
   14 CONTINUE
   11 CONTINUE
      RETURN
      END
      DOUBLE PRECISION FUNCTION BDB(ISTIL,IBDB,TB,B)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Berechnet den Zeitfaktor B (bei IBDB=1) bzw. dessen Ableitung DB0
C    nach den Zeitparametern BPAR (bei IBDB=2) der nichtgravitativen
C    Kräfte (siehe SUBR.NGF,NGF0). Bei IBDB=1 bzw. 2 entspricht obiger
C    Übergabeparameter B dem BPAR bzw. B in SUBR.NGF.  Bei ISTIL=1
C    exponentieller Zeitverlauf, ansonsten linearer angenommen.
C    Bei Bedarf für die einzelnen Terme (IS=1,2,... in SUBR.NGF) unter-
C    schiedliche Zeitfaktoren einbauen. Siehe 'Die Sterne' 59(1983) p.153ff.
C    Gl. [14,17a-d] .
      EXTERNAL DEXP
      SAVE
      DATA C /.0D0/
      IF(IBDB.EQ.2)GOTO2
      IF(ISTIL.EQ.1)BDB=DEXP(-TB*B)
      IF(ISTIL.NE.1)BDB=1.D0-TB*B+TB*TB*C
      RETURN
    2 CONTINUE
      IF(ISTIL.EQ.1)BDB=-TB*B
      IF(ISTIL.NE.1)BDB=-TB
      RETURN
      END
      SUBROUTINE EXPL(R,RV,A10,A20,A30)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Interpoliert die nichtgravitativen Parameter A1 und A2 beim Halley'schen
C    Kometen als Funktion der heliozentrischen Distanz R nach dem Modell
C    von H.Rickmann und C.Froeschle ('Com.Expl.' Vol. III p. 120), für
C    therm. Trägheit 130,500 oder 1000 (ITH=1,2 oder 3). RV>0 bzw. <0
C    nach bzw. vor dem Perihel (IRV=1 bzw 2).
      SAVE
      COMMON/STIL/ISTIL,ITH
      DIMENSION A1(2,3,10),A2(2,3,10)
C    Modell mit Rotationsdauer von 10 Stunden (Itherm=130,500,1000):
C                        ITH=1                  ITH=2                  ITH=3              r(AE)
      DATA A1 /  -8.81D0, -8.81D0,   -8.81D0, -8.81D0,   -8.81D0, -8.81D0,     0.5
     .           -8.85D0, -8.85D0,   -8.89D0, -8.89D0,   -8.93D0, -8.93D0,     1.0
     .           -8.87D0, -8.87D0,   -8.97D0, -8.97D0,   -9.08D0, -9.08D0,     1.5
     .           -8.80D0, -8.80D0,   -9.04D0, -9.04D0,   -9.28D0, -9.33D0,     2.0
     .           -8.52D0, -8.52D0,   -9.10D0, -9.21D0,   -9.48D0, -9.84D0,     2.5
     .           -8.26D0, -8.26D0,   -9.17D0, -9.42D0,   -9.65D0,-10.30D0,     3.0
     .           -8.18D0, -8.18D0,   -9.26D0, -9.65D0,   -9.78D0,-10.76D0,     3.5
     .           -8.28D0, -8.28D0,   -9.38D0, -9.89D0,   -9.95D0,-11.18D0,     4.0
```

```
     .           -8.46D0, -8.46D0,  -9.50D0,-10.12D0, -10.12D0,-11.65D0,    4.5
     .           -8.65D0, -8.65D0,  -9.61D0,-10.36D0, -10.29D0,-12.06D0/    5.0
      DATA A2 / -10.64D0,-10.64D0, -10.25D0,-10.25D0, -10.00D0,-10.00D0,    0.5
     .          -10.21D0,-10.22D0,  -9.85D0, -9.86D0,  -9.71D0, -9.73D0,    1.0
     .           -9.95D0, -9.92D0,  -9.70D0, -9.67D0,  -9.65D0, -9.61D0,    1.5
     .           -9.66D0, -9.58D0,  -9.57D0, -9.51D0,  -9.70D0, -9.67D0,    2.0
     .           -9.28D0, -9.12D0,  -9.46D0, -9.51D0,  -9.80D0,-10.08D0,    2.5
     .           -8.90D0, -8.73D0,  -9.45D0, -9.70D0,  -9.92D0,-10.48D0,    3.0
     .           -8.64D0, -8.60D0,  -9.58D0, -9.90D0, -10.07D0,-10.90D0,    3.5
     .           -8.55D0, -8.65D0,  -9.78D0,-10.10D0, -10.20D0,-11.28D0,    4.0
     .           -8.57D0, -8.78D0,  -9.99D0,-10.29D0, -10.38D0,-11.65D0,    4.5
     .           -8.75D0, -9.03D0, -10.20D0,-10.50D0, -10.56D0,-12.10D0/    5.0
*    Modell mit Rotationsdauer von 50 Stunden (Itherm=130,1000):
*                      ITH=1                     ITH=2            Delsemme
*     DATA A1 / -8.819D0, -8.819D0,    -8.834D0, -8.834D0,   -8.D0, -8.D0,     .5
*    .          -8.837D0, -8.836D0,    -8.892D0, -8.893D0,   -8.D0, -8.D0,    1.0
*    .          -8.844D0, -8.845D0,    -8.988D0, -8.995D0,   -8.D0, -8.D0,    1.5
*    .          -8.730D0, -8.740D0,    -9.090D0, -9.142D0,   -8.D0, -8.D0,    2.0
*    .          -8.418D0, -8.433D0,    -9.216D0, -9.417D0,   -8.D0, -8.D0,    2.5
*    .          -7.991D0, -7.993D0,    -9.328D0, -9.918D0,   -8.D0, -8.D0,    3.0
*    .          -7.541D0, -7.510D0,    -9.405D0,-10.597D0,   -8.D0, -8.D0,    3.5
*    .          -7.155D0, -7.201D0,    -9.424D0,-11.154D0,   -8.D0, -8.D0,    4.0
*    .          -7.236D0, -7.478D0,    -9.249D0,-11.262D0,   -8.D0, -8.D0,    4.5
*    .          -7.267D0, -7.583D0,    -9.075D0,-11.579D0,   -8.D0, -8.D0/    5.0
*     DATA A2/ -10.955D0,-10.955D0,  -10.330D0,-10.330D0,   -8.D0, -8.D0,     .5
*    .         -10.484D0,-10.509D0,    -9.885D0, -9.912D0,   -8.D0, -8.D0,    1.0
*    .         -10.200D0,-10.171D0,    -9.723D0, -9.698D0,   -8.D0, -8.D0,    1.5
*    .          -9.865D0, -9.818D0,    -9.621D0, -9.612D0,   -8.D0, -8.D0,    2.0
*    .          -9.368D0, -9.322D0,    -9.596D0, -9.725D0,   -8.D0, -8.D0,    2.5
*    .          -8.780D0, -8.728D0,    -9.636D0,-10.156D0,   -8.D0, -8.D0,    3.0
*    .          -8.197D0, -8.115D0,    -9.689D0,-10.839D0,   -8.D0, -8.D0,    3.5
*    .          -7.709D0, -7.718D0,    -9.711D0,-11.403D0,   -8.D0, -8.D0,    4.0
*    .          -7.743D0, -7.951D0,    -9.484D0,-11.447D0,   -8.D0, -8.D0,    4.5
*    .          -7.740D0, -8.026D0,    -9.295D0,-11.759D0,   -8.D0, -8.D0/    5.0
      DATA AL,AM,AN,AK,R1 /.111262D0,2.15D0,5.093D0,4.6142D0,2.808D0/
      F=AL/(R/R1)**AM/(1.D0+(R/R1)**AN)**AK/1.D8
      IF(RV.GE..0D0)IRV=1
      IF(RV.LT..0D0)IRV=2
      I0=MIN(IDINT(R/0.5D0),8)
      R0=R/0.5D0-I0*1.D0
      R00=R0*(R0-1.D0)/2.D0
      IF(R0.GT.2.D0)GOTO1
      A10=10.D0**(A1(IRV,ITH,I0)+(A1(IRV,ITH,I0+1)-A1(IRV,ITH,I0))*R0
     .+(A1(IRV,ITH,I0+2)+A1(IRV,ITH,I0)-2.D0*A1(IRV,ITH,I0+1))*R00+8.D0)
      A20=10.D0**(A2(IRV,ITH,I0)+(A2(IRV,ITH,I0+1)-A2(IRV,ITH,I0))*R0
     .+(A2(IRV,ITH,I0+2)+A2(IRV,ITH,I0)-2.D0*A2(IRV,ITH,I0+1))*R00+8.D0)
      GOTO2
    1 CONTINUE
      A10=10.D0**(A1(IRV,ITH,10)*(R0-1.D0)-A1(IRV,ITH,9)*(R0-2.D0)+8.D0)
      A20=10.D0**(A2(IRV,ITH,10)*(R0-1.D0)-A2(IRV,ITH,9)*(R0-2.D0)+8.D0)
    2 CONTINUE
      A10=F*A10
      A20=F*A20
      A30=F
      RETURN
      END
      SUBROUTINE NGF1(NF,I,F)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Ggf. Berechnung der als konstant anzusehenden (alle Änderungen klein)
C    Richtung F einer Kraft, deren Parameter zu bestimmen ist, z.Bsp.
C    Korr.d.Erdortes (IF=1), Verbess.einer Planetenmasse (IF=2) oder
C    Berechnung einer -abplattung (IF=3).  IF=4: Berechnung von Masse eines
C    Planeten (I=1), Masse eines großen Mondes (I=2), und Abplattung des
C    Planeten (I=3) mit einem kleinen Mond.
      SAVE
```

```
      PARAMETER (LU=16,L1=LU-6,LN=27)
      EXTERNAL DSQRT
      DIMENSION F(3),A(3),B(3),XM0(3),XM(3),XN(3)
      COMMON/STIL/IST,IF,L0(L1)/MASSE/AM(LN),NZENTZ/OG/X(3,22)/IO/GD(LU)
      COMMON/REL1/DX(3,LN),IFVW,IN,CL,ANF/ANZAHL/NN0,NF0,DG0,DT
      EQUIVALENCE (X(1,4),XE),(X(2,4),YE),(X(3,4),ZE)
      DATA DL,CE,SE /.48481D-6,.9174D0,.3980D0/
C     DATA L,B,C /1,.12194D0,-.42454D0,.89716D0,-3.246825D-10/        Sonne
      DATA L,B,C /9,.31727D0,-.68980D0,.65077D0,-3.958D-13/           Neptun
      IF(IF.NE.1)GOTO4
C    ### Korrektur der Erdbahn aus Störungen auf erdnahe Objekte, I=1 bis 2 ###
C     Einheit für Ein- u.Ausgabe sowie ggf. in SUBR.IFEST    1" (DL rad) !
C     Variation der Erdrektasz. um 1"  (Anschluß eines Radarsystemes)
      X0=XE-YE*DL
      Y0=YE+XE*DL
      Z0=ZE
C     Variation der Erdlänge um 1"
      X0=XE-(YE*CE+ZE*SE)*DL
      Y0=YE+XE*CE*DL
      Z0=ZE+YE*SE*DL
      IF(I.NE.2)GOTO3
C     Variation der Schiefe der Ekliptik um 1"  ... noch einbauen
    3 CONTINUE
C     IF(I.NE.1)GOTO4
      D0=DSQRT((X(1,NF)-X0)**2+(X(2,NF)-Y0)**2+(X(3,NF)-Z0)**2)**3
      DE=DSQRT((X(1,NF)-XE)**2+(X(2,NF)-YE)**2+(X(3,NF)-ZE)**2)**3
      R0=DSQRT(X0*X0+Y0*Y0+Z0*Z0)**3
      RE=DSQRT(XE*XE+YE*YE+ZE*ZE)**3
C     Komponenten der bei der Änderung entstehenden Zusatzkraft
      F(1)=AM(4)*((X0-X(1,NF))/D0-(XE-X(1,NF))/DE-X0/R0+XE/RE)
      F(2)=AM(4)*((Y0-X(1,NF))/D0-(YE-X(1,NF))/DE-Y0/R0+YE/RE)
      F(3)=AM(4)*((Z0-X(1,NF))/D0-(ZE-X(1,NF))/DE-Z0/R0+ZE/RE)
      RETURN
    4 CONTINUE
      IF(IF.NE.2)GOTO5
C    ### Verbesserung der Masse (=E(7)) des L-ten Körpers, I=1  ###
C     Reihenfolge der Unbekannten (Index der Planeten) siehe L0.
C     Einheit für Ein- u.Ausgabe sowie ggf. in SUBR.IFEST    1.D-8 Zentralmassen
      L=L0(I)
      XP=X(1,L)
      YP=X(2,L)
      ZP=X(3,L)
   15 CONTINUE
      U=XP*XP+YP*YP+ZP*ZP
      T=(XP-X(1,NF))**2+(YP-X(2,NF))**2+(ZP-X(3,NF))**2
      T=T*DSQRT(T)
      U=U*DSQRT(U)
      F(1)=((XP-X(1,NF))/T-XP/U)/1.D8*AM(NZENTZ)
      F(2)=((YP-X(2,NF))/T-YP/U)/1.D8*AM(NZENTZ)
      F(3)=((ZP-X(3,NF))/T-ZP/U)/1.D8*AM(NZENTZ)
      RETURN
    5 CONTINUE
      IF(IF.NE.3)GOTO6
   17 CONTINUE
C    ### Berechnung der dynamischen Abplattung J(=E(7)) des L-ten Körpers,I=1 ###
C     C=-1.5D-5*RADIUS(L)**2 (J2 in E-5), B(1,2,3) Einheitsvektor zum Pol von L
      R2=.0D0
      RB=.0D0
      DO30K=1,3
      A(K)=X(K,NF)-X(K,L)
      R2=R2+A(K)*A(K)
      RB=RB+B(K)*A(K)
   30 CONTINUE
      DO31K=1,3
   31 F(K)=(A(K)+(2.D0*B(K)-5.D0*RB/R2*A(K))*RB)*C*AM(L)/R2/R2/DSQRT(R2)
```

```
      RETURN
    6 CONTINUE
      IF(IF.NE.4)GOTO7
C  ### Berechnung von Masse des Planeten (I=1), Masse eines großen Mondes (I=2)
C   und Abplattung des Planeten NZENTZ (I=3) mit einem kleinen Mond NF
C   Wenn Faktor 1.D-8 geändert wird, bei Gaußscher Konstante in SUBR.INPUT2
C   und ELEM ebenfalls entsprechend ändern !!
      IF(I.NE.1)GOTO18
      XP=X(1,NZENTZ)
      YP=X(2,NZENTZ)
      ZP=X(3,NZENTZ)
      GOTO15
   18 IF(I.NE.2)GOTO19
      ZEIT=ANF+DT*IFVW*IN
      CALL MOND2(ZEIT,XM0(1),XM0(2),XM0(3))
      DO22K=1,3
C   Ort von Planet bzw. Satellit (L=1/2)
      XN(K)=X(K,NZENTZ)-XM0(K)*1.D-8
      XM(K)=X(K,NZENTZ)+XM0(K)
   22 CONTINUE
      D0M=DSQRT(XM(1)**2+XM(2)**2+XM(3)**2)**3
      D0N=DSQRT(XN(1)**2+XN(2)**2+XN(3)**2)**3
      D0Z=DSQRT(X(1,NZENTZ)**2+X(2,NZENTZ)**2+X(3,NZENTZ)**2)**3
      D1M=DSQRT((X(1,NF)-XM(1))**2+(X(2,NF)-XM(2))**2+
     .     (X(3,NF)-XM(3))**2)**3
      D1N=DSQRT((X(1,NF)-XN(1))**2+(X(2,NF)-XN(2))**2+
     .     (X(3,NF)-XN(3))**2)**3
      D1Z=DSQRT((X(1,NF)-X(1,NZENTZ))**2+(X(2,NF)-X(2,NZENTZ))**2
     .    +(X(3,NF)-X(3,NZENTZ))**2)**3
      DO23K=1,3
      F(K)=(((XN(K)-X(K,NF))/D1N - XN(K)/D0N)
     .     -((X(K,NZENTZ)-X(K,NF))/D1Z - X(K,NZENTZ)/D0Z)
     .     +((XM(K)-X(K,NF))/D1M - XM(K)/D0M)*1.D-8)*AM(NZENTZ)
   23 CONTINUE
      RETURN
   19 CONTINUE
      L=NZENTZ
      GOTO17
    7 CONTINUE
C  ### sekulare Veränderung d.gr.Bahnhalbachse   ###
C   Siehe  G.Sitarski, Acta Astr. 31(1981) S.473.  Als Unbekannte wird
C   verwendet   da/dt  /2a  in E9 Tagen
      DO32K=1,3
   32 F(K)=DX(K,NF)*DT*DT*IFVW*1.D-9
      RETURN
C  ### Wegen Konv. in SUBR.ANFANG alles auf ca. 1.E-5 bis -8 normieren.   ###
      END
      BLOCK DATA BDNGF1
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,L1=LU-6,LDATA=L1-5)
      COMMON/STIL/IST,IF,L0(L1)
C   Anzahl/Reihenfolge ggf. korrigieren.
C   * Achtung ! * Falls Planeten von Datei gel.werden, dort. Reihenfolge überp.
      DATA IST,L0 /2, 8,7,6,4,3,LDATA*0/
      END
      SUBROUTINE MOND2(T,X,Y,Z)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Monde von Planeten. A,I,K,U gr.Bahnhalbachse [AE], Neigung, Knotenlänge
C   und Argument der Deklination   (relativ zum Erdäquator)
C   Nachfolgende Werte für Triton, Bei Bedarf ändern.
      SAVE
      REAL SIN,COS,AMOD
      EXTERNAL SIN,COS,AMOD,DMOD
      REAL TE,K,I,U,A,RR
      DATA RR /57.29578/
```

```
      DATA A /0.0023683/
      T1=T-2411368.D0
      TE=T1/365.25
      K=AMOD(185.15+0.148*TE,360.)/RR
      I=AMOD(119.35-0.165*TE,360.)/RR
      U=DMOD(234.42D0+61.25748D0*T1,360.D0)/RR
      X=A*(COS(U)*COS(K)-SIN(U)*SIN(K)*SIN(I))
      Y=A*(COS(U)*SIN(K)+SIN(U)*COS(K)*COS(I))
      Z=A*SIN(U)*SIN(I)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE REL(IFREL,N1,N2)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Programm berücksichtigt die relativistischen Effekte in linearer
C   Näherung (PPN).
C   IFREL=0: ohne relativist.Effekte, IFREL=1: Standardkoordinaten und
C   Schwarzschildmetrik,  IFREL>1 isotrope (in ausr.Näherung auch harmo-
C   nische) Koordinaten: IFREL=3 allgemeine Form, Verwendung nachfolgender
C   Werte für Parameter B=Beta und C=Gamma in der Eddington-Robertson-
C   Reihe (C=(w+1)/(w+2) bei Brans-Dicke-Theorie), IFREL=2 Spezialfall
C   B=C=1 (Schwarzschildmetrik), IFREL=4 vereinfachte Form von 1.
C   Die ein- und ausgegebenen Koordinaten, Geschwindigkeiten und Elemente
C   beziehen sich alle auf die gleiche angegebene Form.  Falls nicht die
C   Sonne der Zentralkörper im Ursprung ist, A0=M(1)/CL.
      SAVE
      PARAMETER (LN=27)
      EXTERNAL DSQRT,DADD,DMUL,DDIV
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN)/REL1/DX(3,LN),IFVW,IT,CL/MASSE/M(LN)
      COMMON/METRIK/B,C
      DOUBLE PRECISION M
      DATA A0 /9.87062871063D-9/
      DO24I=N1,N2
      HA=.0D0
      R2=.0D0
      V2=.0D0
      DO999K=1,3
      HA=DADD(HA,DMUL(DX(K,I),X(K,I)))
      R2=DADD(R2,DMUL(X(K,I),X(K,I)))
      V2=DADD(V2,DMUL(DX(K,I),DX(K,I)))
  999 CONTINUE
COP   HA=DX(1,I)*X(1,I)+DX(2,I)*X(2,I)+DX(3,I)*X(3,I)
COP   R2=X(1,I)*X(1,I)+X(2,I)*X(2,I)+X(3,I)*X(3,I)
      R=DSQRT(R2)
COP   V2=DX(1,I)*DX(1,I)+DX(2,I)*DX(2,I)+DX(3,I)*DX(3,I)
COP   AM=M(1)+M(I)
      AM=DADD(M(1),M(I))
      IF(IFREL.NE.1)GOTO2
COP   A0=AM/CL
      A0=DDIV(AM,CL)
      H1=A0/R-V2/CL+HA*HA/CL/R2*(1.D0+1.D0/(2.D0-4.D0*A0/R))
      H2=HA/(1.D0-2.D0*A0/R)
C     H1=A0/R-V2/CL+1.5D0*HA*HA/CL/R2
C     H2=HA
      GOTO5
    2 IF(IFREL.NE.2)GOTO3
      H1=2.D0*A0/R-.5D0*V2/CL
      H2=2.D0*HA
      GOTO5
    3 IF(IFREL.NE.3)GOTO4
      H1=(B+C)*A0/R-.5D0*C*V2/CL
      H2=(1.D0+C)*HA
      GOTO5
    4 CONTINUE
C   Bei IFREL>3 vereinfachte Schwarzschildlösung
      H1=(-R2*V2+HA*HA)*1.5D0/CL/R/R2
```

```
      H2=.0D0
    5 CONTINUE
      DO25K=1,3
      DDX(K,I)=DDX(K,I)+(H1*X(K,I)*AM+H2*DX(K,I)*A0)*2.D0/R2/R
   25 CONTINUE
   24 CONTINUE
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDREL
      SAVE
      DOUBLE PRECISION B,C
      COMMON/METRIK/B,C
      DATA B,C /1.D0,.875D0/
      END
      SUBROUTINE GESCHW(J0,N1,N2)
C    Interpoliert aus den Örtern für 11 Zeiten die Geschwindigkeiten
C    zwecks Berechnung relativistischer Effekte, nichtgrav. Kräfte, sowie
C    deren Differentialquotienten.
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1)/REL1/GE(3,LN)
      DIMENSION B(3,LN,LI),A(LI),A0(LI)
      SAVE
      IF(J0.NE.0)GOTO1
      DO2I=N1,N2
      DO3K=1,3
      DO4J=1,LI
      A(J)=Y(K,I,J)
    4 CONTINUE
      CALL INT1(LI,A,A0)
      DO5J=1,LI
      B(K,I,J)=A0(J)
    5 CONTINUE
    3 CONTINUE
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
      DO6I=N1,N2
      DO7K=1,3
      DO8J=1,LI
      A0(J)=B(K,I,J)
    8 CONTINUE
      CALL INT3(LI,A0,J0*1.D0,GE(K,I))
    7 CONTINUE
    6 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE GESCH(N1,N2)
C    Genaue Berechnung der Geschwindigkeiten zwecks Ableitung oskulierender
C    Elemente.
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1)
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
      COMMON/POLYNO/F(LI),G(LI1)
      DO24I=N1,N2
      DO24K=1,3
      DX(K,I)=Y(K,I,LI1)
      DO25L=1,LI1
      DX(K,I)=DX(K,I)+G(L)*DDY(K,I,L)
   25 CONTINUE
   24 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE GESCH1(N1,N2)
```

```
C    Berechnung der Geschwindigkeiten in ausreichender Näherung zur
C    Ableitung der relativistischen Effekte und Differentialquotienten der
C    nichtgrav. Parameter              (Prediktor).
       IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
       SAVE
       PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LI2=4)
       COMMON/REL1/GE(3,LN)
       COMMON/POLYNO/F(LI),G(LI1),ABERR,H(LI2)
       COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
       DO1I=N1,N2
       DO1K=1,3
       GE(K,I)=Y(K,I,LI1)
       DO1L=1,LI2
       GE(K,I)=GE(K,I)+H(L)*DDY(K,I,L)
     1 CONTINUE
       RETURN
       END
       SUBROUTINE UMKEHR(L,NP1,N,NGR,IFREL,IFREL0)
       IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C    Unterprogramm zum zeitlichen Umkehren d. Differenzenschemas an dem Zeitpunkt
C    J=5 und Berechnen der Beschleunigungen der umgekehrten oder nicht umgek.
C    (L>0 bzw.=0) Ortsmatrix für alle Zeiten zum Beginn einer Integration.
       SAVE
       PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LM=LI/2,LM1=LM+1)
       COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN)
       COMMON/MASSE/M/REL1/DXR(3,LN),IFVW,IN
       COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
       DOUBLE PRECISION M(LN)
       IF(L.EQ.0)GOTO4
       DO1J=1,LM
       DO2I=NP1,N
       DO3K=1,3
       A=Y(K,I,J)
       Y(K,I,J)=Y(K,I,LI1-J)
       Y(K,I,LI1-J)=A
     3 CONTINUE
     2 CONTINUE
     1 CONTINUE
C    Berechnung der Beschleunigungen
     4 CONTINUE
       DO5J=1,LI
       DO6I=NP1,N
       DO7K=1,3
       X(K,I)=Y(K,I,J)
     7 CONTINUE
     6 CONTINUE
       IF(NGR.NE.0.OR.IFREL.NE.0)CALL GESCHW(J-1,IFREL0,N)
       IN=J-LM1
       CALL BESCHL
       DO8I=NP1,N
       DO9K=1,3
       DDY(K,I,J)=DDX(K,I)
     9 CONTINUE
     8 CONTINUE
     5 CONTINUE
       RETURN
       END
       SUBROUTINE INPUT1(T,N,DT,DGESCH,IFRECT)
       IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Eingabe der Initialdaten der Planeten.
       SAVE
       PARAMETER (LN=27)
       EXTERNAL DSQRT
       COMMON/MASSE/AM(LN),NZENTZ,GK/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
       COMMON/BAND1/NP1
```

```
      CALL JD2(T*1.D0,T)
      IF(IFRECT.GE.2)CALL BD8B(IFRECT,DT)
      IF(NP1.GT.N)GOTO4
      WRITE(6,5)DT,T,DATUM(T),DGESCH
    5 FORMAT(/1X,'<ESC!20>','Integrationsschrittweite',F7.2,' Tage'/,
     .' Anfangswerte für JD',F11.2,' = ',F11.2,' :',5X,'(dT=',
     .F7.2,' Tage)','<ESC!4>',/)
      WRITE(6,8)
    8 FORMAT(10X,'X',16X,'Y',16X,'Z',14X,'dX/dT',12X,'dY/dT',
     .12X,'dZ/dT',10X,'M/dT**2'/)
      F=DT/DGESCH
      IF(IFRECT.LT.2)AM(1)=(0.01720209895D0*DT)**2
      WRITE(6,12)X(1,1),X(2,1),X(3,1),
     .      DX(1,1)/F,DX(2,1)/F,DX(3,1)/F,AM(1)/F**2
      IF(NP1.NE.2)GOTO14
      IF(IFRECT.EQ.0)READ(5,3)GK,(X(1,K),DX(1,K),K=1,3)
      IF(IFRECT.EQ.0)AM(1)=(GK*DT)**2
    3 FORMAT(G15.10,6G6.3)
   14 CONTINUE
      DO1I=NP1,N
      IF(IFRECT.EQ.1)CALL ININV(X(1,I),X(2,I),X(3,I),
     .            DX(1,I),DX(2,I),DX(3,I),AM(I),F)
      IF(IFRECT.EQ.0.AND.I.NE.1)CALL ININV0(0,X(1,I),X(2,I),X(3,I),
     .       DX(1,I),DX(2,I),DX(3,I),T,AM(I),AM(1),DT,ID1,GR)
      WRITE(6,12)X(1,I),X(2,I),X(3,I),
     .      DX(1,I)/F,DX(2,I)/F,DX(3,I)/F,AM(I)/F**2
   12 FORMAT(1X,6F17.13,1X,G17.12,1X)
    1 CONTINUE
    4 IF(IFRECT.NE.0.OR.NP1.NE.2)GK=DSQRT(AM(1)/DT/DT)
      WRITE(6,2)
    2 FORMAT(/)
      CALL ZENTR
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INPUT2(T,NF,DT,DGESCH,NGR)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Einlesen des Zusatzkörpers (evtl.zusätzl.Kräfte, Elemente)
C   NZENTZ Nr. des Zentralkörpers (b.Monden), IFMT ob Ausgabe der
C   Elemente formatiert oder nicht, IEPC ob am Integrationsende stanzen
C   ISTIL0: Bei ISTIL=0 bzw.=4 Art der Zusatzkraft bzw.Modell in SUBR.EXPL
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU6=LU-6,LS=3,LLIM=LS-1)
      CHARACTER*1 ITM,ITN,ITZ,ITF,ITK,ITC,ITST,IM
CUNI  CHARACTER*4 ITEXT
      CHARACTER*80 ITEXT
CUNI  DIMENSION ITEXT(20)
      COMMON/ZUSK/TZ,IEPHE,IOBS,IANFG,IENDE,IBV0,NGR0,GR
      COMMON/EQUIN/EQ,IRES,IUT/BAHN/E(LU)
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)/MASSE/AM(LN),NZENTZ,GK
      COMMON/STIL/ISTIL,ISTIL0,L0(LU6)/REL1/DXR(3,LN),IFVW
      COMMON/IO/GD(LU),IFMT,IEPC/BAND1/NP1/BAND/NP,ANFP,DTP
      COMMON/LIM/NLIM,RLIM(LLIM),E1,E2,E3,R1,R11,CR(3),ALPHA(3)
      DATA ITM,ITN,ITZ,ITF,ITK,ITC,ITST /'M','N','Z','F','K','C','*'/
      DATA INGR /0/
C   Eingabe der Steuergrößen, nichtgrav.Kräfte, etc
    5 READ(5,1)ITEXT
    1 FORMAT(A80)
CUNI1 FORMAT(20A4)
C     READ(ITEXT,7)IM                                                   $ATA#
C     IF(IM.EQ.' ')TZ=.0D0
C     IF(IM.EQ.' ')GOTO6
C     IF(IM.NE.'1')GOTO4                                                $ATA#
CUNI  DECODE(80,2,ITEXT,ERR=4)TZ,IBV0,IEPHE,IUT,NGR,IRES,IFRECT,
      READ(ITEXT,2,ERR=4)TZ,IBV0,IEPHE,IUT,NGR,IRES,IFRECT,
     .      TANFG,TENDE,(E(J),J=7,NGR+6)
```

```
    2 FORMAT(D14.8,2I2,4I1,2D13.3,(4D8.2))
      IF(NGR.GT.4)READ(5,3)(E(J),J=11,NGR+6)
    3 FORMAT(10D8.2)
      GOTO6
CUN 4 DECODE(1,7,ITEXT,ERR=8)IM
    4 READ(ITEXT,7,ERR=8)IM
    7 FORMAT(A1)
C   optionsweise Eingabe von Masse (IM=1HM),NZENTZ(.=1HZ), Stil(.=1HK). Falls
C   NAMELIST-Eingabe der Elemente bzw. nichtgr.Parameter, IM=1HF bzw. =1HN.
C   Erstes Eingabezeichen C oder * bedeutet Kommentar, wird direkt ausgedruckt.
C   Bei ISTIL.NE.0 und Aufteilung der Bahn, Eingabe der Grenzen RLIM,
C   bei ISTIL=3 davor außerdem die Parameter d.Kräfteverlaufs (S.SUBR.NGF0).
C   Bei ISTIL=0 und ISTIL0=2 nach IM Reihenfolge L0 der Planeten eingeben
C   deren Masse zu berechnen ist (s.SUBR.NGF1). Warnung: Falls Planeten von
C   Datei lesen, deren Reihenf. genau überpr.! Hinter IM=1HF eine Zahl stellen,
C   falls nach Integrationsende Ausgabe im Eingabeformat (Kanal 9) zur Fort-
C   setzung der Integration erfolgen soll.  Masse in rezipr.Sonnenm. eingeben.
      IF(IM.NE.ITC.AND.IM.NE.ITST)GOTO40
      WRITE(6,39)ITEXT
   39 FORMAT(1X,'<ESC!16>',A80,'<ESC!4>')
      GOTO5
   40 IF(IM.NE.ITM)GOTO42
      READ(ITEXT,41,ERR=8)A00
CUNI  DECODE(20,41,ITEXT,ERR=8)A00
   41 FORMAT(1X,F20.1)
      AM(NF)=AM(1)/A00
      GOTO5
   42 IF(IM.NE.ITK)GOTO44
      READ(ITEXT,43,ERR=8)ISTIL,ISTIL0
CUNI  DECODE(36,43,ITEXT,ERR=8)ISTIL,ISTIL0
   43 FORMAT(1X,2I2)
      IF(ISTIL.EQ.0.AND.ISTIL0.EQ.2)READ(ITEXT,45,ERR=8)L0
CUNI  IF(ISTIL.EQ.0.AND.ISTIL0.EQ.2)DECODE(32,45,ITEXT,ERR=8)L0
   45 FORMAT(7X,16I2)
      IF(ISTIL.EQ.0)GOTO44
      IF(ISTIL.NE.2)READ(ITEXT,46,ERR=8)E1,E2,E3,R11,R1,RLIM
CUNI  IF(ISTIL.NE.2)DECODE(77,46,ITEXT,ERR=8)E1,E2,E3,R11,R1,RLIM
      IF(ISTIL.EQ.2)READ(ITEXT,146,ERR=8)RLIM
CUNI  IF(ISTIL.EQ.2)DECODE(37,146,ITEXT,ERR=8)RLIM
   46 FORMAT(5X,9F8.2)
  146 FORMAT(45X,4F8.2)
      NLIM=0
      DO47I=1,LLIM
   47 IF(DABS(RLIM(I)).GT.1.D-2)NLIM=I
   44 CONTINUE
      IF(IM.EQ.ITZ.OR.IM.EQ.ITF)READ(ITEXT,43,ERR=8)N0
CUNI  IF(IM.EQ.ITZ.OR.IM.EQ.ITF)DECODE(2,43,ITEXT,ERR=8)N0
      IF(IM.EQ.ITZ)NZENTZ=N0
      IF(IM.EQ.ITF)IFMT=0
      IF(IM.EQ.ITF.AND.N0.NE.0)IEPC=1
      IF(IM.EQ.ITN)INGR=1
      GOTO5
    6 CONTINUE
      WRITE(6,9)
    9 FORMAT(////)
      IF(TZ.EQ..0D0.OR.DT.GT..0D0)GOTO14
      WRITE(6,18)
   18 FORMAT(' Negative Schrittweite eingegeben. Programm hält.'/)
      STOP
   14 DT=DABS(DT)
      IF(TZ.EQ..0D0)RETURN
C   Falls eine zu große Anzahl nichtgrav.Parameter angegeben wurde:
C     IF(NGR.GT.LU-IBZ-6)NGR=LU-IBZ-6
C   Umrechnung der nichtgrav.Parameter auf DT als interne Zeiteinheit
C   (rel.Masse zur Sonne bleibt, nichtgr.Param. Beta *DT, sonstiges *DT**2)
```

```
      CALL JD2(TZ*1.D0,TZ)
      CALL JD2(TANFG*1.D0,TANFG)
      CALL JD2(TENDE*1.D0,TENDE)
      IF(NP1.EQ.NF)T=TZ
      IF(DABS((TZ-T)/DT-NINT((TZ-T)/DT)).LT.1.D-5)GOTO15
      WRITE(6,35)
   35 FORMAT(' Die eingegebene Epoche des Zusatzkörpers paßt'/,
     .' nicht zu Startepoche und Integrationsintervall der großen'/,
     .' Planeten.   Programm wird abgebrochen.'/)
      STOP
   15 CONTINUE
      IF(NP1.NE.NF)GOTO32
      IF(DABS((ANFP-T)/DTP-NINT((ANFP-T)/DTP)).LT.1.D-5)GOTO32
      WRITE(6,31)
   31 FORMAT(' Die eingegebene Epoche des Zusatzkörpers paßt'/,
     .' nicht zu den Stützstellen der Datei mit den Koordinaten'/,
     .' der großen Planeten.   Programm wird abgebrochen.'/)
      STOP
   32 CONTINUE
      IANFG=(TANFG-TZ)/DT
      IENDE=(TENDE-TZ)/DT
      IF(IANFG.GE.IENDE)IEPHE=0
      F=DT/DGESCH
C   Einlesen der Initialwerte
      IF(IFRECT.EQ.1)CALL ININV(X(1,NF),X(2,NF),X(3,NF),
     .         DX(1,NF),DX(2,NF),DX(3,NF),AM(NF),F)
      AM0=AM(NZENTZ)
      IF(NZENTZ.NE.1.AND.ISTIL.EQ.0.AND.ISTIL0.EQ.4.AND.NGF.NE.0)
     .  AM0=AM0*(1.D0+(E(7)+E(8))*1.D-8)
      IF(IFRECT.EQ.0)CALL ININV0(2-IFMT,X(1,NF),X(2,NF),X(3,NF),
     .  DX(1,NF),DX(2,NF),DX(3,NF),TZ,AM(NF),AM0,DT,IBV0,GR)
      GK=DSQRT((AM0+AM(NF))/DT/DT)
C   Eingabe der nichtgrav. Kräfte entweder per Liste oder standardmäßig
      IF(NGR.EQ.0.AND.INGR.EQ.0)GOTO17
      IF(ISTIL.EQ.0)GOTO30
      CALL INNGF(NGR,INGR,DT)
      GOTO17
   30 CONTINUE
C   Planetenmassen, Abplattung o.ä. auf Zentralmasse bezogen,
C   bzw. absolute Kräfte ohne dieser als bereits enthaltenem Faktor
      IF(INGR.NE.0)GOTO62
      DO16J=1,NGR
      IF(ISTIL0.GE.2)GD(6+J)=1.D0
      IF(ISTIL0.LT.2)GD(6+J)=1.D0/DT/DT
   16 E(6+J)=E(6+J)/GD(6+J)
   17 CONTINUE
C   Parameter CR,ALPHA des Kräfteverlaufes Stil 1 als weitere Unbekannte
      IF(ISTIL.NE.1)GOTO61
      CR(1)=E1
      CR(2)=E3
      ALPHA(1)=E2
      ALPHA(2)=R11
      GOTO25
   61 CONTINUE
C   Parameter E1,E2,E3,R11 des Kräfteverlaufes Stil 2 als weitere Unbekannte
      IF(NGR.EQ.0.OR.(ISTIL.NE.5.AND.ISTIL.NE.6))GOTO25
      DO12I=1,4
   12 GD(6+NGR+I)=1.D0
      E(NGR+7)=E1
      E(NGR+8)=E2
      E(NGR+9)=E3
      E(NGR+10)=R11
      NGR=NGR+4
   25 CONTINUE
      IF(TZ-T.GT.-1.D-5)GOTO19
```

```
C   TZ liegt vor der Eingabeepoche T der Planeten
      NF0=NF-1
      DO11I=NP1,NF0
      DO11K=1,3
      DX(K,I)=-DX(K,I)
   11 CONTINUE
      IFVW=-1
   19 CONTINUE
      WRITE(6,59)
   59 FORMAT(/)
      IF(AM(NF)/AM(NZENTZ).GT.1.D-11)WRITE(6,21)AM(NF)/AM(NZENTZ)
   21 FORMAT(' Masse des Zusatzkörpers',D12.6,' der seines Zentral',
     .     'körpers'/)
      IF(NGR.GE.1.AND.ISTIL.EQ.0)WRITE(6,22)ISTIL0
   22 FORMAT(' Beim Zusatzkörper werden in den Bewegungsgleichungen',
     .   ' zusätzl. Kräfte (Art=',I1,') berücksichtigt.'/)
      IF(NGR.GE.1.AND.ISTIL.EQ.0.AND.ISTIL0.EQ.2)WRITE(6,55)(L0(I),
     .      I=1,NGR)
   55 FORMAT(' Berechnung der Planetenmassen i.d.Reihenfolge:',4I3/)
      IF(NGR.GE.1.AND.ISTIL.NE.0)WRITE(6,23)ISTIL
   23 FORMAT(' Beim Zusatzkörper werden in den Bewegungsgleichungen',
     .   ' nichtgrav. Kräfte Stil ',I1,' berücksichtigt.'/)
      IF(NGR.GE.1.AND.ISTIL.EQ.4)WRITE(6,24)ISTIL0
   24 FORMAT(' (Modell-Nr.',I2,' für den Kräfteverlauf)'/)
      IF(NGR.GE.1.AND.ISTIL.NE.0.AND.NLIM.NE.0)WRITE(6,56)
     .  (RLIM(I),I=1,NLIM)
   56 FORMAT(' Aufteilung der Bahn (r in AE, - = vor Perihel) ',
     .  5X,8F7.2,/)
      IF(NGR.GE.1.AND.(ISTIL.EQ.3.OR.ISTIL.EQ.5))WRITE(6,57)R1,R11,
     .  E1,E2,E3
   57 FORMAT(' R1:',F7.2,'  R11:',F7.2,'  E1:',F7.2,
     .   '  E2:',F7.2,'  E3:',F7.2)
      IF(NGR.GE.1.AND.(ISTIL.EQ.1.OR.ISTIL.EQ.6))WRITE(6,54)
     .  E1,E2,E3,R11
   54 FORMAT(' C/Alpha für Kräfteverlauf radial: ',2F7.2,
     .  '  , transversal: ',2F7.2)
      IF(NGR.GE.1.AND.ISTIL.EQ.5)WRITE(6,58)
   58 FORMAT(' Diese Parameter sind ebenfalls zu verbess. Unbekannte'/)
      WRITE(6,59)
      IF((ISTIL.EQ.0.OR.ISTIL.EQ.4).AND.ISTIL0.EQ.0)GOTO8
      RETURN
    8 WRITE(6,13)
   13 FORMAT(/' Fehler bei der Eingabe des Zusatzkörpers.'/,
     .   ' Programm hält.'/)
      STOP
   62 WRITE(6,63)
   63 FORMAT(/' Bei ISTIL=0 zusätzliche Parameter nur formatiert',
     .  ' eingebbar. Programm hält.'/)
      STOP
      END
      BLOCK DATA BDINP
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU6=LU-6,LS=3,LLIM=LS-1)
      COMMON/MASSE/AM(LN),NZENTZ/IO/GD(LU),IFMT,IEPC
      COMMON/LIM/NLIM,RLIM(LLIM),E1,E2,E3,R1,R11,CR(3),ALPHA(3)
      DATA NZENTZ,IFMT,IEPC /1,1,0/
      DATA GD /3*1.D0,3*57.2957795130823079 3D0,
     .          LU6*206264.8062470963545D0/
      DATA NLIM,RLIM,E1,E2,E3,R1,R11 /0,LLIM*.0D0,-2.15D0,5.093D0,
     .  -4.6142D0,2.808D0,2.808D0/
      DATA CR,ALPHA /3*2.0D0,3*3.0D0/
      END
      SUBROUTINE INNGF(NGR,INGR,DT)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Eingabe der nichtgravitativen Parameter, falls nicht standardgemäß (auf
```

```
C   der Karte vor den Elementen, nach Anfg. u.Ende d.Ephemeride) erfolgt.
C   Am besten mit NAMELIST, wo nicht möglich je Unbekannte eine Karte mit Name
C   (A o.B) und Indizes (je 1 Ziffer) sowie Wert, n. letzter Unb. ein $ o.Leerk.
      PARAMETER (LU=16,LS=3,LDATA=6*LS,LU6=LU-6)
      CHARACTER*4 ITEXT(LU6)
      CHARACTER*1 IT,IT1,IT2                                          C77
      DIMENSION A(3,LS),B(3,LS)
      COMMON/NG1/APAR(3,LS),BPAR(3,LS),IPAR(3,LS,2),IRTVM,ISM
      COMMON/IO/GD(LU)/BAHN/E(LU)/LIM/NLIM
CUNI  NAMELIST/PARAM/A,B
C     EQUIVALENCE (IUNB,NGR)
      DATA A,B /LDATA*1.01D30/
      DATA IT1,IT2 /'A','B'/                                          C77
      DATA ITEXT /LU6*'    '/                                         C77
      IF(INGR.NE.0)GOTO11
C   Reihenfolge der Standardeingabe, bei Bedarf ändern.
      A(1,1)=E(7)
      IF(NGR.GE.2)A(2,1)=E(8)
      IF(NGR.GE.3)B(2,1)=E(9)
      IF(NGR.GE.4)A(3,1)=E(10)
      GOTO12
C   Eingabe per Liste beliebiger Kombinationen von Parametern
CUN11 READ(5,PARAM,ERR=17)
   11 CONTINUE                                                        C77
      READ(5,14,ERR=17)IT,IRTV,IS,WERT                                C77
   14 FORMAT(A1,2I1,F20.10)                                           C77
      IF(IT.NE.IT1.AND.IT.NE.IT2)GOTO12                               C77
      IF(IRTV.GT.3.OR.IS.GT.NLIM+1)GOTO15
      IF(IT.EQ.IT1)A(IRTV,IS)=WERT                                    C77
      IF(IT.EQ.IT2)B(IRTV,IS)=WERT                                    C77
      GOTO11                                                          C77
   12 CONTINUE
      IUNB=6
      DO1IS=1,LS
      DO3IRTV=1,3
      DO2IAB=1,2
    2 IPAR(IRTV,IS,IAB)=0
      IF(A(IRTV,IS).GT.1.D30)GOTO3
      IRTVM=MAX(IRTV,IRTVM)
      ISM=MAX(IS,ISM)
      IUNB=IUNB+1
      GD(IUNB)=1.D0/DT/DT
      E(IUNB)=A(IRTV,IS)/GD(IUNB)
      IPAR(IRTV,IS,1)=1
CUNI  ENCODE(4,6,ITEXT(IUNB-6))IRTV,IS
      WRITE(ITEXT(IUNB-6),6)IRTV,IS
    6 FORMAT(' A',2I1)
      IF(B(IRTV,IS).GT.1.D30)GOTO3
      IUNB=IUNB+1
      GD(IUNB)=1.D0
      E(IUNB)=B(IRTV,IS)
      IPAR(IRTV,IS,2)=1
CUNI  ENCODE(4,7,ITEXT(IUNB-6))IRTV,IS
      WRITE(ITEXT(IUNB-6),7)IRTV,IS
    7 FORMAT(' B',2I1)
    3 CONTINUE
    1 CONTINUE
      IF(IUNB.GT.LU)GOTO16
      NGR=IUNB-6
      WRITE(6,8)ITEXT
    8 FORMAT(/,1X,'<ESC!20>','Nichtgravitative Parameter:  ','<ESC!4>',
     .   (10A4),/)
C   Zuweisung der Unbekannten auf die APAR,BPAR
      CALL NGFUNB
      RETURN
```

```
   15 WRITE(6,21)IT,IRTV,IS,IRTV,LS,IS
   21 FORMAT(/' Nichtgravitativer Parameter falsch:  ',A1,2I1,/,
     .          '   Index radial/toroidal/normal (max. 3):  ',I3,/,
     .          '   Index Bahnteil (max. ',I2,'):  ',I3,/)
      IF(IS.GT.LS)WRITE(6,22)LS
   22 FORMAT(/' Erlaubt sind nur PARAMETER LS=',I2,' Bahnstücke.',/,
     .          '   Falls kein Eingabefehler, im Programm ändern.',/)
      GOTO10
   16 WRITE(6,23)IUNB,LU
   23 FORMAT(/' Eingegeben wurden ',I2,', aber erlaubt sind nur',
     .          ' PARAMETER LU=',I2,' Unbekannte.',/,
     .          '   Falls kein Eingabefehler, im Programm ändern.',/)
      GOTO10
   17 WRITE(6,24)IT,IRTV,IS
   24 FORMAT(/' Eingabe für Parameter falsch:  ',A1,2I1,/)
   10 WRITE(6,25)
   25 FORMAT(/' Falsch eingegebene oder zuviele nichtgrav. Parameter.',
     .    ' Programm hält.'/)
      CALL STOP
      END
      SUBROUTINE NGFUNB
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Weist die zu berechnenden nichtgravitativen Parameter als Unbekannte
C   in durchlaufender Reihenfolge, ihren indizierten Bezeichnungen zu.
C   Reihenfolge A11,B11,A21,B21,A31,B31,  A12 ... (s.SUBR.NGF)
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LS=3)
      COMMON/NG1/APAR(3,LS),BPAR(3,LS),IPAR(3,LS,2),IRTVM,ISM/BAHN/E(LU)
      IUNB=6
      DO1IS=1,ISM
      DO1IRTV=1,IRTVM
      DO1IAB=1,2
      IF(IPAR(IRTV,IS,IAB).EQ.0)GOTO1
      IUNB=IUNB+1
      IF(IAB.EQ.1)APAR(IRTV,IS)=E(IUNB)
      IF(IAB.EQ.2)BPAR(IRTV,IS)=E(IUNB)
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ININV(X,Y,Z,DX,DY,DZ,AM,F)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Einlesen rechtwinkliger Initialwerte incl. Masse.    F=DT/DGESCH
C   Umrechnunsfaktor d.Eingabe- in internen Geschwindigkeiten
      SAVE
      CHARACTER*4 IT1,IT2,IT3
      READ(5,1)X,Y,Z,AM,IT1,IT2,IT3,DX,DY,DZ
    1 FORMAT(3D16.10,D20.10,3A4/3D16.10)
      DX=DX*F
      DY=DY*F
      DZ=DZ*F
      AM=AM*F*F
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ININV0(IFMT,X,Y,Z,DX,DY,DZ,TZ,AM,AMZ,DT,IBV0,GROESE)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Eingabe der Initialwerte durch oskulierende elliptische Elemente und
C   Umrechnung in rechtwinklige.   AM reziproke Masse ggnü.jew.Zentrk.
C   Normalerweise sollten Epoche d.Oskulation und von AMO (TZ,EPOCHE) übereinst
C   *** Falls man FK4-Initialwerte d.gr.Planeten hat und unmittelbar
C   a.d. FK5-System beziehen will, einfach IFK4B=1 setzen !  ***
C   IFMT=1 oder 2 falls Elemente formatiert oder mit NAMELIST eingeg.werden
      SAVE
      PARAMETER (LU=16)
      CHARACTER*1 IT,IT0,IFK4B
      COMMON/EQUIN/EQ,IRES,IUT,IEXZ/BAHN/E(LU),NRBV,STA0,IBAHN
```

```
CUNI  NAMELIST/ELDBL/EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,OMEGA,ASCD,OBL
      DATA RR /57.29577951308232O793D0/
      DATA IT,IT0,IFK4B /' ','0','0'/
      IF(IFMT.EQ.1)
     .READ(5,45)EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,OMEGA,ASCD,OBL,GROESE,IFK4B,AM
      IF(IFMT.EQ.0)READ(5,46)EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,AM,OMEGA,ASCD,OBL
   46 FORMAT(D11.2,D18.13,D19.15,D18.15,D12.3,/12X,3D18.13)
CUNI  IF(IFMT.EQ.2)READ(5,ELDBL)
      IF(IFMT.EQ.2)READ(5,*)EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,OMEGA,ASCD,OBL
   45 FORMAT(D13.5,D9.5,D10.7,D9.7,3D9.5,D4.2,A1,D7.0)
C     WRITE(6,44)EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,OMEGA,ASCD,OBL,GROESE,IFK4B,AM
C  44 FORMAT(1X,8G15.6,/1X,A1,G15.6)
      IFK40=0
      IF(IFK4B.NE.IT.AND.IFK4B.NE.IT0)IFK40=1
      IF(AM.GT.1.D-5)AM=AMZ/AM
      AM0=AMZ+AM
      IF(OMEGA.NE.0)GOTO1
      NRBV=-1
      IF(EXZ.EQ.0)IBAHN=2
      IF(EXZ.NE.0.OR.(EXZ.EQ.0.AND.HALBA.NE.0))IBAHN=0
      IF(IBV0.EQ.0)IBV0=1
      E(2)=HALBA
      RETURN
    1 CONTINUE
      IF(AMO.EQ.0)IEXZ=1
      CALL JD2(EPOCHE*1.D0,EPOCHE)
      AMO=AMO/RR
      OMEGA=OMEGA/RR
      ASCD=ASCD/RR
      OBL=OBL/RR
      IF(IEXZ.EQ.1)AMO=TZ-EPOCHE
      CALL AEQKST(OMEGA,ASCD,OBL,EQ,PX,PY,PZ,QX,QY,QZ,IFK40)
C    Nötige Korr.d.gr.Halbachse da=-1.213D-9*a**2.5*cos(i zum Aeq.)
C    (wegen Rotation FK4 ggnü.FK5), ausreichende Näherung da=-1.13D-9*a**2.5.
      IF(IFK40.EQ.1.AND.IEXZ.NE.1)HALBA=HALBA-1.13D-9*HALBA**2.5D0
      CALL INVAL(IEXZ,DSQRT(AM0/DT/DT),DT,EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,
     .PX,PY,PZ,QX,QY,QZ,TZ,X,Y,Z,DX,DY,DZ)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OUTP(IFR,IR0)
      SAVE
      DOUBLE PRECISION BETA,GAMMA
      COMMON/METRIK/BETA,GAMMA
      IF(IR0.NE.2)WRITE(6,9)
      IF(IR0.EQ.2)WRITE(6,10)
    9 FORMAT(/' Beim zu berechnenden Körper werden relativist.Effekte')
   10 FORMAT(/' Bei allen Körpern werden relativistische Effekte')
      IF(IFR.EQ.1.OR.IFR.EQ.2)WRITE(6,11)
      IF(IFR.EQ.3)WRITE(6,13)
      IF(IFR.GT.3)WRITE(6,14)
   11 FORMAT(' nach der Metrik von Schwarzschild berücksichtigt')
   13 FORMAT(' nach der Metrik von Brans und Dicke berücksichtigt')
   14 FORMAT(' genähert n.d.Metrik von Schwarzschild berücks.')
      IF(IFR.EQ.1.OR.IFR.EQ.4)WRITE(6,16)
      IF(IFR.EQ.3)OMEGA=(1.D0-2.D0*GAMMA)/(GAMMA-1.D0)
      IF(IFR.EQ.3)WRITE(6,17)BETA,GAMMA,OMEGA
      IF(IFR.EQ.2.OR.IFR.EQ.3)WRITE(6,18)
   16 FORMAT(' (Ein- und Ausgabe in Standardkoordinaten)'/)
   18 FORMAT(' (Ein- und Ausgabe in isotropen Koordinaten)'/)
   17 FORMAT(' Beta=',F6.3,' Gamma=',F6.3,' Omega=',F6.3)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INDIFF(N,NGR)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
```

```
      PARAMETER (LN=27)
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)/MASSE/M(LN)
      COMMON/ANZAHL/N0,NF,DG,DT,IFBV0
      DOUBLE PRECISION M
C     Setzt die zu integrierenden Werte zur Berechnung der Koeffizienten der
C     Gleichungen zur Bahnverbesserung anfangs gleich 0 bzw. 1.
C     Siehe 'Die Sterne' 59 Heft 4 Seite 157 Mitte.
      IF(IFBV0.EQ.0)RETURN
      IF(N+6+NGR.LE.LN)GOTO3
      WRITE(6,4)
    4 FORMAT(/' Anz.der zu integr.Objekte zu groß. Programm stoppt.'/)
      CALL STOP
    3 CONTINUE
      NN=6+NGR
      DO1K=1,3
      DO2I=1,NN
      X(K,I+N)=0.D0
      DX(K,I+N)=.0D0
      M(I+N)=.0D0
    2 CONTINUE
      X(K,K+N)=1.D0
      DX(K,K+N+3)=1.D0
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ZENTR
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C     Bezieht alle Körper auf den ersten,falls für diesen nicht 0 eingeg. wurde.
      SAVE
      PARAMETER (LN=27)
      COMMON/OG/X(3,22),DDX(3,22),DX(3,22)/ANZAHL/N0,N
      DO1J=1,N
      I=N+1-J
      DO1K=1,3
      DX(K,I)=DX(K,I)-DX(K,1)
    1 X(K,I)=X(K,I)-X(K,1)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DIFF(N1,N2,M)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LI0=LI-1)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
C     Bildung des Differenzenschemas aus den Anfangsbeschleunigungen.
      DIMENSION H(LI)
      CALL ANFDIF(N1,N2,M)
      DO1I=N1,N2
      DO1K=1,3
      DO3J=1,LI
      H(J)=DDY(K,I,J)
    3 CONTINUE
      DO4L=1,LI0
      DDY(K,I,L)=H(LI)
      L0=LI-L
      DO5J=1,L0
      H(LI1-J)=H(LI1-J)-H(LI-J)
    5 CONTINUE
    4 CONTINUE
      DDY(K,I,LI)=H(LI)
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ANFDIF(N1,N2,M)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C     Berechnung der Differenz Y(K,I,LI1) des letzten vom vorletzten Ort
```

```
C    bei Beginn oder Umkehr der Integration.    L=-1 Beginn der Integration
C    (SUBR.ANF),  L=0 alte Werte beibehalten (wiederholte Vorwärtsintegration
C    von TZ an), L=1,2 Zeitumkehr der aktualen Koordinaten, also Differenz
C    der ersten beiden Örter auf die der letzten beiden transformieren.
      SAVE
      PARAMETER (LI=11,LM=LI/2,LM2=2*LM,LI1=LI+1,LN=27)
      COMMON/POLYN1/E(LI,LI)/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1),DDY(3,LN,LI1)
      IF(M.EQ.0)RETURN
      DO1I=N1,N2
      DO2K=1,3
      IF(M.EQ.-1)Y(K,I,LI1)=DX(K,I)
      IF(M.GE.1)Y(K,I,LI1)=-Y(K,I,LI1)
      appr=y(k,i,li1)
      DO3L=1,LI
      Y(K,I,LI1)=Y(K,I,LI1)+(E(LI,L)-E(LM2,L))*DDY(K,I,L)
      IF(M.GE.1)Y(K,I,LI1)=Y(K,I,LI1)-(E(2,L)-E(1,L))*DDY(K,I,L)
    3 CONTINUE
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE EPH(T,TT,AK,NF,DT,NE,NRBV,IFBV0)
CUNI  VIRTUAL /BEOB/,/BE1/,/BE2/,/GEWI/,/KOEFF/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      EXTERNAL SQRT,DSQRT,DMOD,DLOG10,DCOS,DSIN,DACOS
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LU=16,LU1=LU+1,LU6=LU-6)
      PARAMETER (LBE=500,LBE2=2*LBE,LLS=1)
      CHARACTER*1 ITO,IXYZO,IX,IY,IZ,IT,ISIG,ISIGO
      CHARACTER*4 ISTRIN,ISTR2,ISTR3
      REAL LS(2,LLS)
      COMMON/BEOB/TOBS(LBE),R2(LBE),DEK2(LBE),DX(LBE),DY(LBE),DZ(LBE),
     .NTOBS(LBE),IART(LBE)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1)/MASSE/AM(LN),NZENTZ/K2/C00(LU1,LU1),STA
      COMMON/ZUSK/TZ,IEPHE,IOBS,IANFG,IENDE,IB0,NGR,GR
      COMMON/UNB/M00,IBZ,NG6IBZ,B(2,LU),B0(2,LU6),U(LU6)/GEWI/P(2,LBE)
      COMMON/BE1/ISTRIN(LBE,3)/BE2/RES(2,LBE)/ERR/MERR/KOEFF/C(LU1,LBE2)
      COMMON/EPH0/DEDAE(2,2),XO,YO,ZO,RA,DEKL,D/LS1/LS
      COMMON/EPH1/ZEIT,TE,T0,OX0(LI),OY0(LI),OZ0(LI)
      COMMON/XYZ/IFXYZ
      COMMON/ZIEL/IH,IHEQ,TIH,TIH1,TIH2
      DIMENSION OX(LI),OY(LI),OZ(LI)
      DIMENSION C0(3,LU),DQ(LI),DQ0(LI)
      DIMENSION DRA(LU),DDE(LU),DXO(LU),DYO(LU),DZO(LU),DR(LU),DD(LU)
      DIMENSION X0(3),XZ0(3)
      EQUIVALENCE (X0(1),XE0),(X0(2),YE0),(X0(3),ZE0)
      EQUIVALENCE (XZ0(1),XZ),(XZ0(2),YZ),(XZ0(3),ZZ)
      SAVE
      DATA AE /149597870.65295D0/
      DATA IXYZ,PI,ZWEIPI /0,3.141592653589793D0,6.283185307179586D0/
      DATA UNC,RR,RR0 /1.D-12,206264.8062471D0,13750.9870831D0/
      DATA IEPHZ /0/
      DATA IX,IY,IZ,ITO /'X','Y','Z','D'/
C    Unterprogramm zum Nachrechnen von Beobachtungen oder einer Ephemeride.
C    T ist die im Hauptprogramm dem Index LI zugehörige Zeit, auf welche
C    auch die übergegebenen Koordinaten bezogen sind.  TT gibt an, um wieviel
C    der Ephemeridenzeitpunkt in Integrationsrichtung gerechnet hinter
C    T liegt (in Einheiten der Schrittweite), T0 dgl. retadiert um die
C    Aberrationszeit.  AK ist die Aberrationszeit pro AE,
C    auch in Schrittweiten ausgedrückt.   UNC ist das Abbruchkriterium wegen
C    der Iteration n.d.Aberrationszeit, bezogen auf die geozentrische Distanz.
C    NE ist im Falle der Berechnung eines Ephemeridenortes für ET bzw. UT
C    0 oder -1,  beim Nachrechnen einer Beobachtung gleich deren Index.
C    LLS dient zum Ausdruck von helioz.Distanz LS(1,NE) in AE  und radialem light
C    shift LS(2,NE) in E-6 AE  zusätzlich zu den letztberechneten Residuals.
```

```
C    Bei Gebrauch muß  LLS=LBE>1   und in SUBR.ZCOEFF  IIF=10/11 sein.
C    I1=0 bei erster Rechn. ohne Aberr. (geom.Ort). IHEQ=0/1 b. FK5/FK4
C    IEPHZ=0/1 falls Ephemeride von Monden relativ zu Planet/absolut
C    NZZ=NZENTZ falls Beobachtung oder Ephemeride eines Mondes relativ zu Planet
   66 CONTINUE
      T0=TT
      TE=TT
      D0=.0D0
      I1=0
      IF(NE.LE.0.OR.IFXYZ.EQ.0)GOTO50
      IXYZ=0
      ISTR2=ISTRIN(NE,2)
CUNI  DECODE(3,51,ISTR2)IXYZ0
      READ(ISTR2,51)IXYZ0
   51 FORMAT(2X,A1)
      IF(IXYZ0.EQ.IX)IXYZ=1
      IF(IXYZ0.EQ.IY)IXYZ=2
      IF(IXYZ0.EQ.IZ)IXYZ=3
   50 CONTINUE
C    Feststellen ob diff.Beob./Ephem. e.Mondes
      NZZ=NZENTZ
      IF(NZZ.EQ.1)GOTO20
      IF(NE.LE.0.AND.IEPHZ.EQ.1)NZZ=1
      IF(NE.LE.0)GOTO20
      ISTR3=ISTRIN(NE,3)
CUNI  DECODE(3,21,ISTR3)IT
      READ(ISTR3,21)IT
   21 FORMAT(2X,A1)
      IF(IT.NE.IT0)NZZ=1
   20 CONTINUE
      NF0=NF
C    Objektkoordinaten
      DO42J=1,LI
      OX(J)=Y(1,NF0,LI1-J)
      OY(J)=Y(2,NF0,LI1-J)
      OZ(J)=Y(3,NF0,LI1-J)
   42 CONTINUE
      CALL INT1(LI,OX,OX0)
      CALL INT1(LI,OY,OY0)
      CALL INT1(LI,OZ,OZ0)
C    Erdkoordinaten
      IF(NRBV.GT.0.AND..NOT.(NRBV.EQ.101.AND.NE.LE.0).AND.IB0.NE.0)GOTO2
      ZEIT=T-TE*DT
      CALL PLANET(4,ZEIT,TE,DT,0,X0)
      CALL ERDE(XE0,YE0,ZE0,ZEIT,XE,YE,ZE)
      IF(NE.LE.0)GOTO5
      DX(NE)=DX(NE)+XE
      DY(NE)=DY(NE)+YE
      DZ(NE)=DZ(NE)+ZE
    2 CONTINUE
      XE=DX(NE)
      YE=DY(NE)
      ZE=DZ(NE)
      IF(NRBV.EQ.-1)RETURN
C    Iteration wegen der Aberrationszeit
    5 CONTINUE
      CALL INT2(LI,OX0,T0,XO)
      CALL INT2(LI,OY0,T0,YO)
      CALL INT2(LI,OZ0,T0,ZO)
C    geometr. Ort ausgeben
      IF(IH.EQ.0.OR.T.LT.TIH1.OR.T.GT.TIH2.OR.NE.GT.0.OR.I1.NE.0
     .     .OR.NRBV.LT.101)GOTO70
      IF(IHEQ.EQ.0)WRITE(6,60)DATUM(T-TT*DT),XO,YO,ZO,XO*AE,YO*AE,ZO*AE
   60 FORMAT(1X,F11.2,' geom.Ort FK5 (AE/km): ',11X,3F14.10,1X,3F13.1)
      IF(IHEQ.EQ.1)CALL EKLAEQ(XO*AE,YO*AE,-.256D-5,XOH,YOH)
```

```
      IF(IHEQ.EQ.1)WRITE(6,61)DATUM(T-TT*DT),XO,YO,ZO,XOH,YOH,ZO*AE
   61 FORMAT(1X,F11.2,' geom.Ort FK5(AE)/FK5-0.528"(km): ',
     .   3F14.10,1X,3F13.1)
   70 CONTINUE
CP    call phase(xo,yo,zo,xe,ye,ze)                                 PALLAS
      CALL RECPOL(XO-XE,YO-YE,ZO-ZE,D,DEKL,RA)
C    D ist die geozentrische Distanz, DEKL=Deklination, RA=Rektaszension.
C    Aberrationszeit und ellipt.Aberration sind dabei inbegriffen(astrometr.Ort)
      IF(IXYZ.NE.0)GOTO17
      IF(DABS(D-D0).LT.UNC)GOTO4
      IF(NE.LT.1)GOTO44
      IF(IART(NE).EQ.1)GOTO4
   44 T0=TT+D*AK
      D0=D
      I1=I+1
      GOTO5
    4 CONTINUE
      IF(RA.LE..0D0)RA=RA+8.D0*DATAN(1.D0)
C    Berücksichtigung der Auswirkung IBZ Zusatzunbekannten wie etwa Korrektur d.
C    Äquinoktiums oder Äquators etc. Ggf. RA,Dekl etc nach ZCOEFF übergeben.
C    In diesem Falle gibt die Ephemeride rechtw.Koordinaten des Körpers
C    im verbesserten, der Erde im alten System, der Übergang zwischen
C    beiden wird durch Anbringung von (U*B0) an die formal berechneten
C    geozentrischen Koordinaten gebildet, die auf das alte System bezogen sind.
      IF(IBZ.EQ.0)GOTO15
C    Etwaige Zusatzunbekannte noch nicht bei relativen Beob. v.Monden berücks.
      CALL ZCOEFF(XE,YE,ZE,T-TT*DT)
      DO16I=1,IBZ
      RA=RA+B0(1,I)*U(I)
      DEKL=DEKL+B0(2,I)*U(I)
   16 CONTINUE
   15 CONTINUE
C    Falls diff. RA,Dekl. zu einem Zentralkörper (b.Monden)
      IF(NZZ.EQ.1)GOTO17
      ZEIT=T-T0*DT
      CALL PLANET(NZENTZ,ZEIT,T0*1.D0,DT,0,XZ0)
      CALL RECPOL(XZ-XE,YZ-YE,ZZ-ZE,DISTZ,DEKLZ,RAZ)
   17 CONTINUE
      IF(NE.LE.0.AND.MERR.EQ.0)GOTO11
C    Interpolation der Bedingungsgleichungen zur Bahnverbesserung
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO10
      NGR6=NGR+6
      DO8I=1,NGR6
      DO8K=1,3
      DO9J=1,LI
    9 DQ(J)=Y(K,NF+I,LI1-J)
      CALL INT1(LI,DQ,DQ0)
      CALL INT2(LI,DQ0,T0,C0(K,I))
    8 CONTINUE
      ZEIT=T-TT*DT
      IF(IH.NE.0.AND.DABS((ZEIT-TIH)/DT).LT.1.D-6)CALL ERAN1(C0,TIH)
      IF(NE.LE.0)GOTO11
   10 CONTINUE
C    Partials für xyz als Beobachtung
      IF(IXYZ.EQ.0)GOTO54
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO53
      CALL CXK00(3,NGR6,C0)
      DO52I=1,M00
      C(I,2*NE-1)=C0(IXYZ,I)*P(1,NE)*AE/RR
   52 C(I,2*NE)=.0D0
   53 RES(2,NE)=.0D0
      IF(IXYZ.EQ.1)RES(1,NE)=R2(NE)-XO*AE/RR
      IF(IXYZ.EQ.2)RES(1,NE)=R2(NE)-YO*AE/RR
      IF(IXYZ.EQ.3)RES(1,NE)=R2(NE)-ZO*AE/RR
      C(M00+1,2*NE-1)=RES(1,NE)*P(1,NE)
```

```
      C(M00+1,2*NE)=.0D0
      RETURN
   54 CONTINUE
C   Bedingungsgleichung einer Beob. in Rekt./Dekl.
      IF(NZZ.EQ.1)RES1=(DMOD(R2(NE)-RA+(PI+ZWEIPI),ZWEIPI)-PI)
     .    *DCOS(DEK2(NE))
      RES2=DEK2(NE)-DEKL
      IF(NZZ.NE.1)RES1=R2(NE)+(DMOD(RAZ-RA+(PI+ZWEIPI),ZWEIPI)-PI)
     .    *DCOS((DEKL+DEKLZ)/2.D0)
      IF(NZZ.NE.1)RES2=RES2+DEKLZ
      IF(IFBV0.NE.0)CALL COEFF(RA,DEKL,D,C0)
      CALL DEDAE0(NE,DT)
      IF(IFBV0.EQ.0)GOTO112
C* Nachf. bei Monden (Relativposition) noch nicht berücks.
      DO108L=1,2
      DO108I=1,M00
      C(I,2*NE-2+L)=(DEDAE(L,1)*B(1,I)+DEDAE(L,2)*B(2,I))*P(L,NE)
  108 CONTINUE
  112 CONTINUE
C# Wenn statt Resid.in Elongat.der light shift in km auszug., nachf.Anw.mit C#
C#    R=DSQRT(XO*XO+YO*YO+ZO*ZO)
C#    RE=DSQRT(XE*XE+YE*YE+ZE*ZE)
C#    FAKTOR=D/DABS(DSIN(DACOS((R*R+D*D-RE*RE)/2.D0/R/D)))
      RES(1,NE)=DEDAE(1,1)*RES1+DEDAE(1,2)*RES2
      RES(2,NE)=DEDAE(2,1)*RES1+DEDAE(2,2)*RES2
C#    RES(2,NE)=(DEDAE(2,1)*RES1+DEDAE(2,2)*RES2)*FAKTOR
      C(M00+1,2*NE-1)=RES(1,NE)*P(1,NE)
      C(M00+1,2*NE)=RES(2,NE)*P(2,NE)
C#    C(M00+1,2*NE)=RES(2,NE)*P(2,NE)/FAKTOR
      IF(LLS.EQ.1.OR.NRBV.LT.101)GOTO110
C   Falls separate Ausgabe von geoz.Dist. und light shift in " nach letzter Bv.:
      CALL ZCOEFF(XE,YE,ZE,T-TT*DT)
      LS(1,NE)=SQRT(SNGL(XO*XO+YO*YO+ZO*ZO))
      B01=B0(1,1)*DCOS(DEKL)
      LS(2,NE)=SNGL((B01*RES1+B0(2,1)*RES2)/(B01**2+B0(2,1)**2))
  110 CONTINUE
      RETURN
   11 CONTINUE
C   Berechnung einer Ephemeride, ggf. mit mittl. Fehler
C   Bei NZZ.NE.1 ist die Ephemeride in dRA*cos(Dekl) und dDekl zum Planeten
C   Falls die Ephemeride auf das FK4-System bezogen werden soll:
C     IF(NZZ.EQ.1)CALL FK(T,RA*1.D0,DEKL*1.D0,RA,DEKL,-1)
      IF(NZZ.NE.1)GOTO71
      CALL GRADB(RA/15.D0,ISIG0,IRA1,IRA2,RA0)
      CALL GRADB(DEKL,ISIG,ID1,ID2,DE0)
      R=DSQRT(XO*XO+YO*YO+ZO*ZO)
      GR0=GR+5.*DLOG10(D*R)
      WRITE(6,7)DATUM(T-TT*DT),IRA1,IRA2,RA0,ISIG,ID1,ID2,DE0,D,
     .R,GR0,XE,YE,ZE,XO,YO,ZO
    7 FORMAT(1X,F11.2,1X,2I3,F7.3,2X,A1,I2,I3,F6.2,
     .2(1X,F8.5),F6.1,2(1X,3F11.7))
      GOTO72
   71 CONTINUE
      RA0=(DMOD(RA-RAZ+(PI+ZWEIPI),ZWEIPI)-PI)*DCOS((DEKL+DEKLZ)/2.D0)
      DE0=(DMOD(DEKL-DEKLZ+(PI+ZWEIPI),ZWEIPI)-PI)
      RZ=DSQRT((XO-XZ)**2+(YO-YZ)**2+(ZO-ZZ)**2)
      R=DSQRT(XO*XO+YO*YO+ZO*ZO)
      GR0=GR+5.*DLOG10(D*R)
      WRITE(6,73)DATUM(T-TT*DT),RA0*RR,DE0*RR,D,
     .    RZ,GR0,XE,YE,ZE,XO-XZ,YO-YZ,ZO-ZZ
   73 FORMAT(1X,F11.2,3X,F9.2,5X,F9.2,2X,
     .    2(1X,F8.5),F6.1,2(1X,3F11.7))
   72 CONTINUE
      IF(MERR.EQ.0)GOTO65
C   Berechnung der mittl. Fehler
```

```
      CALL COEFF(RA,DEKL,D,C0)
      DO23I=1,M00
      DRA(I)=B(1,I)
      DDE(I)=B(2,I)
   23 CONTINUE
      CALL MF2(M00,DRA,FRA)
      CALL MF2(M00,DDE,FDE)
      CALL CXK00(3,NGR6,C0)
      DO22I=1,NGR6
      DXO(I)=C0(1,I)
      DYO(I)=C0(2,I)
      DZO(I)=C0(3,I)
      IF(NZZ.EQ.1)DR(I)=(DXO(I)*XO+DYO(I)*YO+DZO(I)*ZO)/R
      IF(NZZ.NE.1)
     .DR(I)=(DXO(I)*(XO-XZ)+DYO(I)*(YO-YZ)+DZO(I)*(ZO-ZZ))/RZ
      DD(I)=(DXO(I)*(XO-XE)+DYO(I)*(YO-YE)+DZO(I)*(ZO-ZE))/D
   22 CONTINUE
      CALL MF2(NGR6,DXO,FXO)
      CALL MF2(NGR6,DYO,FYO)
      CALL MF2(NGR6,DZO,FZO)
      CALL MF2(NGR6,DR,FR)
      CALL MF2(NGR6,DD,FD)
      IF(NZZ.EQ.1)WRITE(6,27)FRA*RR0*STA,FDE*RR*STA,FD*STA,FR*STA,
     .  FXO*STA,FYO*STA,FZO*STA
      IF(NZZ.NE.1)WRITE(6,28)FRA*RR*STA,FDE*RR*STA,FD*STA,FR*STA,
     .  FXO*STA,FYO*STA,FZO*STA
      IF(IH.EQ.0)GOTO67
      IF(T.GE.TIH1.AND.T.LE.TIH2)WRITE(6,127)DATUM(T-TT*DT),
     .    FXO*STA,FYO*STA,FZO*STA,FXO*STA*AE,FYO*STA*AE,FZO*STA*AE
  127 FORMAT(1X,F11.2,' mittl.Fehler: ',19X,3F14.10,1X,3F13.1)
   27 FORMAT(6X,'m.F.',7X,F9.3,6X,F8.2,F10.7,F12.10,37X,3F11.7)
   28 FORMAT(6X,'m.F.',5X,F9.2,5X,F9.2,2X,F10.7,F12.10,37X,3F11.7)
   65 IF(DABS((T-TIH)/DT-TT).GT..5D0.OR.
     .   DABS((T-TIH)/DT-TT).LT.1.D-6)GOTO67
      TT=(T-TIH)/DT
      GOTO66
   67 CONTINUE
      RETURN
      END
CP    subroutine phase(x,y,z,xe,ye,ze)                                  PALLAS
CP    implicit double precision (a-h,o-z)                               PALLAS
C   Korrektur der heliozentrischen Koordinaten bei Ephemeridenrechnung  PALLAS
C   wegen Beleuchtungsphase                                             PALLAS
CP    save
CP    external dsqrt
CP    data radius /3.9D-6/                                              PALLAS
CP    call recpol(x-xe,y-ye,z-ze,d,de,ra)                               PALLAS
CP    call recpol(x,y,z,r,de0,ra0)                                      PALLAS
CP    cosi=((x-xe)*x+(y-ye)*y+(z-ze)*z)/r/d                             PALLAS
CP    dr=0.5D0*radius*(1.0D0-cosi)/dsqrt(1.d0-cosi**2)                  PALLAS
CP    f=1.0D0-dr/r                                                      PALLAS
CP    x=x*f                                                             PALLAS
CP    y=y*f                                                             PALLAS
CP    z=z*f                                                             PALLAS
CP    return                                                            PALLAS
CP    end                                                               PALLAS
      SUBROUTINE ERAN                                                   HALLEY
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Berechnet die Unsicherheiten der Positionswerte des Himmelskörpers,
C   projeziert in eine vorgegebene Richtung (Komponenten X im Äquator-
C   system ausgedrueckt), so daß diese Richtung zur t-Achse eines neuen Koordi-
C   natensystemes (R=r,s,t) und die Ausrichtung dessen r-Achse variiert wird
C   (Drehwinkel W, entspr. Neigung der r-Achse zu einer vorgegebenen Ebene
C   wie etwa Ekliptik oder Kometenbahn, OBLQ).     ST Mittl.F.der Gew.einheit.
C   Beispiel: Beim Vorbeiflug einer Sonde an einem Kometen soll die Unsi-
```

```
C   cherheit seiner Position in Flugrichtung (t-Richtung) und im
C   miss vector (bei Zählung von Ekliptik oder Kometenbahnebene aus) ange-
C   geben werden.
C   SD,CD,SR,CR Sinus und Kosinus der Rekt. und Dekl. in Richtung X,
C   X1, X2 Normalenvektor  senkrecht auf Ekliptik bzw.  Kometenbahnebene
C   im Äquatorsystem (weitere Ebenen entsprechend einbaubar)
C   symbol.f.Partials: U Unbekannte, R Targetkoord., X äq.helioz.K., G geoz.Dis.
C   Alle Daten des Vorbeifluges müssen nachfolgend und in BDERAN vorgegeben
C   werden. Die aktuelle Eingabe ob eine genaue Vorausberechnung/Fehlerrechnung
C   gemacht werden soll, erfolgt durch Eingabe von IH/MERR a.d. ersten Datenk.
C   IH=0 keine genaue Vorausb./Fehlerr., IH=1/2 genaue Vb., bei MERR>0 Fehler-
C   rechnung mit aktuekllen/als 1" angen. mittl.Fehler (akt.Rechng./Prognose),
C   MERR=0/1/2 ohne/mit Fehlerrechnung/m.F. und zusätzl. Normalgl.(SUBR.MF0).
C   M,ZEIT,DXDU werden b.letzter Bahnverb. in SUBR.ERAN1 abgesp.
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1)
      EXTERNAL DSQRT,DSIN,DCOS
      CHARACTER*12 EBENE1,EBENE2,EBENE3
      COMMON/ZIEL/IH/ERRAN/M,ZEIT,DXDU(LU,3)/K2/C(LU1,LU1),ST
      DIMENSION X(3),R(3),X1(3),X2(3),FR(3),FX(3),DRDX(3,3),DRDU(LU,3)
      DIMENSION X3(3),DDDU(LU),DDDX(3)
      DATA EBENE1,EBENE2,EBENE3 /' Ekliptik   ',' Halleybahn ',
     .     ' Giottobahn '/
      DATA ZWEIPI,AE  /6.283185307179586D0,149597870.65295D0/
C     DATA X /+.698218071978D0,-.662129269981D0,-.272169715064D0/
      DATA X1 /.0D0,-.397881158349D0,+.917436964501D0/
C     DATA X2 /+.259094909205D0,+.231212705376D0,-.937768901647D0/
C     DATA X3 /-.028760832565D0,-.405799485733D0,+.913509491953D0/
C     DATA DDDX /-.5883434D0,-.7322187D0,-.3430858D0/
      DATA X /+.685119981D0,-.675861D0,-.271703D0/
      DATA X2 /+.259093736D0,+.231211897D0,-.937769425D0/
      DATA X3 /-.035747464D0,-.403744720D0,+.914173025D0/
      DATA DDDX /-.596547847D0,-.725286768D0,-.343641942D0/
C  (Entsprechen der Vorbeiflugrichtung von Giotto am Halley'schen Kometen
C   und der Normalen senkrecht zur Ekliptik, Halley- und Giottobahnebene).
      IF(M.EQ.0.OR.IH.EQ.0)RETURN
      AE=AE*ST
      SD=X(3)
      CD=DSQRT(1.D0-SD*SD)
      SR=X(2)/CD
C     CR=X(1)/CD
      CR=DSQRT(1.D0-SR*SR)
      IF(X(1).LT..0D0)CR=-CR
      WRITE(6,12)ZEIT,M
   12 FORMAT(////,10X,'### Fehlerrechnung für den Vorbeiflug einer ',
     . 'Raumsonde ###',///' Ableitungsmatrix des Ortes zur Zeit ',F13.4,
     . ' nach den ',I2,' Unbekannten:',/)
      DO13L=1,3
   13 WRITE(6,14)(DXDU(I,L),I=1,M)
   14 FORMAT(7(1X,G17.10))
C   Mittl. Fehler FX in äquatorealen Koordinaten X,Y,Z,R  des Kometen
      DO10J=1,M
   10 DDDU(J)=DXDU(J,1)*DDDX(1)+DXDU(J,2)*DDDX(2)+DXDU(J,3)*DDDX(3)
      CALL MF2(M,DDDU,FD)
      DO2I=1,3
    2 CALL MF2(M,DXDU(1,I),FX(I))
      WRITE(6,20)ZEIT,FX(1)*AE,FX(2)*AE,FX(3)*AE,FD*AE,ST*206264.8D0
   20 FORMAT(///' Unsicherheit der äquatorealen Koordinaten und ',
     .  'helioz.Distanz: ',//' Zeit:',F15.3,' dx ',F8.1,' dy ',
     .  F8.1,' dz ',F8.1,' dr ',F8.1,' (in km)   bei m.F.',F8.3,' "'/)
      WRITE(6,15)EBENE1,X1,EBENE2,X2,EBENE3,X3,X
   15 FORMAT(///' Bezugsebenen des Fehlerellipsoides:',//,4X,'Name',10X,
     .  'Normalenvektor im Äquatorsystem',/,3(/,1X,A12,3F16.11),//,
     .  ' Flugrichtung der Sonde:',3F12.8,///)
      WRITE(6,21)
```

```
   21 FORMAT(//20X,'Fehlerellipsoid'//' Winkel',5X,'dr(km)',5X,
     . 'dt(km)',6X,'C1',7X,'C2',7X,'C3'/)
C    Berechnung von DRDX(I,J)=dR(J)/dX(I) mit Variation von W
C    (ergibt die Fehlerellipse in der s,t-Ebene.)
      DRDX(1,3)=CD*CR
      DRDX(2,3)=CD*SR
      DRDX(3,3)=SD
      DO1IW=1,36
      W=ZWEIPI/36.D0*IW
      SW=DSIN(W)
      CW=DCOS(W)
      DRDX(1,1)=CW*SD*CR-SW*SR
      DRDX(2,1)=CW*SD*SR+SW*CR
      DRDX(3,1)=-CW*CD
C     DRDX(1,2)=-SW*SD*CR-CW*SR
C     DRDX(2,2)=-SW*SD*SR+CW*CR
C     DRDX(3,2)=SW*CD
C    Kontrolle: bei Transformation der Richtung X, wird r=1,s=t=0
C     DO9I=1,3
C     R(I)=.0D0
C     DO9J=1,3
C    9 R(I)=R(I)+X(J)*DRDX(J,I)
C    Berechnung des Winkels OBLQ der r-Achse zu den vorgeg. Ebenen (Ekliptik,
C    Kometenbahn usw). Falls cos(OBLQ)=r-Komponente d.Normalen=0 liegt
C    die r-Achse in der betr. Ebene
      SOBLQ1=X1(1)*DRDX(1,1)+X1(2)*DRDX(2,1)+X1(3)*DRDX(3,1)
      SOBLQ2=X2(1)*DRDX(1,1)+X2(2)*DRDX(2,1)+X2(3)*DRDX(3,1)
      SOBLQ3=X3(1)*DRDX(1,1)+X3(2)*DRDX(2,1)+X3(3)*DRDX(3,1)
C    Transformationsmatrix DRDU(I,J)=dR(J)/dU(I), für r immer, für s nicht,
C    für t nur einmal (bei IW=1) zu berechnen
      J=-1
    7 J=J+2
      DO6I=1,M
      DRDU(I,J)=.0D0
      DO6K=1,3
    6 DRDU(I,J)=DRDU(I,J)+DRDX(K,J)*DXDU(I,K)
C    Fehler in r-Richtung
      CALL MF2(M,DRDU(1,J),FR(J))
      IF(IW.EQ.1.AND.J.EQ.1)GOTO7
C    Ausdruck der Ergebnisse
      WRITE(6,22)10.*IW,FR(1)*AE,FR(3)*AE,SOBLQ1,SOBLQ2,SOBLQ3
   22 FORMAT(2X,F5.1,2(3X,F8.1),3(2X,F7.3))
    1 CONTINUE
      WRITE(6,23)EBENE1,EBENE2,EBENE3
   23 FORMAT(/,' (dr,dt mittl. Fehler in r- bzw. t-Richtung,',
     . /' C1-C3 Sinus der Neigung der r-Richtung zu   ',
     . A12,' / ',A12,' / ',A12,'  )'//)
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDERAN
C    Die Werte für TIH1,TIH2 werden aktuell durch die eingegebenen IANFG,IENDE
C    übersteuert. Sie müssen bei erw. Prognose/Fehlerr.f.TIH dies einschließen.
C    Bei Vorbesetzung M=0 erfolgt keine Berechnung der Fehlerellipse
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      COMMON/ZIEL/IH,IHEQ,TIH,TIH1,TIH2/ERRAN/M
      DATA M,IH,IHEQ /1,0,1/
      DATA TIH,TIH1,TIH2 /2446503.5D0, 2446470.5D0, 2446505.5D0/
      END
      SUBROUTINE CXK00(LDIM,KDIM,C)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Umformung von Ableitungen C irgendwelcher Größen nach den rechtwink-
C    ligen Initialwerten in solche nach den Unbekannten.
C    LDIM Anzahl der betr. Größen, deren Ableitungen gemeint sind
C    (z.Bsp. moment.Koord. bzw. RA,Dekl: LDIM=3 bzw. 2), KDIM<=LU
```

```
C    Anzahl der Elemente, nach denen die Diffq. zu berücksichtigen sind
C    (z.Bsp. NG6 bei moment.rechtw.Koord., NG6IBZ bei Rekt. und Dekl.)
       SAVE
       PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1)
       COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU)
       COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ
       DIMENSION C(LDIM,LU),H(LU)
       IF(IF0.EQ.0)RETURN
       DO4L=1,LDIM
       M=0
       DO1K=1,NG6IBZ
       IF(IFEST(K).NE.0)GOTO1
       M=M+1
       H(M)=.0D0
       DO2I=1,KDIM
     2 H(M)=H(M)+C(L,I)*CXK(I,K)
     1 CONTINUE
       DO5K=1,M
     5 C(L,K)=H(K)
       DO6K=M+1,NG6IBZ
     6 C(L,K)=.0D0
     4 CONTINUE
       RETURN
       END
       SUBROUTINE ERAN1(C0,T0)                                                 HALLEY
       IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)                                     HALLEY
C    Abspeichern von dx/dK für den Zeitpunkt, für welchen am Schluß            HALLEY
C    eine Fehlerabschätzung der Position erfolgen soll                         HALLEY
       SAVE
       PARAMETER (LU=16)                                                       HALLEY
       COMMON/ERRAN/M,T,C1(LU,3)/NV/I00,NGR6                                   HALLEY
       DIMENSION C0(3,LU),C10(3,LU)                                            HALLEY
       IF(M.EQ.0)RETURN
       T=DATUM(T0)                                                             HALLEY
       M=NGR6
       DO2I=1,3                                                                HALLEY
       DO2J=1,NGR6                                                             HALLEY
     2 C10(I,J)=C0(I,J)                                                        HALLEY
       CALL CXK00(3,NGR6,C10)                                                  HALLEY
       DO1I=1,3                                                                HALLEY
       DO1J=1,NGR6                                                             HALLEY
     1 C1(J,I)=C10(I,J)                                                        HALLEY
       RETURN                                                                  HALLEY
       END                                                                     HALLEY
       SUBROUTINE AEQKST(OMEGA,ASCD,OBL,EQ,PX,PY,PZ,QX,QY,QZ,I)
       IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C    Berechnet die Äquatorkonstanten der Bahnebene aus den Lageelementen.
C    Bei I.NE.0 sind die eingeg. Bahnelemente vom FK4- zum FK5-System umzur.
C    Änderungen FK5-FK4: dE0=+.525", dE+dLambda=+1.245",dP1=+1.10",
C    dEps=+.0189" .
       SAVE
       EXTERNAL DSIN,DCOS,DATAN
       COMMON/ZUSK/TZ
       DATA E0,ELAM,DP1,DEPS/2.54527D-6,6.03593D-6,5.33295D-6,9.16298D-8/
       TE=(EQ-1900.D0)/100.D0
       EPS=23.45229461D0-1.300233D-2*TE-1.675D-6*TE**2+5.04D-7*TE**3
       EPS=EPS*DATAN(1.D0)/45.D0
       PX=DCOS(OMEGA)*DCOS(ASCD)-DSIN(OMEGA)*DSIN(ASCD)*DCOS(OBL)
       QX=-DSIN(OMEGA)*DCOS(ASCD)-DCOS(OMEGA)*DSIN(ASCD)*DCOS(OBL)
       PY0=DCOS(OMEGA)*DSIN(ASCD)+DSIN(OMEGA)*DCOS(ASCD)*DCOS(OBL)
       QY0=-DSIN(OMEGA)*DSIN(ASCD)+DCOS(OMEGA)*DCOS(ASCD)*DCOS(OBL)
       PZ0=DSIN(OMEGA)*DSIN(OBL)
       QZ0=DCOS(OMEGA)*DSIN(OBL)
       IF(I.NE.1)GOTO1
       T0=(TZ-2433282.423D0)/36525.D0
```

```
      DRA=E0+ELAM*T0
      DLONG=-DP1*T0
      EPS=EPS-DEPS
      CALL EKLAEQ(PX*1.D0,PY0*1.D0,DLONG,PX,PY0)
      CALL EKLAEQ(QX*1.D0,QY0*1.D0,DLONG,QX,QY0)
    1 CALL EKLAEQ(PY0,PZ0,EPS,PY,PZ)
      CALL EKLAEQ(QY0,QZ0,EPS,QY,QZ)
      IF(I.NE.1)RETURN
      CALL EKLAEQ(PX*1.D0,PY*1.D0,DRA,PX,PY)
      CALL EKLAEQ(QX*1.D0,QY*1.D0,DRA,QX,QY)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INT1(N,X0,XV)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C    Bildung der Differenzen von numerischen Funktionswerten zwecks Interpolation
      SAVE
      PARAMETER (LI=11)
      DIMENSION X0(LI),XV(LI),X00(LI,LI)
      DO1I=1,N
      X00(1,I)=X0(I)
    1 CONTINUE
      DO2L=2,N
      DO3I=L,N
      X00(L,I)=X00(L-1,I)-X00(L-1,I-1)
    3 CONTINUE
    2 CONTINUE
      DO4I=1,N
      XV(I)=X00(I,I)
    4 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INT2(N,X0,T,X)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LI=11)
      DIMENSION X0(LI)
C    Interpolation einer Funktion X fuer die Zeit T aus dem in INT1
C    berechneten Differenzen     nach Newtons Formel.
      TV=T
      X=X0(1)
      DO1I=2,N
      X=X+X0(I)*TV
      TV=TV*(T-I+1)/I
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INT3(N,X0,T,DX)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LI=11)
      DIMENSION X0(LI)
C    Interpolation der ersten Ableitung einer Funktion X für die Zeit
C    T aus den Differenzen von X    nach Newtons Formel.
      A=1.D0
      B=1.D0
      DX=X0(2)
      DO1I=3,N
      A=A*(T-I+3)/(I-2)
      B=(A+B*(T-I+2))/(I-1)
      DX=DX+X0(I)*B
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE JD2(A,YD)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
```

```
C    Programm zum Berechnen der julianischen Tageszahl YD aus dem Datum A.
C    Zeitangaben vor dem 1.März 1583 werden als julianisch, danach als
C    gregorianisch aufgefaßt.
C    Das Programm faßt siebenstellige Zahlen als julianisches, achtst. als
C    normales Datum auf, daher können in diesem Ber.wahlweise beide eing.werden
      SAVE
      IF(A.GT.5.D6)GOTO5
      YD=A
      RETURN
    5 CONTINUE
      SIG=A/DABS(A)
      B=DABS(A)
      Y=IDINT(B*1.D-4)
      P=IDINT(B/100.D0)-100.D0*Y
      D=B-1.D4*Y-100.D0*P
      Y=Y*SIG
      IF(P.GE.3.D0)GOTO2
      P=P+9.D0
      Y=Y-1.D0
      GOTO3
    2 P=P-3.D0
    3 CONTINUE
      YDNO=58.5D0+IDINT((Y+4712.D0)*365.25D0)
      D=30.D0*P+IDINT((P+1.D0)/2.D0)+IDINT(P/6.D0)
     .  -DABS(P-8.D0)*(IDINT(P/7.D0)-IDINT(P/10.D0))+D
      YD=YDNO+D
      IF(Y.LE.1582.D0)GOTO4
      GRK=2.D0-IDINT(Y/100.D0)+IDINT(Y/400.D0)
      YD=YD+GRK
    4 RETURN
      END
      SUBROUTINE PLANET(N,ZEIT,TE,DT,I,X)
C     VIRTUAL /BD800/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Objekt N von Band oder Datei lesen, bzw. aus Integration interpolieren.
C    I=0 Koordinaten, I=1 zeitl. Ableitungen pro Tag positiver Schrittweite.
C    ZEIT Zeit, TE Interpolationsbruchteil, E Koordinaten b. Stützstellen
C    der Interpolation, E0 Differenzenschema. NRWAR/NWAR Zeilennr./Objekt beim
C    vorangegangenen Aufruf, dann direkt Interpolation der Koordinaten
C    (dies kann bei Wechsel der kpl. Datei, jedoch zufällig gleicher
C    Zeilennummer, falsch sein, daher NRWAR in BD8C initialisieren).
C    Interpolationsstützpunkte NREC00+1 bis NREC00+LI. N1 Angabe, wie weit
C    sich ohne Adjustierung von NREC00 die Interpolation in den nächsten
C    Block erstrecken würde (falls Koordinaten von Datei lesen).
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1,LI0=LI-1,LG=28,LREC=180,LEER=2)
      PARAMETER (LDUM=LN*3)
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1)
      COMMON/BD800/BD8(LG,LREC)/BD8000/NREC1,NREC2,NREC,NREC00
      COMMON/BAND1/NP1/BAND/NP,ANFP,DTP,NRECP,IUNIT,IDIR
      DIMENSION X(3),E(LI,3),E0(LI,3),UNW(LDUM)
      SAVE
      DATA NWAR,UNS /0,1.D-7/
      IF(NP1.LE.N)GOTO7
      N31=(N-1)*3
C    Koordinaten aus Datei
      TE=(ZEIT-ANFP)/DTP
      NRWAR=NREC00
      NREC00=IDINT(TE)-1
      IF(DABS(NINT(TE)*1.D0-TE).GT.UNS)GOTO11
      NREC00=NINT(TE)-1
      TE=(NREC00+1)*1.D0
   11 CONTINUE
      nzeit=nrec00+1
*     IF(NREC00.GT.NREC2-LI.AND.NREC00.LT.NREC2-1)NREC00=NREC2-LI
      N1=MOD(NREC00+LI,LREC)
```

```
      IF(N1.LT.LI0)NREC00=NREC00-N1
      TE=TE-(NREC00+1)
      IF(NREC00.EQ.NRWAR.AND.N.EQ.NWAR)GOTO3
      if(nzeit.lt.nrec1+1.or.nzeit.gt.nrec2-1)print *,te,
     .  '  ab ',nzeit,', Beob. außerhalb eingel.Planeten !'
      DO8J=1,LI
      NREC=NREC00+J
      IF(NREC.GT.NREC1.AND.NREC.LE.NREC2)GOTO9
      if(nrec.le.nrec1.or.nrec.gt.nrec2)print *,nrec,
     .  ' Planeten deswegen lesen (J=',J,'):'
      IF(IDIR.EQ.0)GOTO19
      READ(IUNIT,REC=NREC+LEER)(UNW(N00),N00=1,N31),(E(J,K),K=1,3)
      GOTO8
   19 CALL BD80(0)
    9 CONTINUE
      NREC0=NREC-NREC1
      DO18K=1,3
   18 E(J,K)=BD8(N31+K,NREC0)
    8 CONTINUE
      GOTO2
    7 CONTINUE
C    Koordinaten aus Integration
*     TE=-(ZEIT-ANF)/DT+IN*IFVW
      DO1J=1,LI
      DO1K=1,3
      E(J,K)=Y(K,N,LI1-J)
    1 CONTINUE
    2 CONTINUE
C    Interpolieren
      if(te.lt.-1.d-5.or.te.gt.float(li0))print *,' gr.Planet wird',
     . ' außerhalb dem erlaubten Bereich interpoliert, te=',te
      DO4K=1,3
    4 CALL INT1(LI,E(1,K),E0(1,K))
    3 CONTINUE
      DO5K=1,3
      IF(I.EQ.0)CALL INT2(LI,E0(1,K),TE,X(K))
      IF(I.EQ.0)GOTO5
      CALL INT3(LI,E0(1,K),TE,X(K))
      IF(NP1.GT.N)X(K)=X(K)/DTP
      IF(NP1.LE.N)X(K)=-X(K)/DT
    5 CONTINUE
      NWAR=N
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ERDE(X0,Y0,Z0,T,X,Y,Z)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      EXTERNAL AMOD,SIN,COS
      REAL T1,TE,A,D,E,G,V,DK,DH,DL,DB,DR,DRA,RR
      COMMON/ANZAHL/N,NF,DG,DT,IFBV0,NB1,NB2,NB6,IFM/BAND1/NP1
      DATA RR,EPS /.01745329252,.409319755202D0/
C    Programm zur Berechnung  der Koordinaten der Erde X,Y,Z zur Zeit T
C    aus den integrierten Koordinaten X0,Y0,Z0 des Baryzentrums wegen den
C    Störungen  1.(DX,DY,DZ) und höherer Ordnung durch den Mond, und
C    Korrekturen der Initialwerte und des Fundamentalsystemes.
C    Bei IFM=0 bzw=1 sind bei der Integration die Störungen des Mondes
C    überhaupt nicht bzw. nur auf den Zusatzkörper berücksichtigt worden,
C    bei IFM=2 auf alle Körper einschließlich des Baryzentrums. Nachfol-
C    gende Korrekturen in das FK5-System gelten bei Verwendung der Initial-
C    werte von Izvekov (Newcombs Theorie, Standardkoordinaten) bei IFM=0
C    oder =1,   bzw. von DE102 von Standish bei IFM=2 (isotrope Koordin.).
C    Falls Erde mitintegriert wird (NP1.GT.4), keine Korr.der Erdkoord.
C    A mittl.Anomalie des Mondes, E mittl.Länge d.Erde, D Elongation Mond-Sonne,
C    G Differenz Sonne-Mondknoten.
      CALL MOND(T,DX,DY,DZ)
```

```
      X=X0-DX
      Y=Y0-DY
      Z=Z0-DZ
      T1=T-2415020.D0
      TE=T1/36525.-.5
      E=AMOD( 99.6967+ 0.98564734*T1,360.)*RR
      IF(IFM.EQ.2.OR.NP1.GT.4)GOTO1
      A=AMOD(296.1046+13.06499245*T1,360.)*RR
      D=AMOD(350.7375+12.19074919*T1,360.)*RR
      G=AMOD( 20.5134+ 1.03860126*T1,360.)*RR
      V=AMOD( 59.3203+ 0.00393428*T1,360.)*RR
C    Mondstörungen auf das Baryzentrum nach Bretagnon, sowie Korrektur
C    von Perihellänge, Exzentrizität und Schiefe der Ekliptik
      DK=.01165*SIN(E)+.00178*SIN(2.*D-E)-.11143-.01199*TE
      DH=.01165*COS(E)-.00178*COS(2.*D-E)+.16153-.09834*TE
      DL=2.*(SIN(E)*DH-COS(E)*DK)+.00304*SIN(2.*D)-.00118*SIN(2.*D-A)
     .                    +.00104*SIN(V)
      DR=-(COS(E)*DH+SIN(E)*DK+.00196*COS(2.*D)-.015565)/206264.8E-9
      DB=.0196*SIN(G)-.0249*SIN(E)
C    Korrektur von Newcombs mittleren Länge der Sonne und der Distanz Erde-Sonne
C    Bei Verwendung von ET:   DL=-.0150+.1050*TE      (n.W.Fricke)
C    Bei Verwendung von TAI:  DL=+.1214-.1807*TE      (n.Oesterw.,DE96 u.Lening.)
C    Bei Verwendung von TDB:  DL=+.0527-.2627*TE      (n.DE102)
C    Aus Vgl. mit DE102  DR=-25.39, Korr. wegen dessen dL/dT +1.35
C    und wegen Diff. Standardkoordinaten - isotrope +9.87 = insg. -14.17
C    Angen. wurde letztes und vorletztes Ergebnis fuer DL m.Gewicht 6:1.
      DR=DR-14.1
      DRA=.0
      DL=DL+.063-.251*TE
      GOTO2
    1 CONTINUE
C    Korrekturen notw. für DE102 nach FK5: 1) von Radarsystem in FK4-ähnl.Syst.
C    dk=-.7598, dn +.2892 (aus Lösung v.DE102) entspricht DL=+.7267*TE
C    plus DRA=-1.4265*TE,   2) FK4-ähnl.Syst. nach FK4-System gemäß
C    Rotationsmatrix n.Standish (s.Cel.Mech.         ), entspricht
C    genähert  DL=+.2922,DRA=-.9535 (und DEPS=-.0013),    3) von FK4 nach
C    FK5    also DL=-1.10*TE plus DRA=.5250+1.245*TE, gibt insgesamt
C    FK5-DE102:  DL=+.2922-.3733*TE und DRA=-.4285-.1815*TE    .
C    Aber wer verwendet heutzutage noch DE102 ?
C    Korrekturen für DE119/200 (genaugenommen DRA=0.0035"):
      DRA=.0
      DB=.0
      DR=.0
      DL=+.00-0.00*TE
    2 CONTINUE
      CALL EKLAEQ(Y,Z,-EPS,Y1,Z1)
      CALL RECPOL(X,Y1,Z1,R,EB,EL)
      CALL POLREC(EL+DL/206264.8,EB+DB/206264.8,R+DR*1.E-9,X,Y1,Z1)
      CALL EKLAEQ(Y1,Z1,EPS,Y,Z)
      CALL RECPOL(X,Y,Z,R,EB,EL)
      CALL POLREC(EL+DRA/206264.8,EB,R,X,Y,Z)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE MOND(T,X,Y,Z)
      SAVE
      EXTERNAL AMOD,DMOD,SIN,COS
      DOUBLE PRECISION DMOD
      DOUBLE PRECISION X,Y,Z,Y0,Z0,T,T1,A0,B0,C0,D0,S0,V0
      REAL X00(6,58),X1(120),X2(120),X3(108)
      EQUIVALENCE (X00(1,1),X1(1)),(X00(1,21),X2(1)),(X00(1,41),X3(1))
      DATA RR,RM /.01745329252,.0002908882/
C    Berechnung der rechtwinkliken äquatorialen geozentrischen Koordinaten-
C    differenz Baryzentrum-Erdmitte nach der Mondtheorie von Delaunay. Einheit
C    der Terme für Länge und Breite 1',für Parallaxe 1", Äquinoktium 1950.0 .
C    A=Mittl. Anom. des Mondes, B=Mittl.Anom. der Erde, C=Argument der Breite
```

```
C   des Mondes, D=mittl.Elongation des Mondes von der Sonne     zur Zeit T.
C   Mondterme und Störungen durch die Sonne  (rezipr.Mondmasse 81.300587)
C   Mondlänge und Mondparallaxe
C                  A    B    C    D      DL      DP
      DATA X1 /  0.,  1.,  0.,  0.,   -11.1,   -0.4,
     .           1.,  0.,  0.,  0.,  +377.3, +186.6,
     .           1., -1.,  0.,  0.,    +2.5,   +1.1,
     .           1.,  1.,  0.,  0.,    -1.8,   -0.9,
     .           2.,  0.,  0.,  0.,   +12.8,  +10.2,
     .           2., -1.,  0.,  0.,    +0.2,   +0.1,
     .           3.,  0.,  0.,  0.,    +0.6,   +0.6,
     .          -1.,  0.,  2.,  0.,    -1.4,   -0.7,
     .           0.,  0.,  0.,  2.,   +39.5,  +28.3,
     .           0., -1.,  0.,  2.,    +2.8,   +1.9,
     .           0.,  1.,  0.,  2.,    -0.4,   -0.3,
     .           1.,  0.,  0.,  2.,    +3.2,   +3.1,
     .           1., -1.,  0.,  2.,    +0.2,   +0.2,
     .           2.,  0.,  0.,  2.,    +0.2,   +0.3,
     .          -1.,  0.,  0.,  2.,   +76.4,  +34.3,
     .          -1., -1.,  0.,  2.,    +3.4,   +1.5,
     .          -1.,  1.,  0.,  2.,    -0.5,   -0.4,
     .          -2.,  0.,  0.,  2.,    +3.5,   -0.3,
     .          -3.,  0.,  0.,  2.,    +0.2,   -0.1,
     .           0.,  0., -2.,  2.,    +1.0,   -0.1/
      DATA X2 / -1.,  0., -2.,  2.,    +0.2,   -0.1,
     .           0.,  0.,  0.,  4.,    +0.2,   +0.2,
     .          -1.,  0.,  0.,  4.,    +0.6,   +0.6,
     .          -2.,  0.,  0.,  4.,    +0.5,   +0.3,
     .           0.,  0.,  0.,  1.,    -2.1,   -1.0,
     .           0.,  1.,  0.,  1.,    +0.3,   +0.1,
     .          -1.,  0.,  0.,  1.,    -0.3,   +0.0,
     .          -2., -1.,  0.,  2.,    +0.1,   +0.0,
     .           2.,  1.,  0.,  0.,    -0.1,   -0.1,
     .           0., -2.,  0.,  2.,    +0.1,   +0.1,
     .           1.,  0., -2.,  2.,    +0.1,   -0.1,
     .           1.,  0.,  0.,  1.,    -0.1,   -0.1,
     .           0., -2.,  0.,  0.,    -0.1,   -0.0,
     .          -1., -2.,  0.,  2.,    +0.1,   +0.1,
C   Mondbreite
C                C1    C    A    B    D          DB
     .           1.,  0.,  0.,  0.,  0.,     +308.64,
     .           1., -2.,  0.,  0.,  0.,       +0.05,
     .           1.,  0.,  0., -1.,  0.,       -0.42,
     .           1.,  0.,  0.,  1.,  0.,       +0.40,
     .           1.,  0., -1.,  0.,  0.,       +0.39,
     .           1.,  0., -2.,  0.,  0.,       -0.39/
      DATA X3 /  1., -2.,  0.,  0.,  2.,       +8.80,
     .           1., -2.,  0., -1.,  2.,       +0.37,
     .           1., -2.,  0.,  1.,  2.,       -0.17,
     .           1., -2., -1.,  0.,  2.,       -0.26,
     .           1.,  0.,  2.,  0., -2.,       +0.09,
     .           1.,  0.,  1.,  0.,  0.,       -0.02,
     .           1., -2.,  1.,  0.,  0.,       +0.10,
     .           1.,  0., -1.,  1.,  0.,       +0.01,
     .           1.,  0., -3.,  0.,  0.,       -0.04,
     .           1.,  2.,  0.,  0.,  0.,       -0.10,
     .           1.,  2.,  1.,  0.,  0.,       -0.01,
     .           1., -2.,  0., -2.,  2.,       +0.01,
     .           1., -2.,  1.,  0.,  2.,       +0.03,
     .           1., -2., -1., -1.,  2.,       -0.01,
     .           1., -2., -2.,  0.,  4.,       +0.01,
     .           1.,  0., -1.,  0.,  1.,       +0.01,
     .           1.,  0.,  0.,  0., -1.,       -0.02,
     .           1.,  0.,  1.,  0., -1.,       -0.01/
      T1=T-2415020.0D0
```

```
      T3=SNGL(T-2433282.4D0)*RM
      A0=296.104608D0+13.0649924465D0*T1+6.889D-12*T1*T1
      B0=358.475833D0+ 0.9856002670D0*T1
      C0= 11.250889D0+13.2293504490D0*T1-2.407D-12*T1*T1
      D0=350.737486D0+12.1907491914D0*T1-1.076D-12*T1*T1
      S0=279.696678D0+ 0.9856473354D0*T1+0.227D-12*T1*T1
      V0=342.767053D0+ 1.6021687039D0*T1
      A=SNGL(DMOD(A0,360.D0))*RR
      B=SNGL(DMOD(B0,360.D0))*RR
      C=SNGL(DMOD(C0,360.D0))*RR
      D=SNGL(DMOD(D0,360.D0))*RR
      S=SNGL(DMOD(S0,360.D0))*RR
      V=SNGL(DMOD(V0,360.D0))*RR
      DL=.0
      DP=3422.7
      DB=.0
      DO1I=1,34
      ARG=X00(1,I)*A+X00(2,I)*B+X00(3,I)*C+X00(4,I)*D
      DL=DL+X00(5,I)*SIN(ARG)
      DP=DP+X00(6,I)*COS(ARG)
    1 CONTINUE
      C1=C+DL*RM
      AL=S+D+(DL-7.6*SIN(2.*C1))*RM
      DO2I=35,58
      ARG=X00(1,I)*C1+X00(2,I)*C+X00(3,I)*A+X00(4,I)*B+X00(5,I)*D
      DB=DB+X00(6,I)*SIN(ARG)
    2 CONTINUE
C    Planetenstörungen
      AL=AL+(.2*SIN(A+16.*S-18.*V+2.8)-.3*SIN(8.*V-13.*S)
     .    +.1*SIN(AL-C))*RM
      AB=(DB+.03*COS(AL-C+C1)-.16*SIN(AL-C+C1))*RM
C    Präzession nach 1950.0
      AL=AL-(.0022937+.0000215*COS(AL+.0966)*AB)*T3
      AB=AB-.0000215*SIN(AL+.0966)*T3
      CALL POLREC(AL*1.D0,AB*1.D0,.106858496587D0/DP,X,Y0,Z0)
      CALL EKLAEQ(Y0,Z0,.40920625D0,Y,Z)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE MOND1(N1,N2,E,T)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      DOUBLE PRECISION M
C    Berechnet das Dipolmoment des Erde-Mond-Systemes auf die Körper N1 bis N2.
C    X0(K,1),X0(K,2) Koordinaten von Erde und Mond, XM Differenz Baryz.-Geoz.
      PARAMETER (LN=27,LN3=3*LN)
      EXTERNAL DSQRT
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN)/MASSE/M(LN)
      COMMON/BAND1/NP1,IBAND,NP0,XM(3)
      DIMENSION X0(3,2),D(2,LN),E(LN),DI(3,LN)
      DATA V1,V3,V4 /81.300587D0,.987849418376566D0,.012150581623434D0/
      DATA DI /LN3*.0D0/
      IF(NP1.LE.2)CALL MOND(T,XM(1),XM(2),XM(3))
      DO7K=1,3
      X0(K,1)=X(K,4)-XM(K)
      X0(K,2)=X(K,4)+XM(K)*V1
    7 CONTINUE
      D(1,1)=DSQRT(X0(1,1)**2+X0(2,1)**2+X0(3,1)**2)**3
      D(2,1)=DSQRT(X0(1,2)**2+X0(2,2)**2+X0(3,2)**2)**3
      DO1I=N1,N2
      DO2L=1,2
      D(L,I)=(X(1,I)-X0(1,L))**2+(X(2,I)-X0(2,L))**2+(X(3,I)-X0(3,L))**2
      D(L,I)=D(L,I)*DSQRT(D(L,I))
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
C    Dipolterme im Inertialsystem   (Summe gleich 0):
```

```
      DO4K=1,3
      DI(K,1)=(V3*X0(K,1)/D(1,1)+V4*X0(K,2)/D(2,1)-X(K,4)/E(1))*M(4)
      DI(K,4)=DI(K,1)*M(1)
      DO3I=N1,N2
      IF(I.EQ.4)GOTO3
      DI(K,I)=(V3*(X0(K,1)-X(K,I))/D(1,I)+V4*(X0(K,2)-X(K,I))/D(2,I)
     .          -(X(K,4)-X(K,I))/E(I))*M(4)
      DI(K,4)=DI(K,4)+DI(K,I)*M(I)
    3 CONTINUE
C   Falls Dipolmoment auf Erde berechn. w. muß, oben stets 2,N2 statt N1,N2
C   Falls nur beim Zusatzkörper der Mond zu berücksichtigen ist, soll auch
C   bei Masse >0 keine Reactio auf das Baryzentrum berücksichtigt werden.
      DI(K,4)=-DI(K,4)/M(4)
      IF(N1.EQ.N2)DI(K,4)=.0D0
    4 CONTINUE
      DO6K=1,3
      DDX(K,4)=DDX(K,4)+DI(K,4)-DI(K,1)
      DO5I=N1,N2
      IF(I.EQ.4)GOTO5
      DDX(K,I)=DDX(K,I)+DI(K,I)-DI(K,1)
    5 CONTINUE
    6 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE POLREC(A,B,R,X,Y,Z)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Unterprogramm zum Berechnen von rechtwinkligen aus polaren Koordinaten.
C   A,B,R   Azimuth,Höhe und Distanz, X,Y,Z rechtwinklige Koordinaten.
      EXTERNAL DSIN,DCOS
      SAVE
      X=R*DCOS(B)*DCOS(A)
      Y=R*DCOS(B)*DSIN(A)
      Z=R*DSIN(B)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE RECPOL(U,V,W,R,A,B)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Programm zum Umformen von rechtwinkligen Koordinaten in Polarkoordinaten.
C   (U,V,W=rechtwinklige Koordinaten, A=Höhe, B=Azimuth, R=Distanz)
      EXTERNAL DMOD,DSQRT,DATAN
C     EXTERNAL DATAN2
      SAVE
      ZWEIPI=8.D0*DATAN(1.D0)
      R=DSQRT(U*U+V*V+W*W)
      A=DATAN(W/DSQRT(U*U+V*V))
      IF(U.NE..0D0.AND.V.NE..0D0)B=DMOD(DATAN2(V,U)+ZWEIPI,ZWEIPI)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INVAL(IEXZ,GK,AINT,EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,
     .PX,PY,PZ,QX,QY,QZ,TA,A,B,C,DA,DB,DC)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Programm zur Berechnung von Ort und Geschwindigkeit aus den Elementen.
C   GK ist die Gaußsche Konstante incl. Planetenmasse (pro Tag)
C   Bei Bahnen unter bzw. über EXZ=0.8 ist AMO die mittl.
C   Anomalie resp. Zeit nach dem Periheldurchgang, HALBA
C   die große Halbachse bzw. Periheldistanz, EPOCHE die formale Epoche der
C   eingeg. mittl.Anomalie bzw. die Perihelzeit.  Die Formeln für EXZ>0.8
C   gehen übrigens auch für EXZ<=0.8, aber stets nur bis E=90 Grad.
      EXTERNAL DSQRT,DCOS,DSIN
      SAVE
      U=1.D-15
      IF(IEXZ.EQ.1)GOTO3
      PSY=GK/HALBA**1.5D0
    2 AM=AMO+(TA-EPOCHE)*PSY
      E=AM
```

```
    1 EV=E
      E=AM+EXZ*DSIN(E)
      IF(DABS(E-EV).GT.U)GOTO1
      X=HALBA*(DCOS(E)-EXZ)
      Y=HALBA*DSQRT(1.D0-EXZ**2)*DSIN(E)
      R=DSQRT(X*X+Y*Y)
      DX=-DSIN(E)*PSY*HALBA**2/R*AINT
      DY=DCOS(E)*DSQRT(1.D0-EXZ**2)*HALBA**2/R*PSY*AINT
      GOTO6
    3 CALL WA(DSQRT((1.D0+EXZ)/HALBA)*GK/2.D0/HALBA*AMO,
     .(1.D0-EXZ)/(1.D0+EXZ),V,0)
      R=HALBA*(1.D0+EXZ)/(1.D0+EXZ*DCOS(V))
      X=R*DCOS(V)
      Y=R*DSIN(V)
      DX=-Y*GK/R/DSQRT(HALBA*(1.D0+EXZ))*AINT
      DY=(X*(1.D0-EXZ)+EXZ*HALBA)*DSQRT((1.D0+EXZ)/HALBA)*GK/R*AINT
    6 A=PX*X+QX*Y
      B=PY*X+QY*Y
      C=PZ*X+QZ*Y
      DA=PX*DX+QX*DY
      DB=PY*DX+QY*DY
      DC=PZ*DX+QZ*DY
      RETURN
      END
      SUBROUTINE EKLAEQ(Y,Z,EPS,Y0,Z0)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C    Programm zum Umrechnen von ekliptikalen Koordinaten in äquatoriale.
C    EPS ist die Schiefe der Ekliptik.
      EXTERNAL DCOS,DSIN
      SAVE
      Y0=Y*DCOS(EPS)-Z*DSIN(EPS)
      Z0=Y*DSIN(EPS)+Z*DCOS(EPS)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE GRADB(R,ISIG,IA,IB,A)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      CHARACTER*1 ISIG
C    Hilfsprogramm zur Umrechnung von rad in Grad,Minuten und Sekunden
      IF(R.GE..0)ISIG='+'
      IF(R.LT..0)ISIG='-'
      WK=DABS(R)/6.283185307179586D0
      WG=(WK-IDINT(WK))*360.D0
      IA=IDINT(WG)
      IB=IDINT((WG-IA)*60.D0)
      A=((WG-IA)*60.D0-IB)*60.D0
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INOBS(I,TZ,DT,IRW,NRBV,IBV0,NGLEI,IEND)
CUNI  VIRTUAL /BEOB/,/GEWI/,/BE1/,/STERNW/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      EXTERNAL DSQRT,DCOS,DSIN,DTAN
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1,LST=200,LBE=500)
      CHARACTER*1 I0,IC0,ID0,IDP,IB0,IE0,IP0,IL0,IC,IET
CUNI  CHARACTER*4 KARTE(20)
      CHARACTER*80 KARTE
      CHARACTER*4 ISTRIN,ISTR1,ISTR2,ISTR3
      CHARACTER*1 IFK5,ISG,ITR,NOTE,IX,IY,IZ
      COMMON/EQUIN/EQ/XYZ/IFXYZ
      COMMON/STERNW/RHO(LST),THE(LST),PHI(LST),NSTWT(LST)
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1)/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ
      COMMON/BEOB/TOBS(LBE),RA(LBE),DEKL(LBE),DX(LBE),DY(LBE),DZ(LBE),
     .NTOBS(LBE),IART(LBE)
      COMMON/GEWI/P(2,LBE)
      COMMON/BE1/ISTRIN(LBE,3)
```

```
      DIMENSION GEW(10)
      SAVE
      DATA GEW /1.0D0,0.8D0,0.6D0,0.4D0,0.2D0,0.0D0,2000.D0,3*0.0D0/
      DATA IC0,ID0,IDP,IB0,IE0,IP0,IL0 /'C','D',':','B','E','P','L'/
      DATA IX,IY,IZ,I0 /'X','Y','Z',' '/
      DATA IERR,RR0 /0,206264.8062471D0/
C   Programm zum Einlesen der Beobachtungen des zusätzlichen Körpers.
C   NSTW ist die Gesamtzahl aller vorkommenden Sternwarten.
C   NGLEI ist am Schluß die Zahl der Bedingungsgleichungen mit Gewicht ungleich
C   Null abzüglich der Zahl der Unbekannten. NSTWT(J) ist die MPC-Nummer der
C   J-ten Sternwarte, ISTW die der zur Beobachtung gehörenden Sternwarte.
C   Bei IFK5=1H* Beob.bzgl.FK5-System, IFK5=1HD differentiell (Mond
C   e.Planeten), dann Rekt. in ‚" und mit cos(Dekl.) behaftet.
C   Bei IFK5=1HP Beob. im FK4-Syst. aber um Rot.(Präz.,Äq.)bis 1950 korr.
C   Bei IFK5=1HL Beob. im FK4-Sysy. aber um lokale Fehler korr.
C   Eingabe der Gewichte beider Koordinaten durch zwei Ziffern IRA0,IRA
C   sodaß Gewicht = GEW(IRA+1)*(10**-IRA0)  u.dgl. für IRD,IRD0.
C   ITR=1HP,1HB,1HE falls Gewichte auf Koordinatenrichtung Sonne,
C   scheinbare Bewegung oder Ekliptiksystem bezogen sind (s.SUBR.DEDAE0)
C   ITR=1HX,1HY,1HZ falls als Beob. die betr. heliozentr. Koordinate
C   XYZ und ihr mittlerer Fehler SIGXYZ eingegeben wird (beide in km)
C   Dann wegen Ausdruck d.Residuals in km (SUBR.OUTRES) interne Einh. RR0 km
C   Bei IET=1HE wird die Beobachtungszeit in ET eingegeben.
C   Wenn VIRTUAL richtig funkt., oben YANF1 und PARAM. weg.
      I=0
      CALL INSTW(NSTW)
      IF(NSTW.EQ.0)GOTO5
      WRITE(6,6)NINT(EQ),NINT(EQ)
    6 FORMAT(//,1X,'<ESC!145>','Beobachtungen:','<ESC!20>',/,70X,
     . 'Parallaxe',16X,'Gewicht',/' Nr.',7X,'t(UT)',11X,'RA(',I4,')',
     . 4X,'Dekl(',I4,')',3X,'Stw.',6X,'dX',10X,'dY',10X,'dZ',
     . 6X,'pR',4X,'pD',7X,'t(JD,ET)',7X,'FK5-FK4','<ESC!4>',/)
    1 READ(5,40)KARTE
   40 FORMAT(A80)
CUN40 FORMAT(20A4)
CUNI  DECODE(80,41,KARTE)ITR
      READ(KARTE,41)ITR
   41 FORMAT(71X,A1)
      IF(ITR.EQ.IX.OR.ITR.EQ.IY.OR.ITR.EQ.IZ)
     .READ(KARTE,32)IC,IART0,IET,JAHR,MONAT,DATUM,XYZ,SIGXYZ
CUNI .DECODE(80,32,KARTE)IC,IART0,IET,JAHR,MONAT,DATUM,XYZ,SIGXYZ
   32 FORMAT(A1,12X,I1,A1,I4,I3,D10.6,F15.2,F10.2)
      IF(ITR.EQ.IX.OR.ITR.EQ.IY.OR.ITR.EQ.IZ)GOTO42
CUNI  DECODE(80,2,KARTE)IC,IART0,IET,JAHR,MONAT,DATUM,IFK5,IA,IB,R,ISG,
      READ(KARTE,2)IC,IART0,IET,JAHR,MONAT,DATUM,IFK5,IA,IB,R,ISG,
     .     JA,JB,D,ITR,IRA0,IRA,IRD0,IRD,ISTW
    2 FORMAT(A1,12X,I1,A1,I4,I3,D10.6,A1,I2,I3,D7.3,A1,I2,I3,D6.2,
     .  14X,A1,4I1,I4)
   42 IF(JAHR.EQ.0)GOTO5
      IF(IC.NE.IC0)GOTO15
   20 WRITE(6,17)JAHR,MONAT,DATUM,IA,IB,R,ISG,JA,JB,D,ISTW
   17 FORMAT(5X,I4,I3,F10.6,2X,I2,I3,F7.3,2X,A1,I2,I3,F6.2,I5)
      GOTO1
   15 IF(IC.EQ.ID0)GOTO1
      I=I+1
      IART(I)=0
      IF(IART0.EQ.5.OR.IART0.EQ.4.OR.IART0.EQ.8.OR.IART0.EQ.9)ISTW=500    EROS
      IF(IART0.EQ.5.OR.IART0.EQ.6.OR.IART0.EQ.8)IART(I)=1                 EROS
      IF(I.GT.LBE)GOTO18
      WRITE(ISTR1,9)100*MOD(JAHR,100)+MONAT
CUNI  ENCODE(4,9,ISTR1)100*MOD(JAHR,100)+MONAT
CHON  ENCODE (ISTRIN(I,1),9) 100*MOD(JAHR,100)+MONAT
    9 FORMAT(I4)
      CALL JD2(JAHR*10000.D0+MONAT*100.D0+DATUM,T)
      IXYZ=0
```

```
      IF(ITR.NE.IX.AND.ITR.NE.IY.AND.ITR.NE.IZ)GOTO31
      IFXYZ=IFXYZ+1
      IXYZ=1
      RA(I)=XYZ/RR0
      P(1,I)=1.D0/SIGXYZ
      DEKL(I)=.0D0
      P(2,I)=.0D0
      NGLEI=NGLEI+1
      NOTE=I0
      GOTO30
   31 CONTINUE
      CALL WINKEL('+',IA,IB,R,RA0)
      CALL WINKEL(ISG,JA,JB,D,DEKL0)
      IF(IFK5.EQ.I0)CALL FK(T,RA0*15.D0,DEKL0,RA(I),DEKL(I),1)
      IF(IFK5.EQ.IP0)CALL FK(T,RA0*15.D0,DEKL0,RA(I),DEKL(I),2)
      IF(IFK5.EQ.IL0)CALL FK(T,RA0*15.D0,DEKL0,RA(I),DEKL(I),3)
      IF(IFK5.EQ.ID0)RA0=RA0/15.D0
      IF(IFK5.NE.I0.AND.IFK5.NE.IP0.AND.IFK5.NE.IL0)RA(I)=RA0*15.D0
      IF(IFK5.NE.I0.AND.IFK5.NE.IP0.AND.IFK5.NE.IL0)DEKL(I)=DEKL0
      IF(IRA0.EQ.9)IRA0=-1
      IF(IRD0.EQ.9)IRD0=-1
      IF(IRA0.EQ.8)IRA0=-2
      IF(IRD0.EQ.8)IRD0=-2
      IF(ITR.EQ.I0)ITR=IDP
      P(1,I)=DSQRT(GEW(IRA+1)/(10.D0**IRA0))
      P(2,I)=DSQRT(GEW(IRD+1)/(10.D0**IRD0))
C   Falls RA,Dekl.oder beide unbenutzt,ist ein R,D oder X im Ausgabestring.
C   Falls nur eine Koordinate P=0 hat, diese wenigstens genähert eingeben.
      NOTE=I0
      IF(P(1,I).LT.1.D-10)NOTE='R'
      IF(P(2,I).LT.1.D-10)NOTE='D'
      IF(P(1,I).LT.1.D-10.AND.P(2,I).LT.1.D-10)NOTE='X'
      IF(P(1,I).GE.1.D-10)NGLEI=NGLEI+1
      IF(P(2,I).GE.1.D-10)NGLEI=NGLEI+1
   30 CONTINUE
      IF(IET.NE.IE0)TOBS(I)=T+DTET(T)
      IF(IET.EQ.IE0)TOBS(I)=T
      IF(IET.EQ.IE0)T=T-DTET(T)
      NTOBS(I)=(TOBS(I)-TZ)/DT
      IF(NTOBS(I).LT.0)IRW=I
      NTOBS(I)=IABS(NTOBS(I))+1
      IF(NTOBS(I).LT.6)NTOBS(I)=6
      IF(IRW.EQ.I)NTOBS(I)=-NTOBS(I)
C   Falls das Eingeben einer Sternwarte vergessen wurde, oder die Beobach-
C   tungen in falscher Reihenfolge eingegeben wurden,   anhalten.
      IF(I.EQ.1)GOTO16
      IF(NTOBS(I).GE.NTOBS(I-1))GOTO16
      WRITE(6,10)I
      IERR=1
C     CALL STOP
      GOTO20
   18 WRITE(6,19)
   19 FORMAT(/' Es wurden zuviele Beobachtungen eingegeben.',/,
     .   ' Programm wird abgebrochen.'/)
      CALL STOP
   16 CONTINUE
      IF(IXYZ.NE.0)GOTO33
C   Feststellung der zugehörigen Sternwarte
      J=0
    3 J=J+1
      IF(J.LE.NSTW)GOTO7
      WRITE(6,12)I
      IERR=1
C     CALL STOP
      GOTO20
```

```
    7 IF(NSTWT(J).NE.ISTW)GOTO3
   12 FORMAT(/' Zu der',I4,'-ten Beobachtung wurde die Sternwarte nicht
     .eingegeben.'/)
   10 FORMAT(/' Die',I4,'-te Beobachtung wurde in falscher Reihenfolge
     .eingegeben.'/)
CUNI  ENCODE(4,8,ISTR2)IDINT(DATUM/10),MOD(IDINT(DATUM),10),ITR,
      WRITE(ISTR2,8)IDINT(DATUM/10),MOD(IDINT(DATUM),10),ITR,
     .  ISTW/100
    8 FORMAT(2I1,A1,I1)
CUNI  ENCODE(4,11,ISTR3)MOD(ISTW,100)/10,ISTW-10*(ISTW/10),IFK5,NOTE
      WRITE(ISTR3,11)MOD(ISTW,100)/10,ISTW-10*(ISTW/10),IFK5,NOTE
   11 FORMAT(2I1,2A1)
      GOTO44
   33 CONTINUE
CUNI  ENCODE(4,88,ISTR2)IDINT(DATUM/10),MOD(IDINT(DATUM),10),ITR,
      WRITE(ISTR2,88)IDINT(DATUM/10),MOD(IDINT(DATUM),10),ITR,
     .  I0
   88 FORMAT(2I1,2A1)
CUNI  ENCODE(4,89,ISTR3)I0,I0,IFK5,NOTE
      WRITE(ISTR3,89)I0,I0,IFK5,NOTE
   89 FORMAT(4A1)
   44 CONTINUE
C   sobald VIRTUAL richtig funktioniert, nachf.direkt in ENCODE Stmt.setzen CUNI
      ISTRIN(I,1)=ISTR1
      ISTRIN(I,2)=ISTR2
      ISTRIN(I,3)=ISTR3
      IF(IXYZ.NE.0)GOTO34
      CALL STERNZ(T,STZ)
      STZ=STZ+THE(J)
C   Ortssternzeit incl. Präzession bis EQ
      TE=(TOBS(I)-2433282.D0)/365.25D0
      THEEQ=STZ-
     .    (2.235D-4+.972D-4*DSIN(STZ-1.1D-4*TE)*DTAN(PHI(J)))*TE/2.D0
      PHIEQ=PHI(J)-0.972D-4*DCOS(THEEQ)*TE
      THEEQ=STZ-
     .  (2.235D-4+.972D-4*DSIN(THEEQ)*DTAN((PHI(J)+PHIEQ)/2.D0))*TE
      DX(I)=RHO(J)*DCOS(PHIEQ)*DCOS(THEEQ)
      DY(I)=RHO(J)*DCOS(PHIEQ)*DSIN(THEEQ)
      DZ(I)=RHO(J)*DSIN(PHIEQ)
      IF(ITR.EQ.IDP)ITR=I0
      RRA=(RA(I)/15.D0-RA0)*206264.8D0
      RDE=(DEKL(I)-DEKL0)*206264.8D0
      IF(IFK5.NE.ID0)
     . WRITE(6,4)MOD(I,1000),JAHR,MONAT,DATUM,IET,IA,IB,R,ISG,JA,JB,D,
     . ISTW,DX(I),DY(I),DZ(I),P(1,I)**2,P(2,I)**2,ITR,TOBS(I),RRA,RDE
    4 FORMAT(I4,1X,I4,I3,F10.6,A1,1X,I2,I3,F7.3,2X,A1,I2,I3,F6.2,I5,
     . 3F12.8,2F6.2,1X,A1,F15.6,F7.3,F5.2)
      IF(IFK5.EQ.ID0)
     . WRITE(6,45)MOD(I,1000),JAHR,MONAT,DATUM,IET,R,D,
     . ISTW,DX(I),DY(I),DZ(I),P(1,I)**2,P(2,I)**2,ITR,TOBS(I)
   45 FORMAT(I4,1X,I4,I3,F10.6,A1,4X,F9.2,5X,F9.2,I5,
     . 3F12.8,2F6.2,1X,A1,F15.6)
      GOTO1
   34 WRITE(6,35)MOD(I,1000),JAHR,MONAT,DATUM,IET,XYZ,SIGXYZ,
     .  ITR,TOBS(I)
   35 FORMAT(I4,1X,I4,I3,F10.6,A1,1X,F15.2,F10.2,2X,A1,53X,F15.6)
      GOTO1
    5 CONTINUE
C   Falls <2 Beob.vorh.und keine prov.Bahn, STOP, bei zu wenig Beob.keine Bahnv.
C   Falls keine prov.Bahn und nur so viele Beob.wie Unbekannte,max.5 Bahnverb.
      IF(NRBV.NE.-1.OR.I.GE.2)GOTO13
      WRITE(6,14)I
   14 FORMAT(/' Es wurden nur ',I4,' Beobachtungen und keine vorläufige
     .Bahn eingegeben. Programm wird abgebrochen. '/)
      CALL STOP
```

```
   13 CONTINUE
      IF(IERR.EQ.0)GOTO22
      WRITE(6,21)
   21 FORMAT(/' Fehler bei Eingabe der Beobachtungen,',
     .  ' daher wird Programm abgebrochen.'/)
      CALL STOP
   22 CONTINUE
      IF(IBV0.NE.0)CALL INFEST
      M0=NG6IBZ-IFEST(LU1)
      NGLEI=NGLEI-M0
      IF(I.EQ.2.AND.NRBV.EQ.-1)NGLEI=0
      IF(NGLEI.LT.0)IBV0=0
      IF(IBV0.EQ.0)NRBV=101
      IF((NGLEI.EQ.0.OR.NRBV.EQ.-1).AND.IEND.EQ.10)IEND=5
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDINOB
      SAVE
      COMMON/XYZ/IFXYZ
      DATA IFXYZ /0/
      END
      SUBROUTINE STW(B,H,R,P)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Berechnet aus geographischen Koordinaten die parallaktischen Faktoren DXY,DZ
      EXTERNAL DSIN,DCOS
      SAVE
      P=B-(692.742994*DSIN(2.*B)-1.16329*DSIN(4.*B)+0.002592*DSIN(6.*B))
     .*(1.D0-0.1568D-6*H)/206264.8062471D0
      R=0.998327073044+0.001676438278*DCOS(2.*P)-3.518978D-6*DCOS(4.*P)
     .+7.656E-9*DCOS(6.*P)+0.1568E-6*H-2.51D-6*DSIN(P)
      R=R*6378.139/149597870.65295
      RETURN
      END
      SUBROUTINE WINKEL(ISIG,I,J,S,W)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      EXTERNAL DATAN
C   Rechnet Winkel von Grad,Minuten und Sekunden ins Bogenmaß um.
      SAVE
      CHARACTER*1 ISIG,ISIG1
      W=(I+J/60.D0+S/3600.D0)*DATAN(1.D0)/45.D0
      ISIG1='-'
      IF(ISIG.EQ.ISIG1)W=-W
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INSTW(I)
CUNI  VIRTUAL /STERNW/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Hilfsprogramm zum Einlesen der Sternwarten der Beobachtungen des Zusatzk.
C   J=1H* bzw 1HR, falls geogr.Länge westlich positiv und in h,m,s
C   eingegeben wird, bzw. falls Länge in Grad, und DXY/DZ direkt.
      PARAMETER (LST=200)
      EXTERNAL DSQRT,DSIN,DCOS,DATAN
      CHARACTER*1 IS1,IS2,ISA,ISB,J
      CHARACTER*80 ITEXT
      CHARACTER*36 ITEXT1
CUNI  CHARACTER*4 ITEXT,ITEXT1
      CHARACTER*4 IT1,IT2
      COMMON/STERNW/RHO(LST),THE(LST),PHI(LST),NSTWT(LST)
CUNI  DIMENSION ITEXT(20),ITEXT1(9)
      SAVE
      DATA RR  /.017453292519943296D0/
      DATA IS1,IS2 /'*','R'/
    3 FORMAT(/,1X,'<ESC!145>','Vorkommende Sternwarten:','<ESC!20>',/,
     .' Nr.',8X,'Länge',11X,'Breite',8X,'Höhe',8X,'Länge',8X,
     .'dxy',8X,'dz',10X,'Name','<ESC!4>',/)
```

```
      I=0
    2 READ(5,8)ITEXT
    8 FORMAT(A80)
CUNI8 FORMAT(20A4)
      READ(ITEXT,18)IT1,IT2
   18 FORMAT(2A4)
      IF(IT1.EQ.IT2)RETURN
CUNI  IF(ITEXT(1).EQ.ITEXT(2))RETURN
      IF(I.EQ.0)WRITE(6,3)
      I=I+1
CUNI  DECODE(4,9,ITEXT)J,NR
      READ(ITEXT,9)J,NR
    9 FORMAT(A1,I3)
      NSTWT(I)=NR
      IF(J.EQ.IS2)GOTO5
C   Eingabe von geographischen Koordinaten
CUNI  DECODE(76,1,ITEXT)ISA,IA,IB,R,ISB,JA,JB,D,ALT,ITEXT1
      READ(ITEXT,1)ISA,IA,IB,R,ISB,JA,JB,D,ALT,ITEXT1
CUNI1 FORMAT(6X,A1,2I3,D9.5,A1,I2,I3,D8.4,D8.2,9A4)
    1 FORMAT(6X,A1,2I3,D9.5,A1,I2,I3,D8.4,D8.2,A36)
      CALL WINKEL(ISA,IA,IB,R,A)
      CALL WINKEL(ISB,JA,JB,D,B)
      IF(J.EQ.IS1)A=-15.D0*A
      THE(I)=A
      CALL STW(B,ALT,RHO(I),PHI(I))
      WRITE(6,4)NR,J,ISA,IA,IB,R,ISB,JA,JB,D,ALT,A*57.29578D0,
     .   RHO(I)*DCOS(PHI(I))*1.D7,RHO(I)*DSIN(PHI(I))*1.D7,ITEXT1
    4 FORMAT(1X,I3,2X,A1,1X,A1,2I3,F8.4,2X,A1,I2,I3,F8.4,F9.2,
CUNI .      2X,3(3X,F8.3),9A4)
     .      2X,3(3X,F8.3),A36)
      GOTO2
    5 CONTINUE
C   Eingabe von rechtwinkligen Koordinaten
CUNI  DECODE(66,6,ITEXT)A,DXY,DZ0,ITEXT1
      READ(ITEXT,6)A,DXY,DZ0,ITEXT1
CUNI6 FORMAT(4X,3F10.4,8A4)
    6 FORMAT(4X,3F10.4,A32)
      WRITE(6,11)NR,J,A,DXY,DZ0,ITEXT1
CUN11 FORMAT(1X,I3,2X,A1,43X,3(3X,F8.3),8A4)
   11 FORMAT(1X,I3,2X,A1,43X,3(3X,F8.3),A32)
      PHI(I)=.0D0
      IF(DABS(DZ0).GT.1.D-5.OR.DABS(DXY).GT.1.D-5)PHI(I)=DATAN(DZ0/DXY)
      RHO(I)=DSQRT(DXY*DXY+DZ0*DZ0)*1.D-7
      THE(I)=A*RR
      GOTO2
      END
      SUBROUTINE STERNZ(T0,S)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      EXTERNAL DMOD,DATAN
C   Berechnet die Greenwicher Ortssternzeit S zum Zeitpunkte T0 (in UT).
      SAVE
      T=(T0-2415020.)/36525.
      S=(DMOD((8640184.542D0*T+.0929D0*T*T)/86400.D0+DMOD(T0,1.D0),1.D0)
     .    +.7769194D0)*8.D0*DATAN(1.D0)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INFEST
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Falls bestimmte Elemente oder Linearkombinationen derselben bei der Bahn-
C   verbesserung konstant gehalten werden sollen, wird hier diese Funktion
C   eingelesen.  CKE(K,J) ist der Koeffizient des J-ten Elementes in der K-ten
C   konstant zu haltenden Funktion. Maximal sind bei z.Bsp.10 bzw. 6 Unbekannten
C   9 bzw. 5 solche Bedingungsgleichungen sinnvoll. CKE darf nicht singulair
C   werden.   Anstatt in den rechtwinkligen Koordinaten wird die Bahn-
C   verbesserung dann in den durch CKE*E modifizierten Elementen durchgeführt,
```

```
C   und von ihnen ein Teil konstant gehalten.   Welche dies sind,
C   gibt IFEST an (=0 bzw 1 falls variabel oder konstant), die
C   Anzahl der festen ist IFEST(LU1), falls dies überhaupt der Fall ist,
C   ist IF0=1, ansonsten =0. Will man ohne festgehaltene Elemente die Bahn-
C   verbesserung in den Kegelschnittelementen anstatt rechtwinkligen Initialwert
C   durchführen (IF0=1 aber IFEST(LU1)=0), eine Leerkarte eingeben.
C   Die Bedingungen sind auf die jeweils ausgegebene Form der Elemente
C   bezogen einzugeben, brauchen also nicht erst noch umgerechnet zu werden.
C   IBZ Anz.d.Zusatzunbek.,NG6IBZ u. M0 Anz.d.Unbek.ohne bzw mit Abzug
C   von IFEST(LU1). Bei LU>24 FORMAT 9 und 14 erweitern.  Die Umrechnungs-
C   faktoren GD zw. Maßeinheiten intern und bei Ein-/Ausgabe s.SUBR.INPUT
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1,LU2=LU-6)
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CKE(LU,LU)/ANZAHL/N,NF,DG,DT
      COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ/IO/GD(LU)
      DATA IEOF /0/
      READ(5,1,END=2)(IFEST(L),L=1,LU)
    1 FORMAT(80I1)
      IF0=1
      DO3K=1,NG6IBZ
      IF(IFEST(K).NE.0)IFEST(LU1)=IFEST(LU1)+1
    3 CONTINUE
      DO4J=1,NG6IBZ
      DO5K=1,NG6IBZ
    5 CKE(K,J)=.0D0
    4 CKE(J,J)=1.0D0
      IF(NG6IBZ-IFEST(LU1).EQ.0)GOTO6
      IF(IFEST(LU1).EQ.0)RETURN
      WRITE(6,14)(I,I=1,NG6IBZ)
   14 FORMAT(//' Folgende Linearkombinationen der Elemente werden'/,
     .' bei der Bahnverbesserung konstant gehalten:'//,' Element',
     .2(10I12,/),' Faktoren:')
C   Bei mehr als 10 Unb. für jede Bedingung 2 Eingabekarten.
      DO7K=1,NG6IBZ
      IF(IFEST(K).EQ.0)GOTO7
      IF(IEOF.EQ.0)READ(5,12,END=20,ERR=6)(CKE(K,J),J=1,NG6IBZ)
      GOTO19
   20 IEOF=1
   19 CONTINUE
   12 FORMAT(10D8.5)
      WRITE(6,9)(CKE(K,J),J=1,NG6IBZ)
    9 FORMAT(11X,10(2X,F10.6))
C   Umrechnung von CKE auf die verwendeten Einheiten (Winkel in rad usw).
      DO18J=1,NG6IBZ
   18 CKE(K,J)=CKE(K,J)*GD(J)
    7 CONTINUE
      CALL INV(CKE,NG6IBZ)
C   Jetzt ist CKE invertiert worden und somit die Ableitung der Kegelschnitt-
C   elemente nach den modifizierten.
    2 RETURN
    6 CONTINUE
C   An der Eingabe von CKE ist etwas falsch
      WRITE(6,10)
   10 FORMAT(/' Bei der Eingabe von den konstant zu haltenden ',
     .'Funktionen ist ein Fehler passiert. Programm hält.')
      CALL STOP
      END
      SUBROUTINE COEFF(RA,DEK,D,C0)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      EXTERNAL DCOS,DSIN
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1,LU6=LU-6)
C   Programm zum Berechnen der Bedingungsgleichungen z.Bahnverbesserung.
      DIMENSION C0(3,LU)
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU)
```

```
      COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ,B(2,LU),B0(2,LU6)/EPH0/DEDAE(2,2)
C   C0 ist die Ableitungsmatrix der 3 momentanen Koordinaten
C   nach den 6 Initialwerten, derart,daß C0(K,I) die Ableitung der K-ten
C   Momentankoordinate nach dem I-ten Initialwert ist. C ist die Ableitung
C   der J-ten Beobachtung in RA*cos(Dekl) und Dekl.nach dem I-ten Initialwert,
C   multipliziert mit der Wurzel des Gewichtes,  B(1,I) und B(2,I) ist
C   die Ableitung von RA*cos(Dekl.) und Dekl. ohne Wichtung.
      DO1I=1,NG6
      B(1,I)=(C0(2,I)*DCOS(RA)-C0(1,I)*DSIN(RA))/D
      B(2,I)=(C0(3,I)*DCOS(DEK)-C0(2,I)*DSIN(DEK)*DSIN(RA)
     .-C0(1,I)*DSIN(DEK)*DCOS(RA))/D
    1 CONTINUE
      DO9N=1,IBZ
      B(1,NG6+N)=B0(1,N)*DCOS(DEK)
    9 B(2,NG6+N)=B0(2,N)
C   Falls Durchführung der Bahnverbesserung nicht in rechtwinkligen
C   Initialwerten, Transformation auf die betr. Unbekannten
      IF(IF0.NE.0)CALL CXK00(2,NG6IBZ,B)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DEDAE0(J,DT)
CUNI  VIRTUAL /BEOB/,/BE1/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Berechnet die Transformationsmatrix derjenigen Koordinaten, in welcher
C   die Bedingungsgleichungen (für die J-te Beobachtung) aufgestellt
C   werden sollen, zu den äquatorealen.  DEDAE(I,K)  Ableitung der I-ten
C   transformierten zur K-ten äquatorealen Koordinate. ITR gibt die Art der
C   transformierten Koordinaten an. Bei ITR=1H:  Rekt. und Dekl. beibehalten,
C   ITR=1HE stattdessen ekliptikale Länge und Breite, ITR=1HP Positionswinkel
C   und Distanz zur Sonne (zur Elimination der Differenz Licht- zu Massen-
C   schwerpunkt bei Kometen nur Pos.w. benutzen), ITR=1HB  senkrecht und
C   längs der geozentrischen Bewegungsrichtung (bei schnelllaufenden
C   Objekten mit unsicheren Strichspurenden bzw. zugehöriger Zeit nur
C   Pos. senkrecht verwenden). DR,DD Variation von Rekt.*cos(Dekl.) bzw.
C   Dekl. mit der zweiten der transformierten Koordinate.    X,Y,Z helio-
C   zentr. Position, DX,DY,DZ relative geozentr. Geschwindigkeit des Körpers
C   Störender Einfluss einer Unbekannte, die nicht mit bestimmt werden
C   soll, läßt sich aus einzelnen Beobachtungen eliminieren durch
C   Multiplikation der ersten bzw. zweiten Bedingungsgleichung mit
C   B/DSQRT(A*A+B*B) bzw. -A/DSQRT(A*A+B*B) und Addieren, wobei A und B die
C   Koeffizienten der Unbekannten und die Wurzeln nötig wegen Normierung
C   bzw. Ausgleichsprinzip sind.  Da Bedingungsgl. nicht jedesmal integriert
C   werden, müssen die DEDAE in diesem Fall für die betreffenden
C   NELIM Gleichungen in DRELIM,DDELIM abgespeichert werden
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI0=LI-1,LBE=500,LU=16,LELIM=500)
      EXTERNAL DCOS,DSIN
      CHARACTER*1 IDP,IP,IB,IE,ID,ITR
      CHARACTER*4 ISTRIN,ISTR2
      COMMON/ANZAHL/N,NF/REL1/DXR(3,LN),IFVW
      COMMON/BEOB/T(LBE),R(LBE),D(LBE)/BE1/ISTRIN(LBE,3)
      COMMON/EPH0/DEDAE(2,2),X,Y,Z,RA,DE,DIST
      COMMON/EPH1/ZEIT,TE,T0,OX0(LI),OY0(LI),OZ0(LI)
      COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ,B(2,LU)
      COMMON/ELIM/NELIM,JELIM(LELIM),DRELIM(LELIM),DDELIM(LELIM)
      DIMENSION DERDE(3)
      SAVE
      DATA IDP,IP,IB,IE,ID /':','P','B','E','D'/
      DATA CE,SE/.91743696D0,.39788116D0/
      ISTR2=ISTRIN(J,2)
CUNI  DECODE(3,1,ISTR2)ITR
      READ(ISTR2,1)ITR
    1 FORMAT(2X,A1)
      IF(ITR.NE.IDP)GOTO2
C   Keine Transformation
   10 DR=.0D0
```

```
      DD=1.D0
      GOTO8
    2 CONTINUE
      IF(ITR.NE.IP)GOTO3
C   Variation von Rekt. und Dekl. mit der Winkeldistanz zur Sonne
C   (dann ist erste neue Koord. d.Posw. von Nord nach Ost, die zweite die
C   Elong.z.Sonne, sodaß bei Komet scheinb.z.Sonne hin negative Resid.sb.w.)
      DR=Y*DCOS(RA)-X*DSIN(RA)
      DD=Z*DCOS(DE)-(X*DCOS(RA)+Y*DSIN(RA))*DSIN(DE)
      GOTO8
    3 IF(ITR.NE.IB)GOTO4
C   Variation von Rekt. und Dekl. längs zur geozentr. Bewegungsrichtung. An sich
C   Differenzen statt Geschwindigkeiten völlig ausreichend da Fehler von 1.Ordn.
C   in den Beschleunigungen, diese jedoch f. Erde u.erdnahes Objekt fast gleich
C   DERDE Erdgeschwindigkeit, -DXO usw. Geschwindigkeit des Himmelskörpers
      CALL PLANET(4,ZEIT,TE,DT,1,DERDE)
      CALL INT2(LI0,OX0(2),T0,DXO)
      CALL INT2(LI0,OY0(2),T0,DYO)
      CALL INT2(LI0,OZ0(2),T0,DZO)
      DR=(DYO/DT+DERDE(2))*DCOS(RA)-(DXO/DT+DERDE(1))*DSIN(RA)
      DD=(DZO/DT+DERDE(3))*DCOS(DE)-
     .  ((DXO/DT+DERDE(1))*DCOS(RA)+
     .   (DYO/DT+DERDE(2))*DSIN(RA))*DSIN(DE)
      GOTO8
    4 IF(ITR.NE.IE)GOTO5
C   Variation in Richtung der ekliptikalen Breite
      DR=-DCOS(RA)*SE
      DD=DCOS(DE)*CE+DSIN(DE)*DSIN(RA)*SE
      GOTO8
    5 IF(ITR.NE.ID)GOTO9
C   RA*cos(DE),DE bezogen auf mittl.Äq. des Datums statt auf 1950.0
      PR=(2433282.423D0-T(J))*2.661D-7
      DR=PR*DSIN(RA)/DCOS(DE)
      DD=1.D0-0.5D0*(PR*DSIN(RA)/DCOS(DE))**2
      GOTO8
    9 CONTINUE
C   Elimination des IELIM-ten Elementes (IELIM.LT.0),  wozu die neuen
C   Koordinaten entlang bzw.senkrecht zu seiner Variationslinie gelegt werden
C   (erste neue Koord. senkrecht, zweite entlang d.Var., sodaß die erste
C   neue Koord. nicht mehr das Element enthält und verwendet werden kann)
CUNI  DECODE(1,11,ITR,ERR=10)IELIM
      READ(ITR,11,ERR=10)IELIM
   11 FORMAT(I1)
C   Erst Suche ob bereits berechnet
      IF(IELIM.EQ.0)IELIM=10
      DO13J0=1,NELIM
   13 IF(JELIM(J0).EQ.J)GOTO14
C   Muß berechnet werden
      NELIM=NELIM+1
      IF(NELIM.GT.LELIM)GOTO16
      DD=B(2,IELIM)
      DR=B(1,IELIM)
      DDELIM(NELIM)=DD
      DRELIM(NELIM)=DR
      JELIM(NELIM)=J
      GOTO8
   14 DD=DDELIM(J0)
      DR=DRELIM(J0)
      GOTO8
   16 WRITE(6,15)LELIM
   15 FORMAT(' Maximal darf bei ',I5,' Beob.eine Unbekannte',
     .  ' eliminiert werden.',/,' Programm hält.'/)
      CALL STOP
    8 CONTINUE
      V=DSQRT(DR*DR+DD*DD)
```

```
      DEDAE(1,1)=DD/V
      DEDAE(1,2)=-DR/V
      DEDAE(2,1)=DR/V
      DEDAE(2,2)=DD/V
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDDE
      SAVE
      COMMON/ELIM/NELIM
      DATA NELIM /0/
      END
      SUBROUTINE WA(Q,G,V,L)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Programm zur Berechnung der wahren Anomalie V aus EXZ.,Periheldist. P
C   und Zeit T seit dem Perihel  bzw. umgekehrt    für alle Kegelschnitte.
C   Die Reihe f.EXZ>0.8 konvergiert nur für exzentr.Anomalien unter 90 Grad !
C   Bei Berechnung von V(L=0):  Q=GK*SQRT((1.D0+EXZ)/P)/2.D0/P*T,
C   G=(1.D0-EXZ)/(1.D0+EXZ)
C   Bei Berechnung von T(L=1): Q wie oben aber ohne T, G wie oben,
C   Q ist am Ende dann die gesuchte Zeit nach dem Periheldurchgang, T.
      SAVE
      EXTERNAL DSQRT,DLOG,DSINH,DTANH,DSIN,DTAN,DASIN,DATAN
CUNI  DATA UNC /1.D-16/                                            $UNI,VAX
      DATA UNC /4.D-15/                                              $ATA
      IF(G*G.GT.3.D-3)GOTO5
C   Parabelnahe Bahnen. Erste Annäherung erfolgt durch Auflösung der
C   Bakerschen Gleichung.
      IF(L.EQ.0)X=2.D0/DTAN(2.D0*DATAN(DTAN(DATAN(2.D0/3.D0/
     .DABS(Q))/2.D0)**(1.D0/3.D0)))*Q/DABS(Q)
      IF(L.NE.0)X=DTAN(V/2.D0)
      IF(G*X*X.GT..5D0)GOTO5
      L0=0
    2 X0=X
      T=1.D0
      Y=X*X
      S=-(1.D0-2.D0*G)/3.D0*X*Y
      X=Q+S
    1 T=T+1.D0
      S=-S*(2.D0*T-1.D0)/(2.D0*T+1.D0)*G*(T-(T+1.D0)*G)/((T-1.D0)-T*G)*Y
      X=X+S
      IF(T.GT.50.D0)GOTO5
      IF(DABS(S).GT.UNC)GOTO1
      IF(L.NE.0)GOTO3
      IF(L0.GT.100)GOTO5
      L0=L0+1
      IF(DABS(X-X0).GT.UNC)GOTO2
      V=2.D0*DATAN(X)
    3 Q=(X0-X)/Q+1.D0
      RETURN
    5 CONTINUE
C   nicht genügend parabelnahe Bahn oder weit entfernter Ort auf der Bahn
      E=(1.D0-G)/(1.D0+G)
      PSY=2.D0*Q*DSQRT(DABS(G))*(1.D0-E)
      E1=0.0D0
      N=0
C   Bei L=0 (wahre Anomalie aus Zeit zu berechnen)ist PSY die mittlere Anomalie,
C   bei L=1 (Zeit seit d.Perihel aus wahrer Anomalie ist zu berechnen) ist PSY
C   die mittlere tägliche Bewegung.
      IF(G.LT..0D0)GOTO9
C   elliptische Bewegung
      IF(L.EQ.0)GOTO6
      E1=2.D0*DATAN(DTAN(V/2.D0)*DSQRT(G))
      Q=(E1-E*DSIN(E1))/PSY
      RETURN
    6 CONTINUE
```

```
      E1=PSY+E*DSIN(E1)
      IF(DABS(E1-X).LE.UNC)GOTO7
      X=E1
      N=N+1
      IF(N.GT.50)GOTO11
      GOTO6
    7 V=2.D0*DATAN(DTAN(E1/2.D0)/DSQRT(G))
      RETURN
    9 CONTINUE
C   hyperbolische Bewegung
      IF(L.EQ.0)GOTO4
      XV=DABS(DTAN(V/2.D0))*DSQRT(-G)
      E1=DLOG((1.D0+XV)/(1.D0-XV))
      Q=(E1-E*DSINH(E1))/PSY*DABS(V)/V
      RETURN
    4 CONTINUE
      XV=(E1+DABS(PSY))/E
      E1=-DLOG(XV+DSQRT(XV*XV+1))*DABS(PSY)/PSY
      IF(DABS(E1-X).LE.UNC)GOTO10
      X=E1
      N=N+1
      IF(N.GT.50)GOTO11
      GOTO4
   10 V=2.D0*DATAN(DTANH(E1/2.D0)/DSQRT(-G))
      RETURN
   11 CONTINUE
C   Weil sich die exzentrische Anomalie auf anderem Wege nicht ermitteln
C   ließ (sonnenferner Ort auf einer parabelnahen Bahn o.ä.), wird sie jetzt
C   durch Probieren gesucht.
      N1=0
      SW=.001D0
      SIG=PSY/DABS(PSY)
      PSY=DABS(PSY)
      E1=SW
      F2=PSY
   13 CONTINUE
      IF(E.LT.1.D0)F1=PSY-(E1-E*DSIN (E1))
      IF(E.GT.1.D0)F1=PSY+(E1-E*DSINH(E1))
      IF(F1*F2.LT..0D0)GOTO12
      F2=F1
      E1=E1+SW
      IF(E1.GE.5.D0)GOTO15
      GOTO13
   12 CONTINUE
C   Die exzentr.Anomalie liegt zwischen E1 und E1-SW. Beginn des Interpolierens.
      E2=E1-SW
   14 CONTINUE
      IF(N1.GT.300)GOTO15
      N1=N1+1
      E0=E1+(E2-E1)*F1/(F1-F2)
      IF(DABS(E0-E1).LT.UNC)GOTO16
      IF(E.LT.1.D0)F0=PSY-(E0-E*DSIN (E0))
      IF(E.GT.1.D0)F0=PSY+(E0-E*DSINH(E0))
      E2=E1
      F2=F1
      E1=E0
      F1=F0
      GOTO14
   16 E1=E1*SIG
      IF(E.LT.1.D0)GOTO7
      IF(E.GT.1.D0)GOTO10
   15 CONTINUE
      WRITE(6,19)
   19 FORMAT(' Die Berechnung der Anomalien aus der Zeit geht nicht.')
      CALL STOP
```

```
      END
      SUBROUTINE LSQ(N,M)
CUNI  VIRTUAL /KOEFF/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      PARAMETER (LU=16,LU2=LU*2,LU1=LU+1,LBE=500,LBE2=LBE*2)
      COMMON/KOEFF/C(LU1,LBE2)
C   Programm zur Auflösung von linearen Gleichungssystemen nach der
C   Methode der kleinsten Quadrate (Quadrierung der Koeffizientenmatrix).
      COMMON/SOLUT/S(LU2)/UNB/M00,IBZ
      COMMON/K2/D(LU1,LU1)/ERR/MERR,MERR0,IFKOKO
      SAVE
C   N ist die Anzahl der Gleichungen, M0=M-1 die der Unbekannten.
C   C ist die Matrix der Koeffiz.der Bedingungsgl., D die der Normalgleichungen.
C   Auf D(M,M) ist anschließend die Quadratsumme d.Fehler bzw.linken Seiten.
      DATA IBGL /0/
      DO5I=1,M
      DO5K=1,M
      D(I,K)=.0D0
    5 CONTINUE
      IF(IBGL.EQ.0)GOTO9
      WRITE(6,101)
  101 FORMAT(/1X,'<ESC!20>',
     .  'Bedingungsgleichungen der Bahnverbesserung:','<ESC!4>'/)
      DO7J=1,N
      DO7K1=1,M,7
      K2=MIN(K1+6,M)
      WRITE(6,104)J,(C(K,J),K=K1,K2)
    7 CONTINUE
    9 CONTINUE
  104 FORMAT(I5,7(1X,G17.10))
      DO2J=1,N
      DO2I=1,M
      DO2K=I,M
      D(I,K)=D(I,K)+C(I,J)*C(K,J)
    2 CONTINUE
      DO4I=1,M
      DO4K=1,M
      D(K,I)=D(I,K)
    4 CONTINUE
      M0=M-1
*     IF(IBZ.EQ.0)GOTO8
      WRITE(6,102)
  102 FORMAT(/1X,'<ESC!20>','Normalgleichungen der Bahnverbesserung:'
     .   ,'<ESC!4>'/)
      DO8J=1,M
      WRITE(6,100)(D(J,I),I=1,M)
  100 FORMAT(7(1X,G17.11))
    8 CONTINUE
      IF(MERR.EQ.2)CALL MF0(M)
      CALL SOL(M0,IFKOKO)
      IF(IBGL.EQ.0)RETURN
      WRITE(6,103)
  103 FORMAT(/1X,'<ESC!20>','Ergebnis der Bahnverbesserung - ',
     .  'Korrekturen der Unbekannten und mittlere Fehler:','<ESC!4>'/)
      WRITE(6,100)(S(I),I=1,M0)
      WRITE(6,100)(S(I),I=LU+1,LU+M0)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE SOL(M,IFKOKO)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Berechnet die Korrelationskoeffizienten zwischen den M Unbekannten.
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1,LU2=LU*2)
      COMMON/K2/D(LU1,LU1)/SOLUT/X(LU2)
      DIMENSION V(LU,LU)
```

```
      EXTERNAL DSQRT
      DO1I=1,M
      DO1J=1,M
    1 V(I,J)=D(I,J)
      CALL INV(V,M)
C   Lösungsvektor und Varianz
      DO2I=1,M
      X(I)=.0D0
      X(LU+I)=DSQRT(V(I,I))
      DO2J=1,M
    2 X(I)=X(I)+V(I,J)*D(J,M+1)
C   Neue Fehlerquadratsumme
      DO3I=1,M
    3 D(M+1,M+1)=D(M+1,M+1)-D(M+1,I)*X(I)
      DO4I=1,M
      DO4J=1,M
    4 D(I,J)=V(I,J)
      IF(IFKOKO.EQ.0)RETURN
C   Ausdrucken
      WRITE(6,5)
    5 FORMAT(/1X,'<ESC!20>',
     .'Varianzen (/206264.8) und Korrelationskoeffizienten:','<ESC!4>'/)
      WRITE(6,9)(X(LU+I)/206264.8062471D0,I=1,M)
    9 FORMAT(11(1X,D10.5),///)
      DO7I=1,M
    7 WRITE(6,6)(V(I,J)/X(LU+I)/X(LU+J),J=1,M)
    6 FORMAT(11(1X,F10.7))
      RETURN
      END
      SUBROUTINE MF0(M)                                                 HALLEY
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)                               HALLEY
C   Einlesen zusätzlicher Normalgleichungen und Hinzufügen zu den alten  HALLEY
C   zwecks Fehleranalyse o.ä., ohne die alten Gleichungen jedesmal neu   HALLEY
C   durch Integration berechnen zu müssen, oder/und von a priori-Werten d.HALLEY
C   mittleren Fehler für die Unbekannten.   Integrationsschrittweite     HALLEY
C   und Epoche bei der Berechnung der einzulesenden Gleichungen müssen   HALLEY
C   mit der gegenwärtigen übereinstimmen, ebenso die Unbekannten, hier   HALLEY
C   wurden die Kegelschnittelemente (statt rechtw. Initialwerte) zzgl.   HALLEY
C   A1,A2 und B gewählt.  Lesen der Gleichungen von Kanal 14.            HALLEY
C   Mehr als eine Bahnv. dann zwecklos da in den eingel. Gleichungen die
C   neuen Residuals nur aus der Auflösung folgen.
C   M-1 Anzahl der Unbekannten                                          HALLEY
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1)                                        HALLEY
      COMMON/NV/IF0/K2/C(LU1,LU1),STA0/STIL/ISTIL,ITH                   HALLEY
      COMMON/ANZAHL/N0,N1,D0,DT/ZUSK/TZ                                 HALLEY
      DIMENSION C0(LU1)                                                 HALLEY
      SAVE                                                              HALLEY
      DATA C0 /LU1*.0D0/                                                HALLEY
CUNI  OPEN(14,FILE='14.',MRECL=33)                                       CUNI
CVAX  OPEN(14,FILE='14.',RECL=132,STATUS='UNKNOWN')                      $VAX
      OPEN(14,FILE='14.',STATUS='UNKNOWN')                               $ATA
C   Eingabe zusätzlicher Normalgleichungen                              HALLEY
      READ(14,8,END=9,ERR=10)ISTIL0,ITH0,IF00,TZ0,DT0                   HALLEY
    8 FORMAT(3I2,F12.3,F6.3)                                            HALLEY
      write(6,8)istil,ith,if0,tz,dt                                     HALLEY
      IF(IF00.EQ.IF0.AND.DABS(TZ0/TZ-1.D0).LT.1.D-8.AND.ITH.EQ.ITH0.AND. HALLEY
     .  DABS(DT0/DT-1.D0).LT.1.D-8.AND.ISTIL0.EQ.ISTIL)GOTO1            HALLEY
    9 WRITE(6,2)                                                        HALLEY
    2 FORMAT(/' Unbekannte,Epoche oder Schrittweite der zusätzlichen',   HALLEY
     ./,' Normalgleichungen anders als gegenwärtig, daher ignoriert.'/)  HALLEY
      GOTO10                                                            HALLEY
    1 CONTINUE                                                          HALLEY
      WRITE(6,7)                                                        HALLEY
    7 FORMAT('/ Eingelesene zusätzliche Normalgleichungen:'/)            HALLEY
      DO3J=1,M                                                          HALLEY
```

```
      IF(J.NE.M)J0=J                                                    HALLEY
      IF(J.EQ.M)J0=M                                                    HALLEY
      READ(14,4)(C0(I),I=1,M)                                           HALLEY
    4 FORMAT(7(G17.11,1X))                                              HALLEY
      WRITE(6,6)(C0(I),I=1,M)                                           HALLEY
    6 FORMAT(7(1X,G17.11))                                              HALLEY
      DO5I=1,M-1                                                        HALLEY
    5 C(J0,I)=C(J0,I)+C0(I)                                             HALLEY
      C(J0,M)=C(J0,M)+C0(M)                                             HALLEY
    3 CONTINUE                                                          HALLEY
C   Eingabe vorgegebener Werte und mittl. Fehler für einige Unbekannte   HALLEY
C   IFNUR=1 falls nur diese Werte/mittl. Fehler (ohne den bisherigen    HALLEY
C   Bedingungsgl.) verwendet werden sollen, sonst =0.                   HALLEY
   10 CONTINUE                                                          HALLEY
      STA=1.D0/206264.8062471D0                                         HALLEY
   13 READ(14,11,END=20,ERR=20)I,IFNUR,WERT,FEHLER                      HALLEY
   11 FORMAT(2I2,2D10.5)                                                HALLEY
      IF(I.GE.M)GOTO13                                                  HALLEY
      WRITE(6,15)I,IFNUR,WERT,FEHLER                                    HALLEY
   15 FORMAT(' Vorgegebene Unbekannte: ',2I2,2(1X,D10.5))               HALLEY
      A=(STA/FEHLER/DT/DT)**2                                           HALLEY
      B=WERT*A                                                          HALLEY
      IF(IFNUR.EQ.0)GOTO12                                              HALLEY
      DO14J=1,11                                                        HALLEY
      C(I,J)=.0D0                                                       HALLEY
   14 C(J,I)=.0D0                                                       HALLEY
   12 C(I,I)=C(I,I)+A                                                   HALLEY
      C(I,M)=C(I,M)+B                                                   HALLEY
      C(M,I)=C(I,M)                                                     HALLEY
      GOTO13                                                            HALLEY
   20 CONTINUE                                                          HALLEY
      WRITE(6,102)                                                      HALLEY
  102 FORMAT(/' Neue Normalgleichungen der Bahnverbesserung:'/)         HALLEY
      DO18J=1,M                                                         HALLEY
      WRITE(6,6)(C(J,I),I=1,M)                                          HALLEY
   18 CONTINUE                                                          HALLEY
      RETURN                                                            HALLEY
      END                                                               HALLEY
      SUBROUTINE CXK0
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1,LU2=LU*LU)
C   Berechnung der Funktionalmatrix CXK(I,K) des I-ten rechtwinkligen Initial-
C   wertes nach der K-ten Unbekannte
      SAVE
      DIMENSION CXE(LU,LU)
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU),CEX(LU,LU)
      COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ/ZUSK/TZ
      EQUIVALENCE (CEX(1,1),CXE(1,1))
      DO5I=1,NG6IBZ
    5 CXK(I,I)=1.0D0
      IF(IF0.EQ.0)RETURN
      CALL CEX0(TZ)
      CALL INV(CXE,NG6IBZ)
C   CXE ist jetzt die Ableitung der rechtwinkligen n.d. Kegelschnittelementen.
      DO3K=1,NG6IBZ
      DO3I=1,NG6IBZ
      CXK(I,K)=.0D0
      DO4J=1,NG6IBZ
      CXK(I,K)=CXK(I,K)+CXE(I,J)*CEK(J,K)
    4 CONTINUE
    3 CONTINUE
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDCXK0
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
```

```
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1,LU2=LU*LU)
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU)
      DATA IF0,IFEST,CXK /0,LU1*0,LU2*.0D0/
      END
      SUBROUTINE MF1(I0,T)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU1=LU+1)
C    Berechnung der mittleren Fehler der Kegelschnittelemente. Bei I0=0 bzw.1
C    für T=TZ (Oskulationsepoche der Bahnverbesserung) bzw. für eine andere Zeit
C    bei der anschließenden Integration.   STA0 mittl. Fehler einer
C    Bedingungsgleichung vom Gewicht 1.
      DIMENSION F(LU)
      COMMON/EL/G(LU),GF(LU)/K2/C(LU1,LU1),STA0/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU),CEX(LU,LU)
      COMMON/ANZAHL/N00,NF/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
      DATA F /LU*.0D0/
      CALL CEX0(T)
      IF(I0.EQ.0)GOTO3
C    Umrechnung von CEX auf die Elemente zur betr. Epoche
C    CEX(J,I) ist dabei die Abl. des j-ten moment.Elements z.i-ten Initw.
      DO7J=1,6
      DO8I=1,NG6
      F(I)=.0D0
      DO8K=1,3
    8 F(I)=F(I)+CEX(J,K)*X(K,NF+I)+CEX(J,K+3)*DX(K,NF+I)
      DO9I=1,NG6
    9 CEX(J,I)=F(I)
    7 CONTINUE
C    Bezug auf die Unbekannten K der Bahnverbesserung (CEK=CEX*CXK)
    3 CONTINUE
      DO1J=1,NG6IBZ
      M=0
      DO2K=1,NG6IBZ
      IF(IFEST(K).NE.0)GOTO2
      M=M+1
      F(M)=.0D0
      DO4I=1,NG6IBZ
    4 F(M)=F(M)+CEX(J,I)*CXK(I,K)
    2 CONTINUE
C    Mittlerer Fehler aus  F(M)=dE(J)/dK(M)
      CALL MF2(M0,F,GF(J))
      GF(J)=GF(J)*STA0
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE MF2(M,F,F0)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU1=LU+1)
C    Berechnet den mittleren Fehler einer Linearkombination
C    FUNKTION=F(1)*X(1)+F(2)*X(2)+...+F(M)*X(M) der M in SOL berechneten
C    Unbekannten, bezogen auf den mittl.F.einer Beob.als Einheit.  V Inv.d.Ngl.
      COMMON/K2/V(LU1,LU1)
      DIMENSION F(LU)
      EXTERNAL DSQRT
      W=.0D0
      DO1I=1,M
      DO1J=1,M
    1 W=W+F(I)*V(I,J)*F(J)
      F0=DSQRT(W)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE CEX0(T)
```

```
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU1=LU+1)
      COMMON/EL/G(LU),GF(LU)/K2/C(LU1,LU1)/ANZAHL/N,NF,DG,DT
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU),CEX(LU,LU)
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ
      COMMON/REL1/DXR(3,LN),IFVW
      DIMENSION G0(LU)
C   Berechnet die Differentialquotienten CEX(J,I) des J-ten Kegelschnittelements
C   nach dem I-ten Initialwert für die Zeit T.
      DATA DIFF /1.D-8/
      DO9I=1,NG6IBZ
      DO9J=1,NG6IBZ
      CEX(I,J)=.0D0
      IF(I.EQ.J)CEX(I,J)=1.D0
    9 CONTINUE
      CALL ELEM(NF,T,DT*IFVW,-1)
      DO1J=1,6
      G0(J)=G(J)
    1 CONTINUE
      DO2I=1,3
      X(I,NF)=X(I,NF)+DIFF
      CALL ELEM(NF,T,DT*IFVW,-1)
      DO3J=1,6
      CEX(J,I)=(G(J)-G0(J))/DIFF
    3 CONTINUE
      X(I,NF)=X(I,NF)-DIFF
    2 CONTINUE
      DO4I=1,3
      DX(I,NF)=DX(I,NF)+DIFF
      CALL ELEM(NF,T,DT*IFVW,-1)
      DO5J=1,6
      CEX(J,I+3)=(G(J)-G0(J))/DIFF
    5 CONTINUE
      DX(I,NF)=DX(I,NF)-DIFF
    4 CONTINUE
C   Zurückeinsetzen der urspr.Elemente.
      DO8J=1,6
      G(J)=G0(J)
    8 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OUTPUT(T,I,DT)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI1=LI+1)
C   Ausgabe der Integrationsergebnisse Ort/Geschwindigkeit bzw.oskul.Elemente
C   I=1 bzw.2: Nur Geschwindigkeiten bzw. Örter drucken, I=3 beides,
C   I=4 auch stanzen, I=5 ggf. am Integrationsende (nur) stanzen
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)/MASSE/AM(LN)/ERR/MERR
      COMMON/MATRIX/Y(3,LN,LI1)
      COMMON/ANZAHL/N,NF,DGESCH/ZUSK/TZ/BAND1/NP1
      IF(I.EQ.5)GOTO15
      IF(TZ.EQ..0D0)GOTO7
C   oskul.Elemente des Zusatzkörpers, ggf.m.mittl.Fehlern
      IF(MERR.NE.0)CALL MF1(1,T)
      CALL ELEM(NF,T,DT,0)
      GOTO5
    7 B=DGESCH/DT
      DO4L=NP1,N
      IF(I.EQ.2)WRITE(6,2)T,L,Y(1,L,LI),Y(2,L,LI),Y(3,L,LI)
      IF(I.EQ.1)WRITE(6,1)T,L,DX(1,L)*B,DX(2,L)*B,DX(3,L)*B
      IF(I.GE.3)WRITE(6,3)T,L,Y(1,L,LI),Y(2,L,LI),Y(3,L,LI),
     .DX(1,L)*B,DX(2,L)*B,DX(3,L)*B
    2 FORMAT(1X,F11.2,2X,I2,3(2X,F17.13))
```

```
    1 FORMAT(1X,F11.2,2X,58X,I2,3(2X,F17.13))
    3 FORMAT(1X,F11.2,2X,I2,2(3(2X,F17.13),1X))
    4 CONTINUE
      IF(I.LT.3)GOTO5
      IPCH=(I-3)*10
      DO6J=NP1,N
    6 CALL ELEM(J,T,DT,IPCH)
      IF(I.LT.4)GOTO5
C    Ausstanzen der rechtw. Integrationsergebnisse im Eingabeformat  f.d.Körper
C    2-N, falls nur rechtw. Koord. integriert werden (TZ=0).
   15 IF(I.EQ.5)B=1000.D0/DT
      B2=B*B
      IF(I.EQ.5)WRITE(9,25)T,DATUM(T)
   25 FORMAT(' Initialwerte für Integrationsende: ',F15.3,2X,F15.3)
      ID=I/5
      WRITE(9,10,ERR=13)(Y(1,L,LI),Y(2,L,LI),Y(3,L,LI),AM(L)*B2,L,
     .DX(1,L)*B,DX(2,L)*B,DX(3,L)*B,L,IDINT(T),L=NP1-ID,7)
      WRITE(9,11,ERR=13)(Y(1,L,LI),Y(2,L,LI),Y(3,L,LI),AM(L)*B2,L,
     .DX(1,L)*B,DX(2,L)*B,DX(3,L)*B,L,IDINT(T),L=MAX(NP1,8),N-ID)
   10 FORMAT(3F16.13,G20.16E1,I4,/,3F16.12,I4,I9)
   11 FORMAT(3F16.12,G20.16E1,I4,/,3F16.13,I4,I9)
      IF(I.NE.5)GOTO5
   13 IF(I.EQ.5)RETURN
      WRITE(6,14)
   14 FORMAT(/' Fehler beim Ausstanzen der Ergebnisse.',/,
     . ' Programm bricht ab.'/)
      CALL STOP
    5 I=0
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OUTRES(IOBS,NGLEI,STA,NRBV,IBV0)
CUNI  VIRTUAL /BE1/,/BE2/,/GEWI/,/BEOB/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C    Ausgabe der Restfehler der Beobachtungen des Zusatzkörpers.
C    IRES=0: Restf. in RA*cos(Dekl) und in Dekl.
C    IRES=1:              dgl,              zusätzl. Ausgabe der Gewichte
C    IRES=2: Restf. in RA*cos(Dekl) und in Dekl. multipl.mit Wurzel
C                     der Gewichte, und Ausgabe der Gewichte
C    IRES=3: Restf. in Rekt. (ohne cos(Dekl)) und in Dekl.
      PARAMETER (LBE=500,LLS=1)
      CHARACTER*4 ISTRIN,ISTR2
      CHARACTER*1 IX,IY,IZ,IXYZ0
      REAL LS(2,LLS)
      COMMON/BE1/ISTRIN(LBE,3)/BE2/RES(2,LBE)/GEWI/P(2,LBE)/LS1/LS
      COMMON/BEOB/TOBS(LBE),RA(LBE),DEKL(LBE)/EQUIN/EQ,IRES/XYZ/IFXYZ
      DIMENSION IND(3)
      EXTERNAL DSQRT,DCOS
      SAVE
      DATA L,S /0,206264.8062471D0/
      DATA IX,IY,IZ /'X','Y','Z'/
      IF(IBV0.EQ.0.OR.NGLEI.EQ.0)GOTO6
      STA=0.D0
C    STA ist der mittl.Fehler einer gesamten Beobachtung des Gewichtes 1.
C    NGLEI ist die Anzahl der Bedingungsgleichungen bei der Bahnverbesserung
C    abzüglich der Zahl der Unbekannten.
      DO4I=1,IOBS
      IF(IFXYZ.EQ.0)GOTO52
      ISTR2=ISTRIN(I,2)
CUNI  DECODE(3,51,ISTR2)IXYZ0
      READ(ISTR2,51)IXYZ0
   51 FORMAT(2X,A1)
      IF(IXYZ0.EQ.IX.OR.IXYZ0.EQ.IY.OR.IXYZ0.EQ.IZ)GOTO4
   52 STA=STA+(RES(1,I)*P(1,I))**2+(RES(2,I)*P(2,I))**2
    4 CONTINUE
      STA=DSQRT(STA/NGLEI*2.D0)
```

```
      IF(NRBV.NE.101.AND.STA.GT.1.D-8)WRITE(6,70)STA*S
   70 FORMAT(35X,'Mittl.F.',F7.2)
    6 CONTINUE
      IF(IRES.NE.2)WRITE(6,71)
      IF(IRES.EQ.2)WRITE(6,72)
   71 FORMAT(/,1X,'<ESC!20>','Restfehler der eingegebenen',
     . ' Beobachtungen:','<ESC!4>',/)
   72 FORMAT(/,1X,'<ESC!20>','Restfehler der eingegebenen Beobachtungen'
     .  ,'<ESC!4>',' (multipliziert mit der Wurzel des Gewichtes):'/)
      IF(IRES.EQ.0)WRITE(6,10)
      IF(IRES.EQ.3)WRITE(6,11)
      IF(IRES.EQ.1.OR.IRES.EQ.2)WRITE(6,12)
   10 FORMAT(1X,3(3X,'Nr.',2X,'Zeit,Stw.',2X,'R*cos(D)',3X,'D',3X))
   11 FORMAT(1X,3(3X,'Nr.',2X,'Zeit,Stw.',5X,'RA',4X,'Dekl',2X))
   12 FORMAT(3(3X,'Nr.',2X,'Zeit,Stw.',3X,'Gewicht',2X,'R*cos(D)',3X,
     . 'D',3X))
      J=IOBS/3
      K=IOBS-3*J
      IF(K.NE.0)L=1
      K0=3
      DO1I=1,J+1
      IND(1)=I
      IND(2)=I+J+L
      IND(3)=I+2*J+K
      IF(I.EQ.J+1)K0=K
      IF(IRES.EQ.0)WRITE(6,2)(IND(M),(ISTRIN(IND(M),M0),M0=1,3),
     .    RES(1,IND(M))*S,RES(2,IND(M))*S,M=1,K0)
      IF(IRES.EQ.3)WRITE(6,5)(IND(M),(ISTRIN(IND(M),M0),M0=1,3),
     .  RES(1,IND(M))*S/15.D0/DCOS(DEKL(IND(M))),RES(2,IND(M))*S,M=1,K0)
      IF(IRES.EQ.2)WRITE(6,3)(IND(M),(ISTRIN(IND(M),M0),M0=1,3),
     .    P(1,IND(M))**2,P(2,IND(M))**2,
     .  RES(1,IND(M))*S*P(1,IND(M)),RES(2,IND(M))*S*P(2,IND(M)), M=1,K0)
      IF(IRES.EQ.1)WRITE(6,3)(IND(M),(ISTRIN(IND(M),M0),M0=1,3),
     .    P(1,IND(M))**2,P(2,IND(M))**2,
     .  RES(1,IND(M))*S,RES(2,IND(M))*S, M=1,K0)
    1 CONTINUE
    2 FORMAT(1X,3(1X,I4,1X,3A4,2F8.2))
    3 FORMAT(3(1X,I4,1X,3A4,2(1X,F4.1),2F8.2))
    5 FORMAT(1X,3(1X,I4,1X,3A4,F8.3,F8.2))
      IF(LLS.EQ.1.OR.NRBV.LT.101)GOTO20
      WRITE(6,23)
   23 FORMAT(//' helioz.Distanz und ihre Differenz Kern-Lichtschw.'/)
      DO21J=1,IOBS
   21 WRITE(6,22)J,(ISTRIN(J,M0),M0=1,3),P(2,J),LS(1,J),LS(2,J)*149.5979
   22 FORMAT(2X,I4,1X,3A4,1X,F4.1,F8.2,F10.1)
   20 RETURN
      END
      SUBROUTINE BV(NF,NGR,IOBS,NGLEI)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU1=LU+1,LU2=LU*2,LU6=LU-6)
C    Programm löst nach dem Nachrechnen aller Beobachtungen die in SUBR.COEFF
C    gebildeten Bedingungsgleichungen zur Bahnverbesserung auf.
C    VERB(J) enthält die J-te Unbekannte überhaupt, U(I) die I-te
C    der IBZ in SUBR.ZCOEFF hinzugekommenen Unbekannten (diese nicht in E !).
C    Bei IH=1 bzw. 2 alle mittl.Fehler/Fehlerrechn. auf STA0=1" (m.F.) bezogen
      EXTERNAL DSQRT
      DIMENSION V0(LU)
      COMMON/SOLUT/VERB(LU2)/BAHN/E(LU)/K2/D(LU1,LU1),STA0/IO/GD(LU)
      COMMON/NV/IF0,NG6,IFEST(LU1),CEK(LU,LU),CXK(LU,LU)/ZUSK/TZ
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)/EL/G(LU),GF(LU)
      COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ,B(2,LU),B0(2,LU6),U(LU6)
      COMMON/ZIEL/IH
      CALL LSQ(2*IOBS,M0+1)
      IF(NGLEI.NE.0)STA0=DSQRT(D(M0+1,M0+1)/NGLEI)
```

```
      IF(IH.EQ.2.OR.NGLEI.EQ.0)STA0=1.D0/206264.8D0
      IF(IH.EQ.2.OR.NGLEI.EQ.0)WRITE(6,12)
   12 FORMAT(/' *** Mittl. Fehler der Elemente usw. auf m.F. von 1" ',
     .  'bei Einheitsgewicht bezogen !! ***'/)
      IF(IF0.EQ.0)GOTO1
C   Falls die Bahnverbesserung nicht in den rechtwinkligen Initialwerten
C   durchgeführt wurde, werden deren Änderungen jetzt berechnet.
      DO2I=1,NG6IBZ
      V0(I)=.0D0
      M=0
      DO6K=1,NG6IBZ
      IF(IFEST(K).NE.0)GOTO6
      M=M+1
      V0(I)=V0(I)+VERB(M)*CXK(I,K)
    6 CONTINUE
    2 CONTINUE
      DO7I=1,NG6IBZ
      VERB(I)=V0(I)
    7 CONTINUE
    1 CONTINUE
      IF(IBZ.EQ.0)GOTO8
      WRITE(6,10)
   10 FORMAT(/' Ergebnisse für die Zusatzunbekannten:',/,19X,
     .'mittl.Fehler'/)
C   STA0 ist der mittlere Fehler einer Bedingungsgleichung vom Gewicht 1.
      IF(IF0.NE.0)CALL MF1(0,TZ)
      DO9I=1,IBZ
      IF(IF0.EQ.0)GF(NG6+I)=VERB(LU+NG6+I)*STA0
      U(I)=U(I)+VERB(NG6+I)
      WRITE(6,11)U(I)*GD(NG6+I),GF(NG6+I)*GD(NG6+I)
   11 FORMAT(2(1X,F14.6))
    9 CONTINUE
    8 CONTINUE
      DO3I=1,3
      X(I,NF)=E(I)+VERB(I)
      DX(I,NF)=E(I+3)+VERB(I+3)
    3 CONTINUE
      IF(NGR.EQ.0)GOTO4
      DO5I=1,NGR
    5 E(6+I)=E(6+I)+VERB(6+I)
    4 CONTINUE
      CALL NGFUNB
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDBV
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU6=LU-6)
      COMMON/UNB/M0,IBZ,NG6IBZ,B(2,LU),B0(2,LU6),U(LU6)
      DATA U /LU6*.0D0/
      END
      SUBROUTINE ZCOEFF(X,Y0,Z0,T)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Unterprogramm zur Berechnung der Koeffizienten der Bedingungsgleichun-
C   gen der IBZ Zusatzunbekannten, die sich direkt aus RA und Dekl.
C   ergeben (z.Bsp. Korrektur von Äquator, Äquinoktium oder den ande-
C   ren Erdbahnelementen, systematische Fehler in den Beobachtungen usw).
C   IIF0 gibt an, welche (IIF) d. unten kodierten Unbekannten der Reihe nach
C   zu durchlaufen sind (bei Planetoiden 1,2,106.. sinnvoll, bei Kometen 10,...)
C   Wenn die Sonnenlänge bzgl. des verbesserten Äquinoktiums L
C   bzw. diejenige bzgl. des alten und verwendeten Beobachtungs-
C   systemes (FK4 oder so), L-E*SEC(EPS) als Unbekannte gewählt ist
C   (von Bedeutung, falls die Sonnenlänge nicht verb.werden soll), sind die
C   verbesserten Planetenelemente/Ephemeridenwerte auf das betr.Äquin.bez. !!
C   Die üblicherweise gebr. Formeln entspr. IIF=4/6. B(1,J) bzw B(2,J) ist
```

```
C    die Ableitung von RA bzw. Dekl. nach der J-ten Zusatzunbekannten.
C    Diese Koeffizienten werden zwecks Speicherplatzersparnis bei jeder
C    Bahnverbesserung neu berechnet.   Die Koeffizienten der zeitlichen Ablei-
C    tung sind dieselben, nur mit T-T0 multipliziert (dazu IIF um 100 erhöht).
C    Bei insgesamt über zehn Unbekannten müssen Feldgrößen geändert werden.
C    X,Y0,Z0/X,Y,Z heliozentr. äquatoreale/ekliptikale Erdkoordinaten,
C    XK,YK,ZK, RA,DE,D helioz.rechtw. u.geoz.polare äquat.Koord.d. Planet/Komet
C    M=NG6-IFEST(11) ist die Zahl der Unbekannten incl. den IBZ neuen.
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LU6=LU-6,LDAT=LU6-8)
      EXTERNAL DCOS,DSIN,DTAN,DATAN
      COMMON/UNB/M,IBZ,NG6IBZ,B0(2,LU),B(2,LU6)
      COMMON/EPH0/DEDAE(2,2),XK,YK,ZK,RA,DE,D
      DIMENSION IIF0(LU6)
      DATA AL,AM,AN,AK,R0 /.111262D0,2.15D0,5.093D0,4.6142D0,2.808D0/
      DATA IIF0 /10,1,2,106,4,3,6,108,LDAT*0/
      IF(M.LE.LU)GOTO104
      WRITE(6,106)
  106 FORMAT(' Die Anzahl der zu bestimmenden Unbekannten ist größer',
     .' als infolge der Feldgrenzen möglich. Programm hält.'/)
      CALL STOP
  104 CONTINUE
      EPS=DATAN(Z0/Y0)
      CALL EKLAEQ(Y0,Z0,-EPS,Y,Z)
      D0=D*DCOS(DE)
C     T0=(T-2433282.423D0)/36525.D0
      T0=(T-2443000.500D0)/36525.D0
      DO101J=1,IBZ
      IIF1=IIF0(J)
      IIF=MOD(IIF1,100)
      GOTO(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11)IIF
  100 CONTINUE
      IF(IIF.EQ.IIF1)GOTO101
      B(1,J)=B(1,J)*T0
      B(2,J)=B(2,J)*T0
  101 CONTINUE
      RETURN
C    Vorgabe der diversen Effekte
    1 CONTINUE
C    IIF=1: Korrektur der Bewg.des Äq. u.d.Präz.  dk=dp*cos(eps)-(dE/dt-dLamb)
      B(1,J)=T0
      B(2,J)=.0D0
      GOTO100
    2 CONTINUE
C    IIF=2: Korrektur der Präzession  dn=dp*sin(eps)
      B(1,J)=T0*DSIN(RA)*DTAN(DE)
      B(2,J)=T0*DCOS(RA)
      GOTO100
    3 CONTINUE
C    IIF=3: Korrektur des Äquators  D
C    Oft wird in nachfolgendem Ansatz auch DCOS(DE) weggelassen.
      B(1,J)=.0D0
      B(2,J)=-DCOS(DE)
      GOTO100
    4 CONTINUE
C    IIF=4: Korrektur des Äquinoktiums  E (Sonnenl.bzgl.dyn.Äquin.unverändert)
      B(1,J)=-1.D0
      B(2,J)=.0D0
      GOTO100
    5 CONTINUE
C    IIF=5: Korrektur des Äquinoktiums  E (Sonnenl.bzgl.Katalogäquin.unveränd.)
      H1=DCOS(EPS)-1.D0/DCOS(EPS)
      B(1,J)=Y*DSIN(RA)*H1/D0
      B(2,J)=(Y*DSIN(DE)*DCOS(RA)*H1-X*DCOS(DE)*DTAN(EPS))/D
      GOTO100
```

```
    6 CONTINUE
    7 CONTINUE
C   IIF=6/7: Korrektur der Länge der Sonne bzgl.dynam.Äquin./Katalogäquin.  1/1'
C   1'=1-E*sec(eps)
      B(1,J)=-(X*DCOS(RA)*DCOS(EPS)+Y*DSIN(RA))/D0
      B(2,J)=-(X*(DCOS(DE)*DSIN(EPS)-DSIN(RA)*DSIN(DE)*DCOS(EPS)))/D
      IF(IIF.EQ.7)B(2,J)=B(2,J)+Y*DCOS(RA)*DSIN(DE)/D
      GOTO100
    8 CONTINUE
C   IIF=8: Korrektur der Schiefe der Ekliptik   eps  (Variation d. Erdkoord.)
C   (rel. zum Katalogsystem, f.inertiale zeitl.Abl. d.Werte bei IIF=9 abziehen)
      B(1,J)=Y*DCOS(RA)*DSIN(EPS)/D0
      B(2,J)=-Y*(DCOS(DE)*DCOS(EPS)+DSIN(RA)*DSIN(DE)*DSIN(EPS))/D
      GOTO100
    9 CONTINUE
C   IIF=9: Rotation des Katalogsystemes um Äquinoktium   deps'/dt
C   (dritte Rotationsgröße neben dk,dn, positiv wenn Kat.äq. i.R.Ekliptik läuft)
      B(1,J)=T0*DTAN(DE)*DCOS(RA)
      B(2,J)=-T0*DSIN(RA)
      GOTO100
   10 CONTINUE
   11 CONTINUE
C   IIF=10/11: Abstand Licht- zu Massenschwerpunkt bei Kometen  r(L)-r(M)=S*s(r)
C   s(r)=SR   nach der Sublimationsformel von Delsemme (IIF=10) bzw. =1 (IIF=11)
C   Partial positiv m.zun.helioz.Abstd (Unbekannte S in E-6 AE, sollte neg.sein)
      R=DSQRT(XK*XK+YK*YK+ZK*ZK)
      IF(IIF.EQ.10)SR=AL/(R/R0)**AM/(1.D0+(R/R0)**AN)**AK
      IF(IIF.EQ.11)SR=1.D0
      FAK=SR*206264.8D-6/D/R
      B(1,J)=(YK*DCOS(RA)-XK*DSIN(RA))/DCOS(DE)*FAK
      B(2,J)=(ZK*DCOS(DE)-(XK*DCOS(RA)+YK*DSIN(RA))*DSIN(DE))*FAK
      GOTO100
C   Hier bei Bedarf die partiellen Ableitungen weiterer Unbek. einfügen.
      END
      SUBROUTINE TIME1(IOBS,K1,K2)
CUNI  VIRTUAL /BEOB/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Berechnet die Nr.der zu wähl.Beob.für d.erste Bahnbest.aus 4 Beob.
      PARAMETER (LBE=500)
      COMMON/BEOB/T(LBE)
      SAVE
      T00=.0D0
      IOBS2=IOBS-2
      IOBS1=IOBS-1
      DO1J=2,IOBS2
      DO1K=J,IOBS1
      T0=(T(IOBS)-T(K))*(T(K)-T(J))*(T(J)-T(1))
      IF(T0.LT.T00)GOTO1
      T00=T0
      K1=J
      K2=K
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE TIME0(IOBS,K1)
CUNI  VIRTUAL /BEOB/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      PARAMETER (LBE=500)
C   Berechnet die Nr.der mittl.Beob. f.d.erste Bahnbest. aus 3 Beob.
      COMMON/BEOB/T(LBE)
      SAVE
      T00=.0D0
      IOBS1=IOBS-1
      DO1J=2,IOBS1
      T0=(T(IOBS)-T(J))*(T(J)-T(1))
```

```
      IF(T0.LT.T00)GOTO1
      T00=T0
      K1=J
    1 CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE BAHN0(NF,IOBS,IEND)
CUNI  VIRTUAL /BEOB/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LU=16,LBE=500)
C    Berechnung einer ersten Bahn.      IBAHN=0,1,2 oder 3, jenachdem, ob aus
C    drei Beob. eine Bahn unter bzw. ohne Vorgabe der gr. Bahnhalbachse, aus
C    4 Beob. eine allgemeine, oder aus 2 Beob. eine kreisähnl.Bahn z.ber.ist.
C    Veränderung von IBAHN bei Mißerfolg 2:3:STOP bzw. (1:)0:2:STOP .
C    Jeweils alle möglichen Lösungen werden gesucht.
C    Erste Bahnbestimmung von Monden nur heliozentrisch möglich.
      COMMON/BEOB/T(LBE),R(LBE),D(LBE),X(LBE),Y(LBE),Z(LBE)
      COMMON/BAHN/E(LU),NRBV,STA0,IBAHN
      DATA K1,K2 /1,1/
      IF(IBAHN.EQ.2.AND.IOBS.EQ.3)IBAHN=1
      IF(IOBS.EQ.2)IBAHN=3
      CALL POLREC(R(1),D(1),1.D0,A1,B1,C1)
      CALL POLREC(R(IOBS),D(IOBS),1.D0,A2,B2,C2)
      IF(IBAHN.EQ.3)GOTO7
      IF(IBAHN.NE.2)GOTO1
C    Berechnung einer allgemeinen Bahn aus 4 Beobachtungen oder Kreisbahn
      CALL TIME1(IOBS,K1,K2)
      CALL POLREC(R(K1),D(K1),1.D0,A3,B3,C3)
      CALL POLREC(R(K2),D(K2),1.D0,A4,B4,C4)
    7 CALL ELIPSE(NF,T(1),T(K1),T(K2),T(IOBS),A1,B1,C1,A3,B3,C3,
     .  A4,B4,C4,A2,B2,C2,-X(1),-Y(1),-Z(1),-X(K1),-Y(K1),-Z(K1),
     .  -X(K2),-Y(K2),-Z(K2),-X(IOBS),-Y(IOBS),-Z(IOBS),IBAHN)
      GOTO3
C    Berechnung einer Bahn aus 3 Beobachtungen
    1 CONTINUE
      CALL TIME0(IOBS,K1)
      CALL POLREC(R(K1),D(K1),1.D0,A3,B3,C3)
C    allgemeine Bahn
      IF(IBAHN.EQ.1)
     .CALL ELIP(NF,T(1),T(K1),T(IOBS),A1,B1,C1,A3,B3,C3,A2,B2,C2,
     . X(1),Y(1),Z(1),X(K1),Y(K1),Z(K1),X(IOBS),Y(IOBS),Z(IOBS),IBAHN)
C    1/a vorgegeben
      IF(IBAHN.LE.0)
     .CALL PAR(NF,T(1),T(K1),T(IOBS),A1,B1,C1,A3,B3,C3,A2,B2,C2,
     . X(1),Y(1),Z(1),X(K1),Y(K1),Z(K1),X(IOBS),Y(IOBS),Z(IOBS),IBAHN)
      IF(IBAHN.EQ.3)GOTO7
    3 CONTINUE
      NRBV=1
      IF(IEND.EQ.0.OR.IBAHN.EQ.3)NRBV=101
      CALL ANZ(2)
C    Die nichtgrav. Parameter können vorgegeben werden.
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ELIPSE(NOBJ,TA,TB,TC,TD,AA,BA,CA,AB,BB,CB,AC,BC,CC,
     .AD,BD,CD,XA,YA,ZA,XB,YB,ZB,XC,YC,ZC,XD,YD,ZD,IBAHN)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      EXTERNAL DSQRT,DACOS
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16)
      COMMON/MASSE/AM0(LN),NZENTZ,GK/ANZAHL/NA,NB,DG,DT/ZUSK/TZ
C    Programm zur Berechnung der Bahn eines Himmelskörpers aus 4 Beobachtungen
C    und zur Kreisbahnbestimmung.  Übergabe: Richtungsvektoren u. Sonnenkoord.
      DATA CBK,N,UNC,DELA0,FAK,ISOL /5.77551938D-3,0,1.D-10,.1D0,1.D0,0/
      DATA F0,RAD2,SW,IR,M,IHOPE,IKREIS /.5D0,.50D2,-.01D0,0,-1,1,0/
```

```
      IF(IBAHN.EQ.2)WRITE(6,1)TA,AA,BA,CA,XA,YA,ZA,TB,AB,BB,CB,XB,YB,ZB,
     .TC,AC,BC,CC,XC,YC,ZC,TD,AD,BD,CD,XD,YD,ZD,GK
      IF(IBAHN.EQ.3)WRITE(6,3)TA,AA,BA,CA,XA,YA,ZA,
     .     TD,AD,BD,CD,XD,YD,ZD,GK
    1 FORMAT(//' Aus folgenden vier Beobachtungen wird eine erste',/,
     .' Bahn bestimmt:'//,10X,'t(ET)',9X,'cos(RA)*cos(Dekl)',2X,
     .'sin(RA)*cos(Dekl)',4X,'sin(Dekl)',13X,'X',17X,'Y',17X,'Z',//,
     .4(2X,F17.6,6(2X,F16.8),/),/,10X,'Gaußsche Konstante ',F18.12,/)
    3 FORMAT(//' Aus folgenden zwei Beobachtungen wird eine Kreisbahn',
     . ' bestimmt:'//,10X,'t(ET)',9X,'cos(RA)*cos(Dekl)',2X,
     .'sin(RA)*cos(Dekl)',4X,'sin(Dekl)',13X,'X',17X,'Y',17X,'Z',//,
     .2(2X,F17.6,6(2X,F16.8),/),/,10X,'Gaußsche Konstante ',F18.12,/)
C   Berechnung konstanter Hilfsgrößen
      RQA=XA**2+YA**2+ZA**2
      RQD=XD**2+YD**2+ZD**2
      RAA=-(AA*XA+BA*YA+CA*ZA)
      RDD=-(AD*XD+BD*YD+CD*ZD)
      RQAA=RQA-RAA**2
      RQDD=RQD-RDD**2
      IF(IBAHN.EQ.3)GOTO103
      RNA=AB*BD-BB*AD
      RNB=AC*BD-BC*AD
      AG=(AA*BB-BA*AB)/RNA
      AH=(AA*BC-BA*AC)/RNB
      BG=(AB*YA-BB*XA)/RNA
      BH=(AC*YA-BC*XA)/RNB
      CG=(BB*XB-AB*YB)/RNA
      CH=(BC*XC-AC*YC)/RNB
      DG=(AB*YD-BB*XD)/RNA
      DH=(AC*YD-BC*XD)/RNB
      HAA=(TD-TB)/(TB-TA)
      HAB=(TD-TC)/(TC-TA)
      HBA=4.D0*GK**2*(TD-TB)*(TD-TA)/3.D0
      HBB=4.D0*GK**2*(TD-TC)*(TD-TA)/3.D0
      FAA=AG*HAA
      FAB=AH*HAB
      FBA=HBA*AG*(1.D0-HAA)
      FBB=HBB*AH*(1.D0-HAB)
      FCA=4.D0*GK**2*(TD-TB)**2*AG
      FCB=4.D0*GK**2*(TD-TC)**2*AH
      FDA=HAA*(BG+CG)+CG+DG
      FDB=HAB*(BH+CH)+CH+DH
      FEA=HBA*(BG-CG+DG-FDA)
      FEB=HBB*(BH-CH+DH-FDB)
      FFA=4.D0*((TD-TB)**2*BG+(TD-TB)*(TB-TA)*CG)*GK**2
      FFB=4.D0*((TD-TC)**2*BH+(TD-TC)*(TC-TA)*CH)*GK**2
C   Suche der geozentrischen Entfernungen
   10 CONTINUE
      DELA0=1.05D0*DELA0
      DELD0=DELA0*FAK
      N=0
      DELA=DELA0
      DELD=DELD0
      GOTO11
  101 CONTINUE
      EPS=RAD**2/(RADD+RADA)**3
      PY=(RADD-RADA)/(RADD+RADA)
      SA=(FCA*PY+FBA)*EPS+FAA
      SB=(FCB*PY+FBB)*EPS+FAB
      TM=(FFA*PY+FEA)*EPS+FDA
      TN=(FFB*PY+FEB)*EPS+FDB
      DELA=(TN-TM)/(SA-SB)
      DELD=DELA*SA+TM
C   Vermeidung der Erdbahnlösung
      IF(DELA.LT..01D0.OR.DELD.LT..01D0)GOTO99
```

```
      IF(DABS(DELA+DELD-DEL0).LT.UNC)GOTO102
   11 CONTINUE
      DEL0=DELA+DELD
      RAD=1.D0-(DELD-DELA)*CBK/(TD-TA)
      RADA=DSQRT((RAA+DELA)**2+RQAA)
      RADD=DSQRT((RDD+DELD)**2+RQDD)
      IF(N.GE.30)GOTO99
      N=N+1
      GOTO101
   99 CONTINUE
      IF(DELA0.LT.20.D0)GOTO10
      DELA0=.1D0
      FAK=1.04D0/FAK**1.25D0
      IF(FAK.LT.10.D0)GOTO10
  103 CONTINUE
C    Eine Bahnbestimmung aus 4 Beobachtungen hat nicht geklappt.
C    Als letzte Hoffnung wird jetzt noch die Berechnung einer Kreisbahn versucht.
C    Hierbei ist nicht empfehlenswert, ganz exakt den Kreisbahnradius zu bestim-
C    men, weil man bei EXZ=0 sonst Schwierigkeiten mit PX,PY,PZ,QX,QY,QZ bekommt.
C    IR= Anzahl, wie oft in SUBR.ELE illusorische Elemente erhalten wurden,
C    IKREIS=1 bzw 0, falls schon eine Kreisbahnbestimmung versucht wurde oder
C    noch nicht, IHOPE=0 falls auch diese erfolglos verlief, ISOL=Anzahl der
C    gefundenen Lösungen bei der Kreisbahnbestimmung.
      IF(IR*IKREIS.EQ.0.AND.IBAHN.NE.3)WRITE(6,107)
  107 FORMAT(/' Versuch einer Kreisbahnbestimmung '//)
      IKREIS=1
      IR=0
    2 CONTINUE
      M=M+1
      F1=F0
      RAD2=RAD2+SW
      DELA=DSQRT(RAD2-RQAA)-RAA
      DELD=DSQRT(RAD2-RQDD)-RDD
      FGA=((AA*DELA-XA)*(AD*DELD-XD)+(BA*DELA-YA)*(BD*DELD-YD)
     .+(CA*DELA-ZA)*(CD*DELD-ZD))/RAD2
      F0=(TD-TA+(DELA-DELD)*CBK)*GK/RAD2**0.75D0/DACOS(FGA)-1.D0
      IF(RAD2.LE.1.01D0.AND.ISOL.EQ.0)GOTO104
      IF(RAD2.LE.1.01D0.AND.ISOL.NE.0)RETURN
      IF(M.LT.2.OR.F0*F1.GT..0D0)GOTO2
      ISOL=ISOL+1
      IF(ISOL.NE.1.AND.IBAHN.EQ.3)CALL ELEM(NOBJ,TZ,DT,0)
  102 CONTINUE
C    Berechnung der Elemente aus den erhaltenen geozentrischen Distanzen.
      T=TD-TA+(DELA-DELD)*CBK
      T0=TA-DELA*CBK
      CALL ELE(T,T0,GK,AA*DELA-XA,BA*DELA-YA,CA*DELA-ZA,AD*DELD-XD,
     .BD*DELD-YD,CD*DELD-ZD,NOBJ,IR)
      IF(IHOPE.EQ.1)WRITE(6,106)DELA,DELD
  106 FORMAT(//' Erhaltene geozentrische Distanzen:  ',2F10.7/)
      IF(IBAHN.EQ.3)GOTO2
      IF(IR.EQ.0.OR.IHOPE.EQ.0)RETURN
      IF(IBAHN.EQ.2.AND.IKREIS.EQ.0.AND.IR.LT.10)GOTO10
      IF(IBAHN.EQ.2.AND.IKREIS.EQ.0.AND.IR.EQ.10)GOTO103
  104 CONTINUE
      WRITE(6,100)
  100 FORMAT(/' Die Kreisbahnbestimmung war erfolglos. ',/,
     . ' Näherungslösung mit geoz.Distanz = 1.80 AE: ' //)
      IHOPE=0
      IBAHN=3
      DELA=1.80D0
      DELD=1.80D0
      GOTO102
      END
      SUBROUTINE PAR(NOBJ,T1,T2,T3,A1,B1,C1,A2,B2,C2,A3,B3,C3,
     .   X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,IBAHN)
```

```
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      EXTERNAL DSQRT
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16)
      DIMENSION D01(3),D03(3)
      COMMON/BAHN/E(LU)/ZUSK/TZ/MASSE/AMO(LN),NZZ,GK/ANZAHL/NA,NB,DG,DT
C   Programm zur ersten Bahnbestimmung aus drei Beobachtungen unter Vorgabe
C   der großen Halbachse.    X,Y,Z äquat. Erdkoordinaten.
      DATA CBK,HA /5.77551938D-3,.0D0/
      IF(IBAHN.LE.0.AND.E(2).GT.1.D-10)HA=1.D0/E(2)
      WRITE(6,30)
      WRITE(6,31)T1,A1,B1,C1,X1,Y1,Z1,T2,A2,B2,C2,X2,Y2,Z2,
     .   T3,A3,B3,C3,X3,Y3,Z3,GK
   30 FORMAT(//' Aus folgenden drei Beobachtungen wird eine erste',
     .' Bahn bestimmt:')
   31 FORMAT(//,10X,'t(ET)',9X,'cos(RA)*cos(Dekl)',2X,
     .'sin(RA)*cos(Dekl)',4X,'sin(Dekl)',13X,'X',17X,'Y',17X,'Z',//,
     .3(2X,F17.6,6(2X,F16.8),/),/,10X,'Gaußsche Konstante ',F18.12,/)
C   Berechnung konstanter Hilfsgrößen.
      T01=(T3-T2)*GK
      T03=(T2-T1)*GK
      T02=T01+T03
      H1=C2*Y2-B2*Z2
      H2=B2*X2-A2*Y2
      H3=C2*X2-A2*Z2
      B=(A3*(B2+C2)-A2*(B3+C3))*H1-(B3*C2-C3*B2)*(H2+H3)
      A=((A1*(B2+C2)-A2*(B1+C1))*H1-(B1*C2-C1*B2)*(H2+H3))/B
      C=(((B2+C2)*X1-(Y1+Z1)*A2)*H1-(C2*Y1-B2*Z1)*H2
     .          -(C2*Y1-B2*Z1)*H3)/B
      D=(((B2+C2)*X3-(Y3+Z3)*A2)*H1-(C2*Y3-B2*Z3)*H2
     .          -(C2*Y3-B2*Z3)*H3)/B
C   Suche der ersten geozentrischen Entfernung D1
      H1=(T01*T01-T03*T03)/.75D0
      H2=T03*T01*4.D0
   29 CONTINUE
      IR=0
      L=7
      N=1
      F=1.D0
   32 FORMAT( ' (Annahme für 1/a ',F6.3,' )',//)
      IF(IBAHN.LE.0)WRITE(6,32)HA
      HA0=DSQRT(HA)
      D0=.0D0
      D1=.0D0
      D3=.0D0
      SW=.05D0
   25 CONTINUE
      D1=D1+SW
      D3=D3+SW
      CALL KO(A1,B1,C1,D1,X1,Y1,Z1,X01,Y01,Z01,R1)
C   Iterative Berechnung des Dreiecksflächenverhältnis V. F Fehler desselben
C   ggnü. der genauen Rechnung v. Sektor:Dreieck, R0 Aberrationszeitfaktor,
C   sowie der dritten Entf.D3. HA=rezipr.Bahnhalbachse im Falle IBAHN<1.
      DO2I=1,L
      CALL KO(A3,B3,C3,D3,X3,Y3,Z3,X03,Y03,Z03,R3)
      R0=1.D0-(D3-D1)*CBK/(T3-T1)
      IF(I.EQ.L)GOTO2
      V=T01/T03*(1.D0-H1/(R3+R1)**3+H2*(R3-R1)/(R3+R1)**4)
      D3=(C-A*D1)*V*F+D
    2 CONTINUE
C   Jetzt ist D3 zu D1 gefunden.  Überpruefung von D1 bei vorgeg. rezipr.
C   gr.Bahnhalbachse HA m.d.Lambertschen Theorem
      S=DSQRT((X03-X01)**2+(Y03-Y01)**2+(Z03-Z01)**2)
      CALL LAMB(DSQRT(R1+R3+S),DSQRT(R1+R3-S),HA,HA0,TK,IFERR)
      IF(IFERR.EQ.1)GOTO3
```

```
      F0=1.D0-TK/GK/(T3-T1)/R0
   22 CONTINUE
      IF(D1-D0.LT.SW*1.01D0.OR.F0*F00.GT..0D0)GOTO3
      IF(F0*F0.GT.1.D0)GOTO4
C    Die gesuchte Entfernung liegt zwischen D1-SW und D1.
      IF(DABS(SW).LT.1.D-6)GOTO8
      L=10
      SW=-SW/5.D0
      GOTO3
    8 CONTINUE
      WRITE(6,999)D1,D3
  999 FORMAT(' Gefundene geozentrische Entfernungen: ',2(2X,F10.7))
      D01(N)=D1
      D03(N)=D3
      D0=D1
      N=N+1
    4 L=7
      SW=.05D0
      F=1.D0
    3 CONTINUE
      F00=F0
      IF(D1.LT.10.D0.AND.((IBAHN.LE.0.AND.N.LE.3).OR.
     .   (IBAHN.EQ.1.AND.N.LE.2)))GOTO25
C    Jetzt sind alle möglichen Entfernungen gefunden und werden die
C    zugehörigen Bahnen berechnet.
      IF(N.EQ.1)GOTO26
      DO10I=N-1,1,-1
      IF(I.NE.1)WRITE(6,11)D01(I),D03(I)
   11 FORMAT(//' Weitere mögliche geozentrische Entfernungen',/,
     . ' bei der ersten Bahnbestimmung:',/,' D1 ',F10.7,'  D3 ',F10.7/)
      IF(I.NE.1)WRITE(6,12)
   12 FORMAT(/' Zugehörige Elemente: '/)
      D1=D01(I)
      D3=D03(I)
      T=T3-T1+(D1-D3)*CBK
      T0=T1-D1*CBK
      CALL ELE(T,T0,GK,X1+A1*D1,Y1+B1*D1,Z1+C1*D1,X3+A3*D3,
     .    Y3+B3*D3,Z3+C3*D3,NOBJ,IR)
      IF(I.NE.1)CALL ELEM(NOBJ,TZ,DT,0)
   10 CONTINUE
      IF(IR+1.LT.N)RETURN
C    Falls keine brauchbare erste Bahn gefunden wurde:
   26 CONTINUE
      WRITE(6,28)HA
   28 FORMAT(/' Die Bahnbestimmung aus 3 Beobachtungen unter der ',
     . 'Annahme  1/a =',F6.3, ' verlief erfolglos.'//)
C    Falls vorher schon eine Bahn aus 4 Beob. oder Kreisbahn versucht
C    wurde, oder eine Parabelbahn anzunehmen war, wird das Programm beendet.
      IF(HA.GT.1.D-10.AND.IBAHN.GE.0)GOTO35
      WRITE(6,36)
   36 FORMAT(' Programm hält an.'//)
      CALL STOP
   35 IBAHN=3
      RETURN
      END
      SUBROUTINE KO(A,B,C,D,X,Y,Z,X0,Y0,Z0,R)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      EXTERNAL DSQRT
C    Berechnung der heliozentrischen Koordinaten aus den geozentrischen
      SAVE
      X0=X+D*A
      Y0=Y+D*B
      Z0=Z+D*C
      R=DSQRT(X0*X0+Y0*Y0+Z0*Z0)
      RETURN
```

```
      END
      SUBROUTINE LAMB(A0,B0,HA,HA0,TK,IFERR)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      EXTERNAL DSIN,DASIN
C    Berechnet die Zwischenzeit zwischen zwei Örtern der Bahn nach dem
C    Lambertschen Theorem.  A0=r1+r3+s,B0=r1+r3-s,HA=1/a,HA0=DSQRT(HA)
      SAVE
      IFERR=0
      IF(HA.GT..001D0)GOTO1
      TK=(A0**3-B0**3+.075D0*(A0**5-B0**5)*HA
     . +.010D0*(A0**7-B0**7)*HA*HA)/6.D0
      RETURN
    1 CONTINUE
      A00=A0/2.D0*HA0
      B00=B0/2.D0*HA0
      IF(A00.GE.1.D0.OR.B00.GE.1.D0)GOTO3
      EPS=2.D0*DASIN(A00)
      DEL=2.D0*DASIN(B00)
      TK=(EPS-DEL-DSIN(EPS)+DSIN(DEL))/HA/HA0
      RETURN
    3 CONTINUE
C    angenommene d1,d3,  r1+r3 zu groß für HA
      IFERR=1
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ELIP(NOBJ,T1,T2,T3,A1,B1,C1,A2,B2,C2,A3,B3,C3,
     .   X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,X3,Y3,Z3,IBAHN)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16)
      DIMENSION D01(3),D03(3)
      EXTERNAL DASIN,DSQRT
      COMMON/BAHN/E(LU)/ZUSK/TZ/MASSE/AMO(LN),NZZ,GK/ANZAHL/NA,NB,DG,DT
C    Programm zur allgemeinen ersten Bahnbestimmung aus drei Beobachtungen
      DATA CBK /5.77551938D-3/
      WRITE(6,30)
      WRITE(6,31)T1,A1,B1,C1,X1,Y1,Z1,T2,A2,B2,C2,X2,Y2,Z2,
     .   T3,A3,B3,C3,X3,Y3,Z3,GK
   30 FORMAT(//,1X,'<ESC!17>','Aus folgenden drei Beobachtungen wird',
     .' eine erste Bahn bestimmt:','<ESC!4>')
   31 FORMAT(//,10X,'<ESC!20>','t(ET)',9X,'cos(RA)*cos(Dekl)',2X,'sin',
     .'(RA)*cos(Dekl)',4X,'sin(Dekl)',13X,'X',17X,'Y',17X,'Z','<ESC!4>',
     .//,3(2X,F17.6,6(2X,F16.8),/),/,10X,'Gaußsche Konstante ',F18.12,/)
C    Berechnung konstanter Hilfsgrößen.
      T01=(T3-T2)*GK
      T03=(T2-T1)*GK
      T02=T01+T03
      H22=2.D0*(A2*X2+B2*Y2+C2*Z2)
      R22=X2*X2+Y2*Y2+Z2*Z2
      H1=B3*C1-C3*B1
      H2=A3*C1-A1*C3
      H3=A3*B1-A1*B3
      H01=X1*H1-Y1*H2+Z1*H3
      H02=X2*H1-Y2*H2+Z2*H3
      H03=X3*H1-Y3*H2+Z3*H3
      H04=A1*(B2*C3-B3*C2)-A2*(B1*C3-B3*C1)+A3*(B1*C2-B2*C1)
      FN01=T01/T02
      FN03=T03/T02
      V1=(1.D0+FN01)*T01*T03/6.D0
      V3=(1.D0+FN03)*T01*T03/6.D0
      HK=(H01*FN01-H02+H03*FN03)/H04
      HL=-(H01*V1+H03*V3)/H04
C    Lösung der Schlüsselgleichung
      D0=.0D0
      N=1
```

```
      D2=.0D0
      SW=.05D0
   25 CONTINUE
      D2=D2+SW
      R2=DSQRT(R22+H22*D2+D2*D2)
      F0=1.D0-(HK-HL/R2**3)/D2
      IF(D2-D0.LT.SW*1.01D0.OR.F0*F00.GT..0D0)GOTO3
      IF(F0*F0.GT.1.D0)GOTO4
C    Eine Wurzel zwischen D2-SW und D2
      IF(DABS(SW).LT.1.D-5)GOTO8
      SW=-SW/5.D0
      GOTO3
    8 CONTINUE
      WRITE(6,999)D2
  999 FORMAT(/' Gefundene geozentrische Distanz: ',F8.5/)
      D0=D2
      FN1=FN01+V1/R2**3
      FN3=FN03+V3/R2**3
C    Verbesserung
      I=0
    1 CONTINUE
      I=I+1
      D2=(H01*FN1-H02+H03*FN3)/H04
      H11=A2*D2-FN1*X1+X2-FN3*X3
      H12=B2*D2-FN1*Y1+Y2-FN3*Y3
      H13=B3*A1-A3*B1
      D1=(B3*H11-A3*H12)/H13/FN1
      D3=-(B1*H11-A1*H12)/H13/FN3
      T001=T1-CBK*D1
      T002=T2-CBK*D2
      T003=T3-CBK*D3
      CALL KO(A1,B1,C1,D1,X1,Y1,Z1,X01,Y01,Z01,R1)
      CALL KO(A2,B2,C2,D2,X2,Y2,Z2,X02,Y02,Z02,R2)
      CALL KO(A3,B3,C3,D3,X3,Y3,Z3,X03,Y03,Z03,R3)
      U1=DASIN(DSQRT((Y02*Z03-Z02*Y03)**2+(X02*Z03-Z02*X03)**2
     .             +(X02*Y03-Y02*X03)**2)/R2/R3)
      U3=DASIN(DSQRT((Y02*Z01-Z02*Y01)**2+(X02*Z01-Z02*X01)**2
     .             +(X02*Y01-Y02*X01)**2)/R2/R1)
      U2=U1+U3
      CALL SEKTOR(R2,R3,U1,T003-T002,Y23,GK)
      CALL SEKTOR(R1,R2,U3,T002-T001,Y12,GK)
      CALL SEKTOR(R1,R3,U2,T003-T001,Y13,GK)
      FN1=(T003-T002)*Y13/(T003-T001)/Y23
      FN3=(T002-T001)*Y13/(T003-T001)/Y12
      IF(I.LT.6)GOTO1
      D01(N)=D1
      D03(N)=D3
      N=N+1
      D2=D0
    4 SW=.05D0
    3 CONTINUE
      F00=F0
      IF(D2.LT.10.D0.AND.N.LE.3)GOTO25
C    Alle möglichen Lösungen innerhalb 10 AE gefunden.
C    Berechnung der zugehörigen Elemente
      IF(N.EQ.1)GOTO26
      DO10I=N-1,1,-1
      IF(I.NE.1)WRITE(6,11)D01(I),D03(I)
   11 FORMAT(//' Weitere mögliche geozentrische Entfernungen',/,
     . ' bei der ersten Bahnbestimmung:',/,' D1 ',F10.7,'  D3 ',F10.7/)
      IF(I.NE.1)WRITE(6,12)
   12 FORMAT(/' Zugehörige Elemente: '/)
      D1=D01(I)
      D3=D03(I)
      T=T3-T1+(D1-D3)*CBK
```

```
      T0=T1-D1*CBK
      CALL ELE(T,T0,GK,X1+A1*D1,Y1+B1*D1,Z1+C1*D1,X3+A3*D3,
     .    Y3+B3*D3,Z3+C3*D3,NOBJ,IR)
      IF(I.NE.1)CALL ELEM(NOBJ,TZ,DT,0)
   10 CONTINUE
      IF(IR+1.LT.N)RETURN
C   Falls keine brauchbare erste Bahn gefunden wurde:
   26 CONTINUE
      WRITE(6,33)
   33 FORMAT(/' Eine voraussetzungslose erste Bahnbestimmung aus',
     . ' drei Beobachtungen',/,' war erfolglos.'/)
      IBAHN=0
      E(2)=2.5D0
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ELE(T,T1,GK,XPA,YPA,ZPA,XPD,YPD,ZPD,NOBJ,IR)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      EXTERNAL DMOD,DSQRT,DSIN,DASIN,DACOS,DATAN
      SAVE
      PARAMETER (LN=27)
      COMMON/ZUSK/EPOCHE/ANZAHL/N,NF,DG,DT/EQUIN/EQ,IRES,IUT,IEXZ
      COMMON/OG/X(3,LN),DDX(3,LN),DX(3,LN)
CUNI  NAMELIST/BAHN1/U,RADA,RADD,PAR,ANOM,EXZ
C     NAMELIST/BAHN2/AMO,PX,PY,PZ,QX,QY,QZ
C   Hilfsprogramm zur Bildung von Initialwerten aus Randwerten
      RR=45.D0/DATAN(1.D0)
      RADA=DSQRT(XPA*XPA+YPA*YPA+ZPA*ZPA)
      RADD=DSQRT(XPD*XPD+YPD*YPD+ZPD*ZPD)
      FGA=(XPA*XPD+YPA*YPD+ZPA*ZPD)/RADD/RADA
C     U=DACOS(FGA)
      U=DASIN(DSQRT((YPA*ZPD-ZPA*YPD)**2+(XPA*ZPD-ZPA*XPD)**2
     .             +(XPA*YPD-YPA*XPD)**2)/RADA/RADD)
      CALL SEKTOR(RADA,RADD,U,T,Y,GK)
      PAR=(RADD*RADA*DSIN(U)*Y/(T*GK))**2
      QA=PAR/RADA-1.D0
      QD=PAR/RADD-1.D0
      Q=(QA*FGA-QD)/DSIN(U)
      ANOM=DATAN(Q/QA)
      IF(QA.LT..0D0)ANOM=ANOM+4.D0*DATAN(1.D0)
      EXZ=DSQRT(QA*QA+Q*Q)
      IF(EXZ.GT..8D0)IEXZ=1
C   Nachfolgende Abfrage ist Ermessenssache(bei illussor. e zurück u.Kreisbahn)
C   und nur bei kleinen Planeten sinnvoll.
      IF(EXZ.LT.1.1D0)GOTO1
      IR=IR+1
CUNI  WRITE(6,BAHN1)
      WRITE(6,*)' U=',U,' RADA=',RADA,' RADD=',RADD,
     .    ' PAR=',PAR,' ANOM=',ANOM,' EXZ=',EXZ
      RETURN
    1 CONTINUE
      IF(IEXZ.EQ.0)HALBA=PAR/(1.D0-EXZ*EXZ)
      IF(IEXZ.EQ.1)HALBA=PAR/(1.D0+EXZ)
      AMO=(1.D0+EXZ)**2*GK/DSQRT(PAR)/PAR/2.D0
      CALL WA(AMO,(1.D0-EXZ)/(1.D0+EXZ),ANOM,1)
      IF(IEXZ.EQ.0)AMO=DMOD((AMO+EPOCHE-T1)*GK/HALBA**1.5D0*RR
     .+720.D0,360.D0)/RR
C   Bei IEXZ=1 bzw. 0 ist AMO die Zeit s.d.Perihel bzw.mittl.Anomalie für T1.
      IF(IEXZ.EQ.1)AMO=AMO+EPOCHE-T1
      RHO=FGA*RADD/RADA
      XP=XPD-(RHO*XPA)
      YP=YPD-RHO*YPA
      ZP=ZPD-RHO*ZPA
      R=DSQRT(XP**2+YP**2+ZP**2)
      A=QA/EXZ/RADA
      B=Q/EXZ/R
```

```
      C=Q/EXZ/RADA
      D=QA/EXZ/R
      PY=YPA*A-YP*B
      PZ=ZPA*A-ZP*B
      QY=YPA*C+YP*D
      QZ=ZPA*C+ZP*D
      PX=XPA*A-XP*B
      QX=XPA*C+XP*D
C     IF(EXZ.GT.1.1D0)WRITE(6,BAHN2)
      CALL INVAL(IEXZ,GK,DT,EPOCHE,AMO,HALBA,EXZ,PX,PY,PZ,QX,QY,QZ,
     .EPOCHE*1.D0,X(1,NOBJ),X(2,NOBJ),X(3,NOBJ),
     .   DX(1,NOBJ),DX(2,NOBJ),DX(3,NOBJ))
      RETURN
      END
      DOUBLE PRECISION FUNCTION W0(W)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      EXTERNAL DSQRT,DLOG,DSINH,DSIN,DASIN,DSQRT
C   Berechnet W0=(2*G-SIN(2*G))/SIN(G)**3  aus W=SIN(G/2)**2 zwecks
C   Berechnung des Verhältnisses Sektor:Dreieck.  Bei kleinem W
C   wird der erste, bei großem der zweite,direkte Weg gewählt.
      SAVE
      IF(DABS(W).GT.1.D-3)GOTO2
      UNC=1.D-10
      N=1
      C=4.D0/3.D0/(1.D0-W)
      W=W/(1.D0-W)
      W0=C*(1.D0+W/5.D0-W*W/35.D0)
      X=C*W*W*W/105.D0
    1 CONTINUE
      S0=W0
      W0=W0+X
      IF(DABS(S0-W0).LT.UNC)RETURN
      N=N+2
      IF(N.GT.20)GOTO2
      X=-N*X*W/(N+6)
      GOTO1
    2 CONTINUE
      IF(W.LT..0D0)GOTO3
C   elliptische Bewegung (W positiv):
      G=2.D0*DASIN(DSQRT(W))
      W0=(2.D0*G-DSIN(2.D0*G))/DSIN(G)**3
      RETURN
    3 CONTINUE
C   hyperbolische Bewegung (W negativ):
      G=2.D0*DLOG(DSQRT(-W)+DSQRT(1.D0-W))
      W0=(DSINH(2.D0*G)-2.D0*G)/DSINH(G)**3
      RETURN
      END
      SUBROUTINE SEKTOR(R1,R2,U,T,Y,GK)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      EXTERNAL DSQRT,DCOS
C   Hilfsprogramm zur Berechnung des Verhältnisses Sektor zu Dreieck.
      SAVE
      UNC=1.D-12
      AL=(R1+R2)/(4.D0*DSQRT(R1*R2)*DCOS(U/2.D0))-.5D0
      AM=(T*GK)**2/(2.D0*DSQRT(R1*R2)*DCOS(U/2.D0))**3
C   Erste Richtung zwecks Konvergenz:
      Y=1.D0
      Y1=1.D0
      N=0
    1 CONTINUE
      Y0=Y
      W=AM/Y*Y-AL
      Y=(W+AL)*W0(W)+1.D0
      IF(DABS(Y-Y0).LT.UNC)RETURN
```

```
      IF(DABS(Y-Y0).GT.DABS(Y0-Y1).AND.N.GT.30)GOTO2
      Y1=Y0
      N=N+1
      GOTO1
    2 CONTINUE
C   Zweite Richtung zwecks Konvergenz:
      Y=1.D0
      Y1=1.D0
      N=0
    3 CONTINUE
      Y0=Y
      W=(Y-1.D0)/W0(W)-AL
      Y=DSQRT(AM/(W+AL))
      IF(DABS(Y-Y0).LT.UNC)RETURN
      IF(DABS(Y-Y0).GT.DABS(Y0-Y1).AND.N.GT.30)GOTO4
      Y1=Y0
      N=N+1
      GOTO3
    4 CONTINUE
C   Das Verhältnis Sektor:Dreieck konvergiert nicht.
      WRITE(6,5)AL,AM
    5 FORMAT(//' Bei der ersten Bahnbestimmung konvergiert das',/,
     .' Verhältnis Sektor:Dreieck nicht. (l=',F14.10,',m=',F14.10,')'/,
     .' Programm hält an.'//)
      CALL STOP
      END
      DOUBLE PRECISION FUNCTION DTET(T)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      SAVE
      REAL DET(20)
      DATA DET/5.8,4.8,5.1,2.3,-0.4,2.7,4.1,-1.9,-8.3,-7.6,-3.9,10.5,
     .20.4,23.2,24.2,29.4,33.4,40.7,51.0,59.4/
C   DTET berechnet ET-UT in Tagesbruchteilen.
C   DET ist ET-UT in Sekunden von 1800.5 bis 1990.5 f.alle 10 Jahre (n.Brouwer).
      IF(T.GT.2448060.D0)DTET=(T-2408000.D0)/5.50D7
      IF(T.LT.2378650.0D0)DTET=3.5D-5+2.615D-13*(T-2415020.D0)**2
      IF(T.LT.2378650.0D0)GOTO1
      IF(T.GT.2448060.0D0)RETURN
      T0=(T-2378677.D0)/3652.5D0
      J=MAX0(IDINT(T0)+2,3)
      T1=J-T0-1
      DTET=(DET(J)+(DET(J-1)-DET(J))*T1+(DET(J-2)-2.*DET(J-1)+DET(J))*
     .T1*(T1-1)/2.D0)/86400.D0
      IF(T.GT.2434742.D0)RETURN
C   Korrektur auf DT vor 1954.0 n. van Flandern (nach DE200)
    1 DTET=DTET+( 5.88-.3993*T0+.00114*T0*T0)/86400.D0
C   1 DTET=DTET+(11.82-.9585*T0+.01227*T0*T0)/86400.D0     (nach DE102)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE ELEM(I,T,AINT,J)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LU=16,LU1=LU+1)
      CHARACTER*2 IFT
      DOUBLE PRECISION M
      EXTERNAL DMOD,DSQRT,DCOS,DTAN,DATAN
C   Berechnung der Elemente aus Ort und Geschwindigkeit und Ausdrucken derselben
      COMMON/OG/W(3,LN),DDW(3,LN),DW(3,LN)/MASSE/M(LN),NZENTZ
      COMMON/BAHN/E0(LU),NRBV,STA0/EQUIN/EQ,IRES,IUT,IEXZ
      COMMON/ZUSK/TZ,IEPHE,IOBS,IANFG,IENDE,IBV0,NGR/ERR/MERR
      COMMON/EL/G(LU),E(LU)/K2/C0(LU1,LU1),ST/IO/GD(LU),IFMT
      COMMON/STIL/ISTIL,ISTIL0
      DIMENSION X00(3),DX00(3)
      EQUIVALENCE (X00(1),A),(X00(2),B),(X00(3),C)
      EQUIVALENCE (DX00(1),DA),(DX00(2),DB),(DX00(3),DC)
```

```
      EQUIVALENCE (G(1),AMO),(G(2),HA),(G(3),EXZ),
     .          (G(4),PER),(G(5),AK),(G(6),BN),     (GD(4),RR)
C   G sind die Kegelschnittelemente, die nur zur Berechnung ihrer mittleren
C   Fehler E und zum Ausdrucken gebraucht werden, GD die Umrechnungs-
C   faktoren der internen Werte der Elemente zu den auszudruckenden.
      DATA IDRUCK /0/
      DATA IFT /'ET'/
      A2=AINT**2
      AM0=(M(NZENTZ)+M(I))/A2
      IF(NZENTZ.NE.1)GOTO50
      DO51K=1,3
      X00(K)=W(K,I)
   51 DX00(K)=DW(K,I)/AINT
      GOTO52
   50 CALL DYANFZ(-1,NZENTZ,T,AINT,X00,DX00)
      DO53K=1,3
   53 DX00(K)=DX00(K)/AINT
      IF(ISTIL.EQ.0.AND.ISTIL0.EQ.4.AND.NGR.NE.0)
     .       AM0=AM0+(E0(7)+E0(8))*M(NZENTZ)/A2*1.D-8
   52 CONTINUE
      TE=(EQ-1900.D0)/100.D0
      EPS=23.45229461D0-1.300233D-2*TE-1.675D-6*TE**2+5.04D-7*TE**3
      EPS=EPS/RR
      CALL EKLAEQ(DB,DC,-EPS,DY,DZ)
      CALL EKLAEQ(B,C,-EPS,Y,Z)
      C1=Y*DZ-Z*DY
      C2=A*DZ-Z*DA
      C3=A*DY-Y*DA
      CALL RECPOL(C2,C1,.0D0,C4,UNW,AK)
      CALL RECPOL(C3,C4,.0D0,SQP,UNW,BN)
      P0=SQP*SQP/AM0
C   P0 ist das Bahnparameter.
      R=DSQRT(A*A+B*B+C*C)
      CALL RECPOL(P0/R-1.D0,DSQRT(P0/AM0)/R*(A*DA+B*DB+C*DC),.0D0,
     .EXZ,UNW,V)
      AMO=(EXZ+1.D0)**2/2.D0/P0*DSQRT(AM0/P0)
      CALL WA(AMO,(1.D0-EXZ)/(1.D0+EXZ),V,1)
      IF(J.NE.0.AND.EXZ.GE.1.D0.AND.IEXZ.EQ.0)WRITE(6,14)
      IF(J.NE.0.AND.EXZ.GE.1.D0.AND.IEXZ.EQ.0)CALL STOP
   14 FORMAT(//' Während der Rechnung wird die Exzentrizität',/,
     .    ' größer als 1.   Daher T,q statt M,a  eingeben.'//)
C   Falls ab einer bestimmten Grenze für e Fallunterscheidung f.Ausdruckform:
*     IF((TZ.EQ..0D0.OR.J.EQ.0).AND.EXZ.LE..8D0)IEXZ=0
*     IF((TZ.EQ..0D0.OR.J.EQ.0).AND.EXZ.GT..8D0)IEXZ=1
      IF(IEXZ.EQ.0)AMO=DMOD(AMO*DSQRT(AM0*(1.D0-EXZ*EXZ)**3/P0**3)
     .*RR+720.D0,360.D0)
      U=DATAN((Y/A-DTAN(AK))/(1.D0+Y/A*DTAN(AK))/DCOS(BN))
      IF(U*Z.LT..0D0)U=U+4.D0*DATAN(1.D0)
      PER=DMOD((U-V)*RR+720.D0,360.D0)/RR
      IF(IEXZ.EQ.0)HA=P0/(1.D0-EXZ*EXZ)
      IF(IEXZ.EQ.1)HA=P0/(1.D0+EXZ)
      IF(IEXZ.EQ.1)AMO=-AMO
      IF(J.EQ.-1)RETURN
      IF(J.NE.0.AND.J.NE.10)GOTO3
C   Oskul.Elemente der gr.Planeten: J=0 nur drucken, J=10 auch stanzen
      IF(IEXZ.EQ.0.AND.IFMT.EQ.1)
     .   WRITE(6,1)DATUM(T),AMO,HA,EXZ,PER*RR,AK*RR,BN*RR
      IF(IEXZ.EQ.0.AND.IFMT.EQ.0)
     .   WRITE(6,31)DATUM(T),AMO,HA,EXZ,PER*RR,AK*RR,BN*RR
      IF(IEXZ.EQ.1.AND.IFMT.EQ.1)
     .WRITE(6,11)DATUM(T),DATUM(T+AMO),HA,EXZ,PER*RR,AK*RR,BN*RR
      IF(IEXZ.EQ.1.AND.IFMT.EQ.0)
     .WRITE(6,31)DATUM(T),DATUM(T+AMO),HA,EXZ,PER*RR,AK*RR,BN*RR
   11 FORMAT(' oskul.Bahnelemente:  Epoche ',F10.1,' ET',' T ',F15.6,
     .' q ',F11.8,' e ',F10.8,' P ',F10.6,' K ',F10.6,' i ',F10.6)
```

```
    1 FORMAT(' oskul.Bahnelemente:  Epoche ',F10.1,' ET',' M ',F10.6,
     .' a ',F11.8,' e ',F10.8,' P ',F10.6,' K ',F10.6,' i ',F10.6)
   31 FORMAT(1X,F11.2,F23.12,2X,F17.14,2X,F18.15,2X,3(F16.12,2X))
   32 FORMAT(6X,'m.F.',2X,F23.12,2X,F17.14,2X,F18.15,2X,3(F16.12,2X))
      IF(MERR.NE.0.AND.IFMT.EQ.1)WRITE(6,38)(E(N)*GD(N),N=1,6)
      IF(MERR.NE.0.AND.IFMT.EQ.0)WRITE(6,32)(E(N)*GD(N),N=1,6)
   38 FORMAT(6X,'m.F.',36X,F10.6,1X,2(4X,F10.8),3(4X,F10.6))
      IF(J.EQ.0)RETURN
      IF(IEXZ.EQ.0)WRITE(9,21)DATUM(T),AMO,HA,EXZ,M(1)/M(I),I,
     .          I,T,PER*RR,AK*RR,BN*RR
      IF(IEXZ.EQ.1)WRITE(9,22)DATUM(T),DATUM(T+AMO),HA,EXZ,
     .             M(1)/M(I),I,I,T,PER*RR,AK*RR,BN*RR
   21 FORMAT(F11.2,F18.13,F19.15,F18.15,F12.3,I2,/,
     . I2,F10.1,3F18.13)
   22 FORMAT(F11.2,F18.8,F19.15,F18.15,F12.3,I2,/,
     . I2,F10.1,3F18.13)
      RETURN
    3 CONTINUE
      CALL AEQKST(PER,AK,BN,EQ,PX,PY,PZ,QX,QY,QZ,0)
      IF(IBV0.NE.0.AND.NRBV.NE.101)WRITE(6,10)NRBV
   10 FORMAT(/,1X,'<ESC!17>','Ergebnis der ',I2,'-ten Bahnverbesserung:'
     .  ,'<ESC!4>',/)
      IF(IBV0.NE.0.AND.NRBV.EQ.101)WRITE(6,15)
   15 FORMAT(/,1X,'<ESC!17>','Ergebnis der letzten Bahnverbesserung:'
     .  ,'<ESC!4>',/)
      IF(IBV0.EQ.0)WRITE(6,9)
    9 FORMAT(//)
C   Falls bei NGLEI=0 nicht die mittl.Fehler d.Elemente für STA0:=1" ausgedr.
C   werden sollen, nachf. .OR.STA0.LE.1.D-8 bzw .AND.STA0.GT.1.D-8 hinzufügen
      IF(NRBV.LT.101.OR.IBV0.EQ.0)IDRUCK=0
      IF(NRBV.EQ.101.AND.IBV0.NE.0)IDRUCK=1
      IF(IEXZ.EQ.1)GOTO5
      WRITE(6,18)T,DATUM(T),IDINT(EQ)
   18 FORMAT(' Epoche ',F12.4,' = ',F13.4,19X,'(',I4,')')
      IF(IDRUCK.EQ.0)WRITE(6,2)AMO,PER*RR,PX,QX,HA,
     .AK*RR,PY,QY,EXZ,BN*RR,PZ,QZ
    2 FORMAT(' M',F13.7,4X,'Perihel',F13.7,4X,'P',F12.9,2X,
     .'Q',F12.9/' a',F14.9,3X,'Knoten ',F13.7,2X,2F15.9/' e',
     .F13.8,4X,'Neigung',F13.7,2X,2F15.9)
      IF(IDRUCK.EQ.1)WRITE(6,12)AMO,PER*RR,PX,QX,E(1),
     .E(4)*RR,HA,AK*RR,PY,QY,E(2),E(5)*RR,EXZ,BN*RR,PZ,QZ,E(3),E(6)*RR
   12 FORMAT(' M',F13.7,4X,'Perihel',F13.7,4X,'P',F12.9,2X,'Q',F12.9,8X,
     .'Mittl.Fehler:  dM',F13.7,4X,'dP',F13.7/' a',F14.9,3X,'Knoten ',
     .F13.7,2X,2F15.9,23X,'da',F14.9,3X,'dK',F13.7/' e',F13.8,4X,
     .'Neigung',F13.7,2X,2F15.9,23X,'de',F13.8,4X,'di',F13.7)
      GOTO8
    5 CONTINUE
      WRITE(6,19)T,DATUM(T),IDINT(EQ)
   19 FORMAT(' Epoche ',F12.4,' = ',F13.4,22X,'(',I4,')')
      IF(IDRUCK.EQ.0)WRITE(6,7)DATUM(T+AMO),PER*RR,PX,QX,
     .HA,AK*RR,PY,QY,EXZ,BN*RR,PZ,QZ
    7 FORMAT(' T',F16.6,4X,'Perihel',F13.7,4X,'P',F12.9,2X,'Q',F12.9/' q
     .',F17.9,3X,'Knoten ',F13.7,2X,2F15.9/' e',F16.8,4X,'Neigung',
     .F13.7,2X,2F15.9)
      IF(IDRUCK.EQ.1)WRITE(6,17)DATUM(T+AMO),PER*RR,PX,QX,
     .E(1),E(4)*RR,HA,AK*RR,PY,QY,E(2),E(5)*RR,EXZ,BN*RR,PZ,QZ,
     .E(3),E(6)*RR
   17 FORMAT(' T',F16.6,4X,'Perihel',F13.7,4X,'P',F12.9,2X,'Q',F12.9,8X,
     .'Mittl.Fehler:  dT',F13.6,4X,'dP',F13.7/' q',F17.9,3X,'Knoten ',
     .F13.7,2X,2F15.9,23X,'dq',F14.9,3X,'dK',F13.7/' e',F16.8,4X,
     .'Neigung',F13.7,2X,2F15.9,23X,'de',F13.8,4X,'di',F13.7)
    8 CONTINUE
C   Bei mehr als 4 nichtgrav. Kräften Ausdruckanweisung ändern !
      IF(NGR.NE.0)WRITE(6,6)(E0(N+6)*GD(N+6),N=1,NGR)
    6 FORMAT(/' nichtgrav.Parameter:',3(4X,E15.6))
```

```
      IF(NGR.NE.0.AND.(IDRUCK.EQ.1))WRITE(6,16)(E(N+6)*GD(N+6),N=1,NGR)
   16 FORMAT(' mittl.Fehler:',7X,3(4X,E15.6))
C    Bei IFMT=0 Elemente/Parameter genau ausdrucken
      IF(IFMT.NE.0)GOTO28
      IF(IEXZ.EQ.0)WRITE(6,30)AMO,HA,EXZ,PER*RR,AK*RR,BN*RR,
     .       (E0(N+6)*GD(N+6),N=1,NGR)
      IF(IEXZ.EQ.1)WRITE(6,30)DATUM(AMO+T),HA,EXZ,PER*RR,AK*RR,BN*RR,
     .       (E0(N+6)*GD(N+6),N=1,NGR)
   30 FORMAT(/' gen. Werte:',F23.12,2X,F17.14,2X,F18.15,2X,3(F16.12,2X),
     .      /,(12X,3F19.12))
      IF(IDRUCK.EQ.1)WRITE(6,34)(E(N)*GD(N),N=1,NGR+6)
   34 FORMAT(6X,'m.F.',2X,F23.12,2X,F17.14,2X,F18.15,2X,3(F16.12,2X),
     .   /,(12X,3F19.12))
   28 CONTINUE
C    Jetzt werden die neuen Elemente gleich den neuen Initialw. gesetzt.
      DO4N=1,3
      E0(N)=W(N,I)
      E0(N+3)=DW(N,I)
    4 CONTINUE
      CALL INDIFF(I,NGR)
      IF(NRBV.NE.101)RETURN
      IF(IDRUCK.EQ.1.AND.STA0.GT.1.D-8)
     .     WRITE(6,70)ST*DSQRT(2.D0)*206264.8D0
   70 FORMAT(35X,'Mittl.F.',F7.2)
      IF(IUT.EQ.0)IFT='ET'
      IF(IUT.NE.0)IFT='UT'
      IF(IEPHE.NE.0.AND.IENDE-IANFG.GT.0)WRITE(6,71)IFT,IDINT(EQ)
   71 FORMAT(//35X,'<ESC!17>','* * * EPHEMERIDE * * *','<ESC!20>',//,
     . 16X,'astrometrische Position',37X,'Erdkoordinaten',12X,
     .'scheinb. Planetenkoordinaten'/,4X,'t(',A2,')',9X,'RA(t)',8X,
     .'Dekl(t)',6X,'d(t)',4X,'r(t0)',5X,'mag',5X,'X(t)',7X,'Y(t)',7X,
     .'Z(t)',6X,'X0(t0)',5X,'Y0(t0)',5X,'Z0(t0)',
     ./,24X,'(',I4,')','<ESC!4>',//)
      RETURN
      END
      DOUBLE PRECISION FUNCTION DATUM(YD0)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C    Berechnung des bürgerlichen Datums aus dem julianischen.
C    Programm von Prof.Dr.Dieckvoss,Hamburg.
      SAVE
      IF(YD0.GT.1721119.D0)GOTO10
      DATUM=YD0
      RETURN
   10 CONTINUE
      YD=IDINT(YD0-1721118.5D0)
      JAHR=YD/365.25D0
      IF(JAHR.LT.1583)YD=YD+2.D0-IFIX(JAHR/100.)+IFIX(JAHR/400.)
      JAHR=IDINT((4.D0*YD-1.D0)/146097.D0)
      YD=4.D0*YD-1.D0-146097.D0*JAHR
      ITAG=IDINT(YD/4.D0)
      YD=IFIX((4.*ITAG+3.)/1461.)
      ITAG=4.D0*ITAG+3.D0-1461.D0*YD
      ITAG=(ITAG+4)/4
      MONAT=(5*ITAG-3)/153
      ITAG=5*ITAG-3-153*MONAT
      ITAG=(ITAG+5)/5
      JAHR=100*JAHR+YD
      IF(MONAT.LT.10)GOTO1
      GOTO2
    1 MONAT=MONAT+3
      GOTO3
    2 MONAT=MONAT-9
      JAHR=JAHR+1
    3 DATUM=JAHR*1.D4+MONAT*1.D2+ITAG+DMOD(YD0+.5D0,1.D0)
      RETURN
```

```
      END
      SUBROUTINE FK(T,RA,DE,R0,D0,I0)
      DOUBLE PRECISION T,RA,DE,R0,D0
      SAVE
      REAL DRD(37),DDD(37),DRR(7,7),DDR(7,7)
      EXTERNAL SIN,COS,TAN
C    Programm zur Umwandlung von FK4-Positionen in das FK5-System
C    E,P,C sind Schiefe der Ekliptik,Länge des Sonnenperihels  und Konstante
C    der ellipt.Aberration zur Beobachtungsepoche des Fundamentalkataloges.
C    I=1 zum Umwandeln von FK4-Pos. in das FK5-System, bei I=-1 umgekehrt.
C    Bei I=2 sind bereits mittl.Korr.der Eigenbew. bis 1950 (wegen
C    DK,DN), bei I=3 die lokalen Korrekturen angebracht
      DATA E,P,C,RR   / 0.4092,    4.909,    0.34282,   206264.8 /
      DATA E0,DK,DN  / 0.5250, 0.2358, -0.4377 /
C     Zonenabhängige Korrekturen in RA und Dekl. für Dekl.=-90,-85, ...,
C     +90 Grad    in Einheiten von 0.001s bzw 0.01"
      DATA DRD / +0., -7.,-18.,-22.,-21.,-17., -9., -4., +0., +5.,
     .           +8., +1., -6., -1., +4., +8., +7., +6., +4., +2.,
     .           -2., -3., -4., -5., -3., -2., -3., -2., -1., +0.,
     .           +0., +1., +1., +2., +3., +1., +0./
      DATA DDD / +0., -3., +3., +8.,+12., +7., -2., -2., -3., -9.,
     .           -4., -2., -1., +0., +3., +4., +4., +5., +3., -4.,
     .           -1.,+10.,+12., -3., -7., +1.,  0.,  0.,  0.,  0.,
     .            0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0.,  0./
C    Rektaszensionsabhaengige Korrekturen bei RA=0,1, ... 6 rad für
C    die Deklinationen +1.5,+1.0,+0.5, ... -1.5 rad
C            RA =   0     1     2     3     4     5     6              Dekl.=
      DATA DRR /  -2.,  -3.,  -1.,  +0.,  +2.,  +3.,  -1.,               +1.5
     .            -2.,  -2.,  +1.,  -1.,  +0.,  +5.,  -2.,               +1.0
     .            -1.,  -2.,  +0.,  +0.,  +1.,  +3.,  +0.,               +0.5
     .            +1.,  +1.,  +0.,  -1.,  -2.,  +3.,  -1.,                0.0
     .            -2.,  +0.,  +2.,  +0.,  +0.,  -1.,  -2.,               -0.5
     .            -3.,  -1.,  +0.,  +3.,  +0.,  -1.,  -1.,               -1.0
     .            -4.,  -2.,  +0.,  +3.,  +2.,  +0.,  -3./               -1.5
      DATA DDR /  -6.,  -4.,  -2.,  +3.,  +5.,  +1.,  -5.,               +1.5
     .            -4.,  -3.,  +1.,  +2.,  -1.,  +0.,  -2.,               +1.0
     .            -2.,  -3.,  +1.,  +1.,  +0.,  +1.,  +0.,               +0.5
     .            -1.,  -6.,  -2.,  +2.,  +5.,  +6.,  +0.,                0.0
     .            -2.,  -7.,  +1.,  -1.,  +0.,  +4.,  +1.,               -0.5
     .             0.,   0.,   0.,   0.,   0.,   0.,   0.,               -1.0
     .             0.,   0.,   0.,   0.,   0.,   0.,   0./               -1.5
C    (für ca.1970, lok.Fehler in Eigenbew. nach Gliese vernachlässigbar klein).
      R=SNGL(RA)
      D=SNGL(DE)
      T0=SNGL(T-2433282.423D0)/36525.
C    Hauptglied der elliptischen Aberration
      DD=C*(COS(P)*(COS(D)*SIN(E)-SIN(D)*COS(E)*SIN(R))+SIN(P)*
     .SIN(D)*COS(R))
      DR=C*(SIN(R)*SIN(P)+COS(R)*COS(P)*COS(E))/COS(D)
C    Berücksichtigung der globalen Korrekturen FK5-FK4 infolge
C    der Änderung von Äquinoktium und Präzession (E=+0.525"+1.275"*T0,
C    dLambda=-.03", dP1=+1.10", D bei den lokalen Korr. berücksichtigt)
      DR=DR+E0
      IF(I0.EQ.2)GOTO1
      DR=DR+(DK+DN*SIN(R)*TAN(D))*T0
      DD=DD+DN*COS(R)*T0
    1 CONTINUE
C    lokale Korrekturen
      IF(I0.EQ.3)GOTO2
      I1=NINT(11.46*D)+19
      I2=4-NINT(2.*D)
      I3=NINT(R)+1
      DR=DR+(DRD(I1)+DRR(I3,I2))*.015/COS(D)
      DD=DD+(DDD(I1)+DDR(I3,I2))*.010
    2 CONTINUE
```

```
C   Ggf. Anbringen sonstiger systemat.Korrekturen
      IF(I0.GT.0)I=1
      IF(I0.LT.0)I=-1
      R0=RA+DR/RR*I
      D0=DE+DD/RR*I
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INV(V,N)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
      SAVE
      PARAMETER (LU=16)
C   Programm zum Invertieren von Matritzen nach dem Verfahren von Gauß-Jordan.
      DIMENSION V(LU,LU),IP(LU),IR(LU)
      DATA K,L /0,0/
      DO1J=1,N
      IP(J)=0
    1 CONTINUE
C     D=1.D0
      DO10M=1,N
      VMAX=0.D0
      DO6J=1,N
      IF(IP(J))6,2,6
    2 DO5I=1,N
      IF(IP(I))5,3,5
    3 VH=DABS(V(I,J))
      IF(VMAX-VH)4,5,5
    4 VMAX=VH
      K=I
      L=J
    5 CONTINUE
    6 CONTINUE
      IF(VMAX.LT.1.D-19)GOTO15
      IP(L)=K
      IR(M)=L
C     D=D*V(K,L)
      PVT=1.D0/V(K,L)
      V(K,L)=1.D0
C   Teilen durch das Diagonalelement.
      DO7J=1,N
      T=V(K,J)
      V(K,J)=V(L,J)
    7 V(L,J)=T*PVT
      DO9I=1,N
      IF(I.EQ.L)GOTO9
      T=V(I,L)
      V(I,L)=0.D0
C   Gaußsumme
      DO8J=1,N
    8 V(I,J)=V(I,J)-V(L,J)*T
    9 CONTINUE
   10 CONTINUE
      DO12J=1,N
      M=N-J+1
      L=IR(M)
      K=IP(L)
      IF(K.EQ.L)GOTO12
C     D=-D
      DO11I=1,N
      T=V(I,L)
      V(I,L)=V(I,K)
      V(I,K)=T
   11 CONTINUE
   12 CONTINUE
      RETURN
   15 CONTINUE
```

```
C   Die zu invertierende Matrix ist singulair.
      WRITE(6,16)
   16 FORMAT(/' Während der Rechnung tritt eine singuläre Matrix auf.'
     ./,' Das Programm wird abgebrochen.'/)
      CALL STOP
      END
      SUBROUTINE NOCH                                                   CATA
C   Ausgabe des noch freien Speicherplatzes (nur bei Atari !!)        $UNI$VAX
      SAVE                                                              CATA
      INTEGER*4 RC,SYS,PAR32                                            CATA
CATA# INTEGER*4 RC,ATARI,MALLOC,PAR32                                   CATA#
      INTEGER*2 PAR(3),PAR1                                             CATA*
      EQUIVALENCE (PAR(1),PAR1),(PAR(2),PAR32)                          CATA*
      DATA PAR1,PAR32 /72,-1/                                           CATA*
CATA# DATA MALLOC,PAR32 /2626,-1/                                       CATA#
      RC=SYS(PAR)                                                       $ATA*
CATA# RC=ATARI(MALLOC,PAR32)                                            $ATA#
      WRITE(7,1)RC                                                      CATA
    1 FORMAT(1X,I7,' bytes noch frei',/)                                CATA
      RETURN                                                            CATA
      END                                                               CATA
      CHARACTER*12 FUNCTION IZEIT(K)
C   Übergibt die Rechenzeit seit Programmstart IH:IM:IS als Zeichenkette
C   Dieses Unterprogramm bei FORTRAN V - Compilern herausnehmen oder ersetzen
      SAVE
      CHARACTER*1 CH(10)
      DATA CH /'0','1','2','3','4','5','6','7','8','9'/
      DATA I0 /0/
CUNI  CALL UHR(I)                                                       $UNI
CUNI  I=I/1000                                                          $UNI
CVAX  I=NINT(SECNDS(0.0))                                               $VAX
      CALL TIME(IH,IM,IS,J)                                             $ATA*
      I=IS+60*(IM+60*IH)                                                $ATA*
C     CALL TIME(I)                                                      $ATA#
      IF(I0.EQ.0)I0=I
      I=MOD(I-I0,86400)
      IH=I/3600
      IH1=IH/10+1
      IH2=MOD(IH,10)+1
      IM=I/60-IH*60
      IM1=IM/10+1
      IM2=MOD(IM,10)+1
      IS=I-3600*IH-60*IM
      IS1=IS/10+1
      IS2=MOD(IS,10)+1
      IZEIT='*'//CH(IH1)//CH(IH2)//':'//CH(IM1)//CH(IM2)//':'
     .   //CH(IS1)//CH(IS2)//' **'
      RETURN
      END
      SUBROUTINE FILE(I0)
C   Sucht zur Vermeidung der Überschreibung anderer Daten für den Ausgabe-
C   kanal I0 ein noch freies File J (J=I oder I+1 oder I+2 ...). Zur Vermeidung
C   simult. Verwendung durch zwei gleichzeitig laufende Rechnungen wird das
C   File noch einmal geschlossen und dabei fest eingerichtet.
C   File sequentiell und formatiert.
      SAVE
      CHARACTER*4 IFILE
      LOGICAL L
      INQUIRE(UNIT=I0,OPENED=L)
      IF(L)RETURN
      I=I0
    2 CONTINUE
CUNI  ENCODE(4,7,IFILE)I
      WRITE(IFILE,7)I
CUNI7 FORMAT(I4)
```

```
    7 FORMAT(I2,'.')                                                   CVAX
      INQUIRE(FILE=IFILE,EXIST=L)
      IF(L)GOTO1
CUNI  OPEN(UNIT=I0,FILE=IFILE,STATUS='NEW',ERR=1)                    $UNI$VAX
CUNI  CLOSE(UNIT=I0,STATUS='FREE')                                   $UNI
CVAX  CLOSE(UNIT=I0,STATUS='KEEP')                                   $VAX
      OPEN(UNIT=I0,FILE=IFILE,STATUS='UNKNOWN',ACCESS='SEQUENTIAL'
     . )                                                             $ATA
CUNI . , MRECL=20)                                                   CUNI
CVAX . , RECL=80)                                                    $VAX
      WRITE(6,4)I0,IFILE
    4 FORMAT(/' Ausgabeeinheit ',I3,' schreibt auf File ',A4/)
      RETURN
    1 I=I+1
      GOTO2
      END
      SUBROUTINE START
C   Initialisierung des Programmes je nach Rechenanlage (z.Bsp. Bild-
C   schirminitialisierung und Abfrage der Ein-/Ausgabedatei bei Atari)
      CHARACTER*16 FILE5,FILE6                                       CATA
      PRINT *,CHAR(27),CHAR(99),CHAR(1),CHAR(27),CHAR(98),CHAR(0)    $ATA
      PRINT *,' ',CHAR(7),CHAR(27),CHAR(69)                          $ATA
      WRITE(*,12)                                                    CATA
   12 FORMAT(/,' Ein- und Ausgabedatei ? ( Eing.d., {CR},',          CATA
     .    ' Ausg.d., {CR})',/,' >')                                  CATA
      READ(*,11)FILE5                                                CATA
      WRITE(*,14)                                                    CATA
      READ(*,11)FILE6                                                CATA
   11 FORMAT(A16)                                                    CATA
   14 FORMAT(1H+,'>')                                                CATA
      OPEN(UNIT=5,FILE=FILE5,BLANK='ZERO',STATUS='UNKNOWN')          CATA,C77
      OPEN(UNIT=6,FILE=FILE6,STATUS='UNKNOWN')                       CATA,C77
      OPEN(UNIT=7,FILE='CON:',STATUS='UNKNOWN')                      $ATA
CUNI  OPEN(UNIT=7,FILE='CON.',STATUS='UNKNOWN')                      $UNI,C77
CVAX  OPEN(UNIT=7,FILE='SYS$OUTPUT:',STATUS='UNKNOWN')               $VAX
      WRITE(6,*)' ','<ESC!4>'
      CALL NOCH                                                      CATA
      RETURN
      END
      SUBROUTINE STOP
C   Programmbeendung je nach Rechenanlage (z.Bsp.Bildschirminvertierung
C   aus und Glocke bei Atari)
      WRITE(6,*)' ','<ESC!0>'
      PRINT *,CHAR(27),CHAR(98),CHAR(1),CHAR(27),CHAR(99),CHAR(0)    $ATA
      PRINT *,' ',CHAR(7)                                            $ATA
      STOP
      END
      SUBROUTINE BD8A(NF,ANF,NANZ,DT)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION(A-H,O-Z)
C   Größen für das File für die Plantenkoordinaten,  die bei der
C   Integration geschrieben werden sollen.  NF Index des
C   letzten Planeten (als erster: Koordinatendifferenz Baryzentrum-Erdmitte)
C   ANFP so gewählt sodaß NREC=NINT((T-ANFP)/DTP).
C   Der erste Record enthält NP,ANFP,NRECP,DTP, der zweite d.Massen *DTP**2
C   Wird in SUBR.BESCH beschrieben falls ID.LT.0 eingegeben wurde.
      PARAMETER (LN=27,LI=11,LI0=LI/2+1)
      COMMON/BAND1/NP1,IBAND/BAND/NP,ANFP,DTP,NRECP,IUNIT/MASSE/AM(LN)
      NP=NF
      NRECP=NANZ+LI
      DTP=DT
      ANFP=ANF-LI0*DTP
      CALL BD8C(1,IUNIT)
      RETURN
      END
      BLOCK DATA BDBDA
```

```
      SAVE
      PARAMETER (LN=27)
      COMMON/BAND1/NP1,IBAND
      DATA NP1,IBAND /2,0/
      END
      SUBROUTINE BD8B(IFRECT,DT)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Falls Planetenkoordinaten von Band oder Datei zu lesen (f.Planet 2 bis NP0):
C   Je Zeitpunkt e.Eingabezeile: x,y,z Baryz.-Geoz., x,y,z 2.bis NPter Planet
C   Siehe SUBR.BD8A. Bei IFRECT=10 Initialisierung einer Fortsetzungsdatei
C   von SUBR.BD80 aus, die denselben Namen wie die vorherige haben muß.
C   IFIL0 Name d.Datei (einstellige Zahl, i.d.R. 8), IDISK Laufwerk (nur Atari)
      SAVE
      PARAMETER (LN=27)
      COMMON/BAND1/NP1,IBAND,NP0/MASSE/AM(LN)
      COMMON/BAND/NP,ANFP,DTP,NRECP/DISK/IDISK
      CHARACTER*1 IDISK
      IF(IFRECT.NE.10)READ(5,1)IFIL0,NP0,IDISK
    1 FORMAT(I1,I2,1X,A1)
      CALL BD8C(0,IFIL0)
      WRITE(6,2)NP0,IFIL0,NP,ANFP+DTP,DTP,NRECP
    2 FORMAT(/,I3,' Planeten von Datei ',I1,' lesen.',/,
     . ' Inhalt der Datei:   Planeten:',I4,', Anfang: ',F11.2,
     . ', Schrittweite: ',F6.2,' Tage,  Länge: ',I7,' Schritte',//)
      F=(DT/DTP)**2
      IF(DABS(F-NINT(F)*1.D0).GT.1.D-5)GOTO11
      IF(NP0.GT.NP)GOTO12
      DO3I=1,NP0
    3 AM(I)=AM(I)*F
      NP1=NP0+1
      IF(IFRECT.NE.10)IFRECT=IFRECT-2
      RETURN
   11 WRITE(6,13)
   13 FORMAT(/' Schrittweiten f. Integration und Planetendatei',
     .  ' passen nicht zusammen. Abbruch.'//)
      CALL STOP
   12 WRITE(6,14)
   14 FORMAT(/' Weniger Planeten auf Datei als gelesen werden sollen.',
     . ' Abbruch.'//)
      CALL STOP
      END
      SUBROUTINE BD80(IO)
CUNI  VIRTUAL /BD800/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C   Übertragen eines Teiles (Zeile NREC1+1 bis NREC2) des Planetenfiles (8)
C   auf BD800 (IO=0) oder umgekehrt (IO=1), d.h. einen Block von max.LREC Zeilen
C   Zeilenlänge LG=28 doppeltgenaue Worte.  Die ersten zwei Zeilen enthalten
C   Informationen über Länge des Files usw und die Planetenmassen,  dann
C   folgen die Daten. NREC1,NREC2,NREC werden von der ersten Datenzeile aus
C   gezählt (die NREC=1 hat, davor also LEER=2 andere Zeilen).
C   Maximal erlaubte Länge einer zu schreibenden Datei MXREC Zeilen. Beim lesen
C   muß MXREC ein Vielfaches von LREC sein, falls Daten am Schluß vollständig
C   benötigt. MXREC richtet sich nach dem Fassungsvermögen von Diskette/Platte/
C   Band, wohin die Datei soll. Bei Eingabe von NRECP>MXREC wird die Datei
C   in mehrere Dateien aufgeteilt die eigenständig verwendbar sind. Daher wird
C   NRECP=MXREC gesetzt.
C   File lesen (0) bei NREC.LE.NREC1.OR.NREC.GT.NREC2: von NREC1+1 bis NREC2
C   File schreiben (1) bei NREC=NREC2 von NREC1+1 bis NREC2 und am Schluß
C       von NREC1+1 bis NREC
C   I/O-Zeiger f.nächste Zeile auf dem File (NRECN) steht stets bei NREC2+1
      SAVE
      PARAMETER (LN=27,LG=28,LEER=2)
      PARAMETER (LREC=180)                                          CATA
CUNI  PARAMETER (LREC=90000)
      COMMON/BD800/BD8(LG,LREC)/BD8000/NREC1,NREC2,NREC/DISK1/MXREC
```

```
      COMMON/ANZAHL/N,NF,DG,DT
      COMMON/BAND/NP,ANFP,DTP,NRECP,IUNIT,IDIR/MASSE/AM(LN)
      CHARACTER*12 IZEIT                                                CATA
      IF(IO.NE.0)GOTO6
C   File einlesen
    1 IF(IDIR.NE.1)NRECN=NREC2+1
      IF(NREC.LT.1.OR.NREC.GT.NRECP)GOTO5
      NREC1=((NREC-1)/LREC)*LREC
      NREC2=MIN(NREC1+LREC,NRECP)
      NZ=NREC2-NREC1
      WRITE(7,71)IZEIT(0),NREC,NREC1+1,NREC2                            CATA
   71 FORMAT(' *',A12,'     Zeile:',I6,' Planeten lesen von/bis:',2I6)    CATA
      IF(IDIR.EQ.1)GOTO3
      IF(NRECN.NE.NREC1+1)CALL BD8M(IUNIT,NRECN,NREC1+1)
      DO2IZ=1,NZ
    2 READ(IUNIT)(BD8(IS,IZ),IS=1,LG)
      GOTO12
    3 IREC0=NREC1+LEER
      DO13IZ=1,NZ
   13 READ(IUNIT,REC=IREC0+IZ)(BD8(IS,IZ),IS=1,LG)
   12 IF(NRECP.LT.LREC)CLOSE(IUNIT)
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),'     lesen fertig'                        CATA
      RETURN
    5 CONTINUE
      CLOSE(UNIT=IUNIT,STATUS='KEEP')
      T=ANFP+NREC*DTP                                                   $ATA
      PRINT *,CHAR(7)                                                   $ATA
      WRITE(*,4)T                                                       $ATA
    4 FORMAT(/' Planetenkoordinaten für T=',F11.2,' nicht mehr in ',    $ATA
     . 'der Datei.'/)                                                   $ATA
      PAUSE ' Neue Diskette eingelegt ({y}) oder Abbruch ({n}) ?'       $ATA
      CALL BD8B(10,DT)                                                  $ATA
      NREC=NINT((T-ANFP)/DTP)                                           $ATA
      GOTO1                                                             $ATA
CUNI  WRITE(6,4)NREC,NRECP                                            $UNI$VAX
CUNI4 FORMAT(/' Beim Lesen des Planetenfiles liegt die Zeilennummer ',/,$UNI$VAX
CUNI .  ' außerhalb des Files. Abbruch.',/,2X,2I8,/)                  $UNI$VAX
CUNI  CALL STOP                                                       $UNI$VAX
    6 CONTINUE
C   File schreiben
      NZ=NREC-NREC1
      WRITE(7,72)IZEIT(0),NREC-NZ+1,NREC                                CATA
   72 FORMAT(' *',A12,'     Planetenkoord. schreiben von/bis:',2I6)      CATA
      IF(IDIR.EQ.1)GOTO7
      DO9IZ=1,NZ
    9 WRITE(IUNIT)(BD8(IS,IZ),IS=1,LG)
      GOTO19
    7 IREC0=NREC1+LEER
      DO8IZ=1,NZ
    8 WRITE(IUNIT,REC=IREC0+IZ)(BD8(IS,IZ),IS=1,LG)
   19 NREC1=NREC1+LREC
      NREC2=MIN(NREC2+LREC,NRECP)
      WRITE(7,*)'*',IZEIT(0),'     schreiben fertig'                    CATA
      IF(NREC1.GE.MXREC)GOTO20
      RETURN
   20 CONTINUE
      CLOSE(UNIT=IUNIT,STATUS='KEEP')
      PRINT *,CHAR(7),' Datei mit Planetenkoordinaten wird zu groß.'    $ATA
      PAUSE ' Neue Diskette eingelegt ({y}) oder Abbruch ({n}) ?'       $ATA
      ANFP=ANFP+NREC1*DTP                                               $ATA
      NRECP=NRECP-NREC1                                                 $ATA
      CALL BD8C(1,IUNIT)                                                $ATA
      RETURN                                                            $ATA
CUNI  WRITE(6,22)                                                     $UNI$VAX
CUN22 FORMAT(/' Datei mit Planetenkoord. wird zu groß. Abbruch.'/)    $UNI$VAX
```

```
CUNI  CALL STOP                                                        $UNI$VAX
      END
      SUBROUTINE BD8C(IO,IFIL0)
C   Initialisierung des Planetenfiles. Siehe SUBR. BD80,BD8A,BD8B.
C   IO=0 bzw. 1 falls Datei lesen bzw. erzeugen.
C   RECL= LG Langworte unform., in OPEN-Anweisung ggf. je nach Anlage ändern.
C   Die Größe des Files ist/wird (8*LG+4)*NRECP+100+(LEER-2)*2 bytes (sequ.)
C   bzw. 8*LG*(NRECP+2) bytes (direct), d.h. ca. 3695 Zeilen pro Disk.m. 828Kb.
C   Bei LEER=2 Schleifen 3 und 4 (s.u.) überflüssig, sonst einbauen !
C   NREC00 Zeile, die i.d. aktuellen Datei zuletzt gelesen wurde (s.SUBR.BARY)
C   /BD8000 von /BD800 trennen da dann bei virt. Anlagen erh. weniger Seitenw.
CUNI  VIRTUAL /BD800/
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      PARAMETER (LN=27,LG=28,LG2=2*LG,LEER=2,LEER0=LEER-2)
      PARAMETER (LG8=LG*8,LREC=180)                                      CATA
CUNI  PARAMETER (LREC=90000)
      CHARACTER*4 IFILE
      CHARACTER*1 IDISK
      COMMON/BAND/NP,ANFP,DTP,NRECP,IUNIT,IDIR/DISK/IDISK/DISK1/MXREC
      COMMON/MASSE/AM(LN)
      COMMON/BD800/BD8(LG,LREC)/BD8000/NREC1,NREC2,NREC,NREC00
      DATA ITEST /0/
      NREC1=0
      NREC2=0
      IF(IO.EQ.0)NREC00=-1
      IF(IO.EQ.1)NREC2=MIN(LREC,NRECP)
      IF(IO.EQ.0.OR.NRECP.LE.MXREC)GOTO22
      WRITE(*,23)NRECP,MXREC
   23 FORMAT(/,' Gewünschte Dateilänge ',I6,' ist größer als die',
     . ' vorgegebene ',/, ' Disketten-/Plattenkapazität ',I6,/,
     . ' Soll die Datei aufgeteilt ( {CR} ) oder die Kapazität',        $ATA
     . ' ignoriert werden ( {1} ) ?',/,' [im ersten Fall ist während',  $ATA
     . ' der Rechnung Diskettenwechsel nötig !]',/,' >')                $ATA
CUNI . ' Abbruch.',/)                                                   $UNI
CUNI  STOP                                                              $UNI
      READ(*,24)ITEST                                                   $ATA
   24 FORMAT(I1)                                                        $ATA
      IF(ITEST.EQ.1)MXREC=NRECP                                         $ATA
      IF(ITEST.EQ.1)WRITE(*,25)
      IF(ITEST.NE.1)WRITE(*,26)
   25 FORMAT(' Vorgegebene Kapazität wird ignoriert.',/)
   26 FORMAT(' Diskettenwechsel während der Rechnung nötig !!',/)
   22 CONTINUE
      IF(IO.EQ.1)WRITE(*,31)                                            $ATA
   31 FORMAT(/,' Laufwerk für zu erzeugende Planetendatei ?',/,' >')    $ATA
      IF(IO.EQ.1)READ(*,30)IDISK                                        $ATA
   30 FORMAT(A1)                                                        $ATA
CUNI  ENCODE(4,5,IFILE)IFIL0
      WRITE(IFILE,5)IDISK,IFIL0                                         $ATA
    5 FORMAT(1X,A1,':',I1)                                              $ATA
CUNI  WRITE(IFILE,5)IFIL0                                            $UNI,VAX
CUNI5 FORMAT(I4)                                                        $UNI
CVAX5 FORMAT(I1,'.')                                                    $VAX
      IF(IO.EQ.1)WRITE(6,20)IFILE
      IF(IO.EQ.1)WRITE(7,20)IFILE                                        CATA
   20 FORMAT(' Datei mit Planetenkoordinaten: ',A4,/)
      IF(IDIR.EQ.1)GOTO10
      OPEN(UNIT=IUNIT,FILE=IFILE,STATUS='UNKNOWN',ACCESS='SEQUENTIAL'
     . , FORM='UNFORMATTED')                                            $ATA
CUNI . , RFORM='FB',MRECL=LG2,BLOCK=1792)                               $UNI
CVAX . , RECL=LG2,FORM='UNFORMATTED')                                   $VAX
      IF(IO.EQ.1)GOTO1
      READ(IUNIT)NP,ANFP,DTP,NRECP
      READ(IUNIT)(AM(I),I=1,NP)
C     DO3I=1,LEER0
```

```
C    3 READ(IUNIT)
       RETURN
     1 WRITE(IUNIT)NP,ANFP,DTP,MIN(NRECP,MXREC)
       WRITE(IUNIT)(AM(I),I=1,NP)
C      DO4I=1,LEER0
C    4 WRITE(IUNIT)
       RETURN
    10 CONTINUE
       OPEN(UNIT=IUNIT,FILE=IFILE,STATUS='UNKNOWN',ACCESS='DIRECT'
      . , RECL=LG8)                                                      $ATA
CUNI . , RECL=LG2)                                                      $UNI$VAX
       IF(IO.EQ.1)GOTO11
       READ(IUNIT,REC=1)NP,ANFP,DTP,NRECP
       READ(IUNIT,REC=2)(AM(I),I=1,NP)
       RETURN
    11 CONTINUE
       WRITE(IUNIT,REC=1)NP,ANFP,DTP,MIN(NRECP,MXREC)
       WRITE(IUNIT,REC=2)(AM(I),I=1,NP)
       RETURN
       END
       BLOCK DATA BDBDC
       DOUBLE PRECISION ANFP,DTP
       COMMON/BAND/NP,ANFP,DTP,NRECP,IUNIT,IDIR/DISK/IDISK/DISK1/MXREC
       CHARACTER*1 IDISK
C    Bei VAX/UNIVAC: Bei Wechsel zw. IDIR=1 und 0 alte Planetendateien löschen !!
       DATA IUNIT,IDIR /8,1/                                            $ATA$VAX
CUNI   DATA IUNIT,IDIR /8,0/                                             $UNI
CUNI   DATA MXREC /90000/                                               $UNI$VAX
       DATA MXREC /3650/                                                 $ATA
       DATA IDISK /'A'/
       END
       SUBROUTINE BD8M(IUNIT,NIST,NSOLL)
       PARAMETER (LEER=2)
C    Positionieren des Lesezeigers auf Einheit IUNIT von Zeile NIST nach NSOLL
C    Die ersten LEER Zeilen werden bei Zeilennr. bzw. Lesezeiger nicht gezählt
       I=NSOLL-NIST
       IF(I.EQ.0)RETURN
       IF(I.LT.0)GOTO1
     6 DO2J=1,I
     2 READ(IUNIT)
       RETURN
     1 CONTINUE
C77   ggf.hier hinzufügen   (BACKSPACE statt REWIND und vorw.pos. falls rent.):
C    Bei UNIVAC Files Format 'FB' nachf. Anw. weg da BACKSP. unmögl.     $UNI
       IF(NIST/2+I.LT.0)GOTO5                                            C77
       DO4J=1,-I                                                         C77
     4 BACKSPACE(IUNIT)                                                  C77
       RETURN                                                            C77
     5 CONTINUE                                                          C77
       REWIND(IUNIT)
       I=NSOLL-1+LEER
       GOTO6
       END
C    Die im Programm verwendeten schnellen Funktionen können entweder gemäß
C    den umgebenden Kopmmentaren, oder wie folgt ersetzt werden
       DOUBLE PRECISION FUNCTION DADD(A,B)
       DOUBLE PRECISION A,B
       DADD=A+B
       RETURN
       END
       DOUBLE PRECISION FUNCTION DSUB(A,B)
       DOUBLE PRECISION A,B
       DSUB=A-B
       RETURN
       END
```

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION DMUL(A,B)
DOUBLE PRECISION A,B
DMUL=A*B
RETURN
END
DOUBLE PRECISION FUNCTION DDIV(A,B)
DOUBLE PRECISION A,B
DDIV=A/B
RETURN
END
DOUBLE PRECISION FUNCTION DPOW(A,B)
DOUBLE PRECISION A,B
DPOW=A**B
RETURN
END
DOUBLE PRECISION FUNCTION DHYPOT(A,B)
DOUBLE PRECISION A,B
DHYPOT=DSQRT(A*A+B*B)
RETURN
END
```

Danksagungen

Mein ganz besonderer Dank richtet sich an Herrn Prof. Dr. *Hans-Heinrich Voigt* für die Betreuung der Dissertation. Ebenfalls in ganz besonderem Maße danke ich Herrn Prof. Dr. *Brian G. Marsden*, Cambridge/Mass., dessen großes Interesse und dessen Anregungen meine gesamte wissenschaftliche Arbeit seit über zehn Jahren begleiteten. Meinen Kollegen *Reinhold Kroll* und *Klaus Fuhrmann* danke ich für die gute Arbeitsatmosphäre. Herrn *Walter Wellem* bin ich für die Anfertigung einiger der Abbildungen zum Dank verpflichtet.

Lebenslauf

Ich wurde am 29.Juli 1959 als Sohn meiner Eltern *Lilli* und *Werner* in Mainz geboren. Ostern 1966 kam ich in Mainz-Kastel in die Schule. Nach Abschluß der Schule nahm ich 1977 an der Universität Siegen mein Studium Physik auf. Bereits zuvor lag mein Interesse auf dem Gebiet der Astronomie, und hier hatte ich nun neben meinem Studium die Gelegenheit zu eigenen Forschungsarbeiten. Nach der Vordiplomprüfung setzte ich mein Studium an der Universität Göttingen in der Fachrichtung Astronomie fort. Meine Diplomarbeit fertigte ich bei Herrn Prof. *H.-H. Voigt* über das Thema '*Die Berechnung von Atmosphärenmodellen und Linienprofilen zur Analyse von Sternspektren*' an.

Nach der Diplomprüfung 1983 begann ich mit der vorliegenden Dissertation. Zur finanziellen Unterstützung wurde ein Promotionsstipendium der Max-Planck-Gesellschaft gewährt.

Im März 1985 hatte ich einen dreiwöchigen Forschungsaufenthalt an der Sternwarte *Klet* bei Budweiß/Tschechoslowakei, im Juni 1987 einen ebenfalls dreiwöchigen Aufenthalt am *European Southern Observatory*, La Silla/Chile.

Im Sommer- und Wintersemester 1986 erhielt ich von der Universität Siegen einen Lehrauftrag für Astronomie. Neben der zweistündigen Hauptvorlesung '*Einführung in die Astronomie und Astrophysik*' zuzüglich Übungsstunde hielt ich einstündige Vorlesungen über die Themen '*Die Kometen*' und '*Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie*'.

Ende 1987 wurde von einem internationalen Gremium der kleine Planet (3132) *Landgraf* nach mir benannt.

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fachbereiche
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
Werner Landgraf
aus Mainz

Göttingen 1988

Durch den Rückstoß der im Zusammenhang mit der Schweifbildung entweichenden Materie haben Kometen einen Eigenantrieb. Über den Verlauf dieser *nichtgravitativen Kräfte* gibt es bisher nur Annahmen und Modellrechnungen. Die gegenwärtige Erscheinung des Halleyschen Kometen bietet erstmals die Möglichkeit, aus der beobachteten Bewegung den Verlauf der Kräfte direkt zu berechnen.

Im ersten Kapitel wird der historische und physikalische Hintergrund der nichtgravitativen Kräfte und der gegenwärtige Stand ihrer Erforschung beschrieben. Das zweite Kapitel befaßt sich mit den Grundlagen der Berechnung der nichtgravitativen Kräfte aus der beobachteten Bewegung der Kometen. Im dritten Kapitel folgen Betrachtungen über den Einfluß der nichtgravitativen Kräfte auf die Beobachtungen und über die zweckmäßigste Verwendung derselben für die Berechnungen. Im vierten Kapitel schließlich wird auf die Erforschung und Ergebnisse über die nichtgravitativen Kräfte des Halleyschen Kometen eingegangen.

ISBN 978-1-4457-4262-5

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Werner Landgraf

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fachbereiche
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
Werner Landgraf
aus Mainz

Göttingen 1988

Durch den Rückstoß der im Zusammenhang mit der Schweifbildung entweichenden Materie haben Kometen einen Eigenantrieb. Über den Verlauf dieser *nichtgravitativen Kräfte* gibt es bisher nur Annahmen und Modellrechnungen. Die gegenwärtige Erscheinung des Halleyschen Kometen bietet erstmals die Möglichkeit, aus der beobachteten Bewegung den Verlauf der Kräfte direkt zu berechnen.

Im ersten Kapitel wird der historische und physikalische Hintergrund der nichtgravitativen Kräfte und der gegenwärtige Stand ihrer Erforschung beschrieben. Das zweite Kapitel befaßt sich mit den Grundlagen der Berechnung der nichtgravitativen Kräfte aus der beobachteten Bewegung der Kometen. Im dritten Kapitel folgen Betrachtungen über den Einfluß der nichtgravitativen Kräfte auf die Beobachtungen und über die zweckmäßigste Verwendung derselben für die Berechnungen. Im vierten Kapitel schließlich wird auf die Erforschung und Ergebnisse über die nichtgravitativen Kräfte des Halleyschen Kometen eingegangen.

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Werner Landgraf

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Werner Landgraf

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fachbereiche
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
Werner Landgraf
aus Mainz

Göttingen 1988

Durch den Rückstoß der im Zusammenhang mit der Schweifbildung entweichenden Materie haben Kometen einen Eigenantrieb. Über den Verlauf dieser *nichtgravitativen Kräfte* gibt es bisher nur Annahmen und Modellrechnungen. Die gegenwärtige Erscheinung des Halleyschen Kometen bietet erstmals die Möglichkeit, aus der beobachteten Bewegung den Verlauf der Kräfte direkt zu berechnen.

Im ersten Kapitel wird der historische und physikalische Hintergrund der nichtgravitativen Kräfte und der gegenwärtige Stand ihrer Erforschung beschrieben. Das zweite Kapitel befaßt sich mit den Grundlagen der Berechnung der nichtgravitativen Kräfte aus der beobachteten Bewegung der Kometen. Im dritten Kapitel folgen Betrachtungen über den Einfluß der nichtgravitativen Kräfte auf die Beobachtungen und über die zweckmäßigste Verwendung derselben für die Berechnungen. Im vierten Kapitel schließlich wird auf die Erforschung und Ergebnisse über die nichtgravitativen Kräfte des Halleyschen Kometen eingegangen.

ISBN 978-1-4457-4262-5

Nichtgravitative Kräfte beim Halleyschen Kometen
Werner Landgraf